Mikroökonómiai és piacelméleti feladatgyűjtemény

2. kiadás

MIKROÖKONÓMIAI ÉS PIACELMÉLETI FELADATGYŰJTEMÉNY

2. kiadás

Szerkesztette

Berde Éva

TOKK, Budapest, 2014

Támogatóink: a Gazdasági Versenyhivatal Versenykultúra Központja és a MOL

© Atanaszov Dávid, Badics Judit, Bakó Barna, Berde Éva, Bisztray Márta, Daruka Magdolna, Hajdu Tamás, Kálecz-Simon András, Kőhegyi Gergely, Morvay Endre, Petró Katalin, Selei Adrienn TOKK, 2009, 2014

Szerzők: Atanaszov Dávid (9), Badics Judit (3., 7., 8., 12. fejezet), Bakó Barna (4., 9., 11. fejezet), Berde Éva (1., 2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 10., 11., 12., 13. fejezet), Bisztray Márta (10. fejezet), Daruka Magdolna (2., 5. fejezet), Hajdu Tamás (11. fejezet), Kálecz-Simon András (3., 10., 13. fejezet), Kőhegyi Gergely (1., 2., 12., 13. fejezet), Morvay Endre (13) Petró Katalin (1., 6., 7. fejezet), Selei Adrienn (5.,6.,8., 9., 11. fejezet)

Lektorok: Badics Judit (2., 4., 7., 9., 10. fejezet), Bisztray Márta (1., 3., 5., 6. fejezet), Csörgő Csaba (4. fejezet), Pálvölgyi Dénes (10. fejezet), Szilvási Eszter (8., 11., 12., 13. fejezet)

ISBN 978-963-88622-1-1

Kiadja a TOKK Tudományos Oktató Kutató Központ Nonprofit Kft.
Felelős kiadó: Berde Éva
Felelős szerkesztő: Berde Éva
Nyomdai szerkesztő és korrektor: Gerner József
A borítót tervezte: Szalay Éva
Terjedelem: 34 (A/5 ív)
Elektronikus kiadás

Tartalomjegyzék

Előszó **VII**

1. Fogyasztáselmélet **1**
1.1. Tesztkérdések 2
1.2. Számítási feladatok 22
1.3. Fogyasztáselmélet – Megoldások 42

2. Termeléselmélet **54**
2.1. Tesztkérdések 55
2.2. Számítási feladatok 74
2.3. Termeléselmélet – Megoldások 92

3. Bizonytalanság **105**
3.1. Tesztkérdések 105
3.2. Számítási feladatok 115
3.3. Bizonytalanság – Megoldások 129

4. Teljes információs játékok **136**
4.1. Tesztkérdések 137
4.2. Számítási feladatok 150
4.3. Teljes információs játékok – Megoldások 173

5. Tökéletes verseny **193**
5.1. Tesztkérdések 194
5.2. Számítási feladatok 206
5.3. Tökéletes verseny – Megoldások 218

6. Monopólium, monopszónium **226**
6.1. Tesztkérdések 227
6.2. Számítási feladatok 238
6.3. Monopólium – Megoldások 251

7. Oligopólium, monopolisztikus verseny 259
7.1. Tesztkérdések . . . 259
7.2. Számítási feladatok . . . 269
7.3. Oligopólium – Megoldások . . . 281

8. Bonyolultabb árképzési eljárások 288
8.1. Tesztkérdések . . . 289
8.2. Számítási feladatok . . . 298
8.3. Bonyolultabb árképzési eljárások – Megoldások . . . 311

9. Stratégiai viselkedés 319
9.1. Tesztkérdések . . . 319
9.2. Számítási feladatok . . . 331
9.3. Stratégiai viselkedés – Megoldások . . . 350

10. Hiányos információjú játékok 362
10.1. Tesztkérdések . . . 363
10.2. Számítási feladatok . . . 371
10.3. Hiányos információjú játékok – Megoldások . . . 392

11. Szabályozás, iparági koncentráció 412
11.1. Tesztkérdések . . . 412
11.2. Számítási feladatok . . . 424
11.3. Szabályozás, iparági koncentráció – Megoldások . . . 437

12. Általános egyensúly 445
12.1. Tesztkérdések . . . 445
12.2. Számítási feladatok . . . 455
12.3. Általános egyensúly – Megoldások . . . 466

13. Jóléti közgazdaságtan, külső gazdasági hatások, közjavak 476
13.1. Tesztkérdések . . . 477
13.2. Számítási feladatok . . . 489
13.3. Jóléti közgazdaságtan, külső gazdasági hatások, közjavak – Megoldások . . . 510

Előszó

Előszó az 1. kiadáshoz

*Mikroökonómiai és piacelméleti feladatgyűjtemény*ünk elkészítésével régi vágyunkat sikerült megvalósítani. Immáron ugyanis fiatal közgazdász- és mérnöknemzedékek sora tanult mikroökonómiát, sőt nemrégiben kapták meg diplomájukat az első, piacelméletet (más elnevezéssel iparági szerkezeteket vagy piacszerkezeteket) is külön tantárgyként hallgató fiatalok. Mégsem létezett Magyarországon egy olyan átfogó példatár, mely feladatokkal segítené a mikroökonómia és a piacszerkezet megértését. Még ha a két tudományágat külön tekintjük is, magyar nyelven legfeljebb egy-egy konkrét mikroökonómia-könyvhöz írt feladatgyűjteményt találhattunk a könyvesboltok polcain.

A mikroökonómia és a piacelmélet nagyon szorosan összekapcsolódó tudományágak. A piacelmélet nem érthető meg mikroökonómiai ismeretek nélkül, ugyanakkor a mikroökonómia számos kérdést rendkívül leegyszerűsítve, a valóság többirányú megközelítését kizárva tárgyal. Ily módon a mikroökonómia a legtöbb piacelméleti kérdésre csak korlátozottan használható magyarázatot tud adni. A két közgazdaságtani részterület együtt képes olyan eszköztárat biztosítani, mely lehetővé teszi a modern piacgazdaság kérdéseinek alaposabb elemzését. Ezért fontos, hogy a két tárgyat szintetizálva, együttesen sajátítsák el azok a szakemberek, akik bármilyen megközelítésben gazdaságelemzési kérdésekkel kívánnak foglalkozni. A külföldi szakirodalmat tekintve, a témában nagyon sok jó tankönyv jelent meg. A magyar hallgatóknak és a szakembereknek is érdemes ezeket a műveket tanulmányozniuk, hiszen a szóban forgó tankönyvek évtizedek felhalmozott szakmai és módszertani tapasztalata alapján születtek. Ám se a mikroökonómia, se a piacszerkezetek nem érthető meg igazán anélkül, hogy ne oldanánk meg a témához kapcsolódó feladatokat. Példatárakból viszont még a nemzetközi szakirodalom sem nyújt nagy választékot. Igaz ugyan, hogy a legnépszerűbb tankönyvekhez készítettek példatárakat is, ezek azonban mind nagyon szorosan kötődnek az adott tankönyv tematikájához, és a szerző országának gazdasági példáihoz. Az általános elmélet elsajátításához ugyan kiválóan használhatóak a nyugati tankönyvek, de tekintettel a közép-európai országok, ezen belül is a magyar gazdaság sajátosságaira, sokkal hatékonyabban taníthatók a sajátos magyar gondolkodásmódhoz igazodó feladatok. Emellett az is fontos szempont, hogy igyekezzünk ne csupán egy-egy irányzatnak, illetve tankönyvnek megfelelően, hanem minél általánosabb megközelítésben elemezni

a felmerülő problémákat. Példatárunkkal pontosan ebbe az irányba kívánunk lépéseket tenni. Ezen felül segíteni szeretnénk a mikroökonómiát és piacszerkezeteket oktató kollégák munkáját azzal, hogy a kurzusaikra való felkészülés során ne kelljen a „feladatgyártás" kimerítő munkájával foglalkozniuk, koncentrálhassanak a szakmai kérdésekre.

Módszertani szempontból felhasználóink két típusú feladattal találkozhatnak példatárunkban. Valamennyi fejezetünk feleletválasztós kérdésekkel kezdődik, ahol elsősorban a téma elméleti összefüggéseinek ismeretéről kell olvasóinknak tanúbizonyságot adniuk. Az ezek után található számítási feladatainkban már konkrét termelési értékeket, árakat, stratégiákat stb. kell meghatározni. Természetesen itt is feltétel az elméleti háttér ismerete. Mindkét csoport tartalmaz egyszerűbben és nehezebben megválaszolható kérdéseket, néhány számítási feladatunk kifejezetten magasabb szintű közgazdaságtani tudást, intuíciót és matematikai képességeket igényel. Példáinkat nemcsak nehézségi szintjük, hanem megfogalmazásuk és jelölésrendszerük szempontjából is a sokszínűség jellemzi. Feleletválasztós kérdéseink négy vagy öt válaszlehetőséget tartalmaznak, számítási feladataink bizonyos esetekben egyetlen kérdést tesznek fel, máskor pedig ugyanahhoz a problémához, illetve annak különböző változataihoz kapcsolódóan akár nyolc-kilenc összefüggő kérdésre is választ kérünk. Jelöléseink és szóhasználatunk minden esetben igazodik a szakirodalom hagyományaihoz, mivel azonban a legtöbb fogalmat illetően maga a szakirodalom sem egységes, ezért esetenként mi is többfajta rövidítést, fogalmi elnevezést használunk.

Példatárunk 13 fejezetből áll. Az egyes témák szorosan kapcsolódnak egymáshoz, gyakran egymásra is épülnek. A játékelméleti fejezethez például szükséges néhány bizonytalansági fogalom ismerete, az oligopóliummal foglalkozó feladatok esetenként játékelméleti tudást igényelnek, a jóléti közgazdaságtani kérdéseket tartalmazó fejezetünk pedig megköveteli a fogyasztáselméleti és termeléselméleti jártasságot stb. Tartalmi szempontból példáink egy része valamely szituáció általános körülmények közti leírásából indul ki, ahhoz hasonlít, mint amikor egy matematikai feladatot adunk meg. Többi feladatunk egy-egy kitalált, de a mai valóságban reálisnak tűnő gazdasági szituációt ír le, és ezzel kapcsolatosan tesz fel kérdéseket. Mind a két megközelítés megfelel a magyar oktatási rendszer, illetve gondolkodási forma sajátosságainak. Mellőzzük a nyugati példatárak szájbarágós stílusát, egyszerűen, lényegre törően fogalmazunk. Példáink a magyar, nem az amerikai vagy angol gazdasági élet nyelvezetéhez, fogalmaihoz igazodnak. A közgazdasági gondolkodásmód megtanítása és az érthetőség azonban számunkra is elsődleges szempont. Ezért valamennyi feladatunkhoz rövidebb vagy hosszabb megoldás tartozik, a végeredményt pedig minden esetben közöljük. Egy-egy típuspéldánál a megoldás menetét is elmagyarázzuk. Hosszabb fejezeteinkben alcímekkel segítjük a tájékozódást, és rövidebb fejezeteinkben is egymás után következnek az azonos jellegű feladatok. Oktató kollégáinknak azt javasoljuk, hogy egy-egy kurzus elindítása előtt tekintsék át feladatainkat és válasszák ki azokat, amelyek relevánsak saját tematikájuk szempontjából. Azokat a hallgatókat pedig, akik egyedül szeretnének nekivágni a feladatmegoldás kalandjának, arra kérjük, ne ijedjenek meg, ha egy feladattal nem boldogulnak. Ennek valószínűleg az az oka, hogy még nem ismerik a kérdéskör elméleti hátterét. Ugorják át a feladatot, foglalkozzanak a következővel,

majd később, amikor már több mikroökonómiát és piacszerkezeteket tanultak, térjenek vissza a kihagyott példához.

Feladatgyűjteményünk mellé egy támogató honlapot is készítettünk. Rákattintva a `http://mikrookonomia.tokk.hu` címre, erre a felületre jutnak. (Ugyanezt látják a `http://microeconomics.tokk.hu` címen is.) Itt egy olyan, reményeink szerint egyre inkább közösségivé váló oldalt találnak, ahol a példatár használatához és általában a mikroökonómia oktatásához és tanulásához kaphatnak segítséget, illetve Önök is tehetnek észrevételeket. Szeretnénk, ha ez az internetes oldal folyamatosan fejlődne és eljutna odáig, hogy a feladatgyűjteményünkkel önállóan foglalkozó diákok részére is segítséget tudna nyújtani.

Példatárunk egyedülálló vállalkozás eredménye. A munkában nyolc lelkes közgazdaságtani oktató vett részt négy, nagy presztízsű intézményből[1]: a Budapesti Corvinus Egyetem Közgazdaságtudományi Karáról, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gazdaság- és Társadalomtudományi Karáról, az Eötvös Loránd Tudományegyetem Társadalomtudományi Karáról és a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Karáról. Az alkotói gárda közvetlenül vagy közvetve a magyar mikroökonómiai és piacelméleti oktatás leghaladóbb hagyományait viszi tovább, tanítási és módszertani tapasztalatuk mindenképpen olvasóink előnyére szolgál. Bízunk benne, hogy ez a tapasztalat és a feladatírásban való lelkes részvétel hozzájárul majd ahhoz, hogy olvasóink élvezetes, sok tudást átadó, ugyanakkor komoly szellemi kihívásokra késztető munkának találják példatárunkat. A lelkes munka azonban kizárólag támogatóinknak köszönhetően vezethetett el a példatár tényleges megszületéséig. A kézirat a Gazdasági Versenyhivatal Versenykultúra Központjának támogatása nélkül nem jöhetett volna létre, míg a kézirat véglegesítését és a nyomdai munkálatokat a MOL szponzorálása tette lehetővé. Olvasóink nevében is köszönjük a segítséget! Emellett napi tanítási gyakorlatunk során sokat jelentettek számunka kollégáink és diákjaink észrevételei, melyek mind részévé váltak közös tudásunknak. Kollégáink közül szeretnénk külön kiemelni Gömöri András nevét, akinek a tanácsaira a példatár írása során is több alkalommal támaszkodhattunk.

Budapest 2009. szeptember

A szerzői kollektíva

Előszó az 2. kiadáshoz

A példatár használatakor nagyon sok tapasztalatunk halmozódott fel, szerettük volna ezt is közkincsé tenni olvasóink részére. A Gazdasági Versenyhivatal 2011-es pályázat révén sikerült is felújítanunk, javítanunk a 9. 11. és 13. fejezeteket. Az elektronikus könyvek elterjedése pedig lehetővé tette a példatár kis költségű, elektronikus könyvként való megjelenését. Köszönet érte `https://bookandwalk.hu` lelkes csapatának.

Budapest 2014. november

A kibővült szerzői kollektíva

[1] Továbbá a szerzők egyike a példák készítésekor még a Közép-európai Egyetem mesterképzéses hallgatója volt.

1. fejezet

Fogyasztáselmélet

A mikroökonómiát tanulók többsége általában a fogyasztáselméletet tartja a mikroökonómia legelvontabb területének. A fogyasztói döntés mikroökonómiai magyarázata ugyanis optimalizációs problémaként modellezi a fogyasztói választást. Ehhez azonban több olyan fogalmat kell bevezetni, amelyek igen erős absztrakciót igényelnek. Fogyasztáselméleti fejezetünkben az olvasó biztos alapokra helyezheti a fogyasztó döntési terére, a közömbösségi görbékre, a preferenciákra és a hasznosságra vonatkozó tudását. Az egyéni és a piaci keresleti görbe, illetve az Engel-görbe pedig már konkrét gyakorlati tartalommal rendelkeznek, megmutatják, hogy különböző áron, illetve különböző jövedelmek esetén mennyit vásárol a fogyasztó. A keresleti görbére vonatkozó feladataink közt több olyat találnak, mely az árrugalmassággal foglalkozik. Az árrugalmasság olyan kérdéskör, mely a termelői döntést is erősen befolyásolja. Ugyanakkor ennek a fejezetnek bizonyos feladatai, mint az árváltozás hatásának komponensekre bontása, vagy a kompenzált keresleti görbe rugalmasságai, illetve a szabadidő iránti kereslet meghatározása, túlmutatnak az alapszintű kurzusokon feldolgozott kérdéskörökön, esetenként az erős középhaladó szintet is felülmúlják. Néhány tesztfeladatunk pedig az időbeli döntés problémájával foglalkozik, ezáltal mikroökonómiai eszközöket használ fel a nem tipikusan mikroökonómiai kérdések vizsgálatára. Rövid bevezetőnkben általában nem kívánunk kitérni a fejezetben használt fogalmak definíciójára, jelen esetben azonban a helyettesítési határráta kapcsán kivételt teszünk. Az adott hasznosság mellett az egyik jószágot a másik jószággal való helyettesítés lehetőségét kifejező arányszámot a tankönyvek nagyobb része előjelesen értelmezi, mert általában az egyik jószágot növelve, a másikat csökkenteni kell, ha a hasznosságot változatlanul kívánjuk hagyni. Mi is ehhez a megközelítéshez tartjuk magunkat, felhívjuk azonban olvasóink figyelmét, hogy a forgalomban levő magyar nyelvű mikroökonómia tankönyvek közt van olyan, amely a helyettesítési határrátát abszolút értékben értelmezi.

1.1. Tesztkérdések

Költségvetési egyenes

1. Egy fogyasztó két terméket, könyvet és hanglemezt vásárol. Ha a könyvből vásárolt mennyiséget a vízszintes tengelyen ábrázoljuk, és költségvetési egyenesének meredeksége $-0,5$, akkor ez azt jelenti, hogy
   a) a fogyasztó mindenkor 2 lemezt hajlandó feláldozni egy könyvért;
   b) a fogyasztó mindenkor 1 lemezt hajlandó feláldozni 2 könyvért;
   c) a fogyasztó 2 lemezt tud vásárolni egy könyvért;
   d) a fogyasztó 1 lemezt tud vásárolni 2 könyvért;
   e) a könyvnek a hanglemezre vonatkozó kereszt-árrugalmassága 0,5.
2. Tegyük fel, hogy az X termék ára $P_X = 250$ Ft, míg az Y termék ára $P_Y = 100$ Ft. A fogyasztó költségvetési egyenese párhuzamosan kifelé tolódik (az origótól távolodik), ha változatlan jövedelem mellett
   a) az X termék és az Y termék ára is 50 Ft-tal csökken;
   b) az X termék és az Y termék ára is 20 Ft-tal csökken;
   c) az X termék ára 50 Ft-tal, míg az Y termék ára 20 Ft-tal csökken;
   d) az X termék ára 40 Ft-tal, míg az Y termék ára 10 Ft-tal csökken.
   e) Egyik fenti válasz sem helyes.
3. Egy fogyasztó összes jövedelmét gyümölcsre, méghozzá körtére és banánra költi. Jövedelmét teljesen elköltve 10 kg körtét és 6 kg banánt vehet. Ugyanezt a jövedelmet másképpen elköltve 5 kg körtét és 9 kg banánt tud venni. Ha összes jövedelmét kizárólag banánra költené, akkor ... kg-ot tudna venni.
   a) 12
   b) 15
   c) 25
   d) 29
   e) 32
4. Ha a fogyasztó nominális jövedelme 20%-kal nő, miközben az egyik termék ára 30%-kal, a másiké 20%-kal nő, akkor a költségvetési egyenes
   a) kifelé tolódik, de nem párhuzamosan;
   b) meredeksége és mindkét tengelymetszete megváltozik;
   c) egyik tengelymetszete kifelé, a másik befelé tolódik;
   d) mindkét tengelymetszete változik, miközben meredeksége változatlan marad;
   e) csak az egyik tengelymetszete változik.

5. Andrásnak a CD-lemezekre vonatkozó költségvetési egyenese (ahol Y összetett jószág) a 10 lemez és 6000 Ft jövedelem pontban megtörik, előtte meredekebb, utána laposabb, összesen két különböző meredekségű egyenes szakaszból áll. Eszerint
   a) 10 lemez megvásárlását apja támogatja (egy részét kifizeti), ha ennél többet vesz, azt már az eredeti áron kell megvennie;
   b) bizonyos, hogy 6000 Ft-ból 10 lemezt tud vásárolni;
   c) ha 10-nél több lemezt vesz, akkor minden egyes lemezt olcsóbban vehet meg, mindig ugyanazon a kedvezményes áron;
   d) ha 10-nél több lemezt vesz, akkor minden további darabra árkedvezményt kap.
   e) Egyik válasz sem helyes.
6. Ha a fogyasztónak egyösszegű adót kell fizetnie, akkor az adóztatás következtében
   a) költségvetési egyenese elfordul az y (összetett jószág) tengelymetszet körül, és meredekebb lesz;
   b) költségvetési egyenese elfordul az x tengelymetszet körül, és meredekebb lesz;
   c) költségvetési egyenesén az adó mennyiségének megfelelő összegnél töréspont lesz;
   d) költségvetési egyenese párhuzamosan eltolódik az origó felé.
   e) Egyik válasz sem helyes.
7. Amennyiben egy vállalat a munkavállalóinak ingyenesen élelmiszerutalványt juttat, akkor ezen munkavállalók, mint fogyasztók költségvetési halmazának határa az élelmiszerjegy kézhezvétele után a következőképpen változik (ha a vízszintes tengelyen az élelmiszer, a függőleges tengelyen pedig az összetett jószág szerepel):
   a) meredeksége az élelmiszerutalvány értékének megfelelő mennyiségig továbbra is negatív, de abszolút értékben csökken, utána változatlan;
   b) meredeksége az élelmiszerutalvány értékének megfelelő mennyiségig nő, utána változatlan;
   c) megváltozik a vízszintes tengelymetszete, de a költségvetési halmaz függőleges tengelymetszeten levő pontja nem módosul;
   d) meredeksége az élelmiszerutalvány értékének megfelelő mennyiségig csökken, és mindkét tengelymetszet kifelé tolódik.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.

8. Ha a kormányzat egy adott időszakban valamely termékre az adagolás eszközét alkalmazza, akkor ez azt jelenti, hogy
   a) adott mennyiség után a terméket megadóztatják, így a költségvetési halmaz leszűkül;
   b) adott mennyiség után a termék ára megváltozik, így a költségvetési egyenes meredeksége az adagolt mennyiség után megváltozik;
   c) a költségvetési halmaz határa párhuzamosan befelé tolódik, végig negatív marad, és az adagolt terméket képviselő tengelymetszete pontosan az adagolt mennyiség;
   d) a jószágból a fogyasztás nem lehet nagyobb bizonyos rögzített mennyiségnél;
   e) az adott termék fogyasztását teljes egészében megtiltják, így a költségvetési egyenes az adagolt terméket képviselő tengellyel párhuzamos egyenes lesz.

Preferenciák, hasznosság, helyettesítési határráta

9. Egy közömbösségi görbe mentén biztosan nem változik
   a) a helyettesítési határráta;
   b) a fogyasztó nominális jövedelme;
   c) a jószágkosár összetétele;
   d) a hasznosság;
   e) az előzőek mindegyike változhat.
10. Egy tetszőleges közömbösségi görbe mentén lefelé haladva biztosan igaz, hogy
   a) a helyettesítési határráta csökkenő;
   b) a reáljövedelem csökkenő;
   c) a hasznosság csökkenő.
   d) Mindegyik előző válasz helyes.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
11. Ha egy fogyasztó ugyanazon időpontra vonatkozó közömbösségi görbéi metszik egymást, ez arra utal, hogy...
   a) a helyettesítési határráta nem csökkenő;
   b) a preferenciák nem tranzitívak;
   c) a preferenciák nem teljesek;
   d) a preferenciák nem konvexek;
   e) a preferenciák nem reflexívek.
12. Jancsika a banánt és a narancsot ugyanúgy szereti, mindaddig, míg a banán mennyisége 10 nem lesz. Utána már undorodik a banántól, és csak azzal lehet rávenni, hogy még egy banánt fogyasszon el, ha kap egy narancsot is (a narancsot ugyanis mindig lé formájában fogyasztja, és akármennyit meg tud inni belőle). Ebben az esetben Jancsika közömbösségi görbéi
   a) mindenütt negatív meredekségű egyenes szakaszok;
   b) a közömbösségi térkép 10x10-es négyzetén belül negatív meredekségű egyenes szakaszok, utána pedig pozitív meredekségű félegyenesek;

c) a közömbösségi térkép azon sávjában, ahol a banán még nem nagyobb 10-nél, negatív meredekségű egyenes szakaszok, utána pedig pozitív meredekségű félegyenesek;
d) a közömbösségi térkép azonos sávjában, ahol a narancs még nem nagyobb 10-nél, negatív meredekségű egyenes szakaszok, utána pedig pozitív meredekségű félegyenesek.

13. Három vizsga közül a két legjobb eredménye számít bele az értékelésbe. Jancsika első vizsgája 20 pontos lett. A másik két vizsga eredményére vonatkozó közömbösségi térképen, mindkét tengelyen a 20 pontnál nagyobb tartományt vizsgálva, a közömbösségi görbék
a) „L" alakú görbék. Az „L" sarokpontja bal oldalt alul van;
b) negatív meredekségű, egymással párhuzamos szakaszok;
c) pozitív meredekségű, egymással párhuzamos szakaszok;
d) fordított „L" alakú görbék, a sarokpont a jobb felső sarokban van.

14. Három vizsga közül a legjobb és a legrosszabb eredménye számít bele az értékelésbe. Jancsika első vizsgája 20 pontos lett. A másik két vizsga eredményére vonatkozó közömbösségi térképen, mindkét tengelyen a 20 pontnál nagyobb tartományt vizsgálva, a közömbösségi görbék
a) „L" alakú görbék, az „L" sarokpontja bal oldalt alul van;
b) negatív meredekségű, egymással párhuzamos szakaszok;
c) pozitív meredekségű, egymással párhuzamos szakaszok;
d) fordított „L" alakú görbék, a sarokpont a jobb felső sarokban van.

15. Ha Zoli szigorúan monoton növekvő preferenciákkal rendelkezik a szőlő és aszalt szilva vonatkozásában, akkor
a) közömbösségi görbéi biztosan konvexek;
b) a közömbösségi térképén nem lehet telítettségi pont;
c) a helyettesítési határrátája nem lehet növekvő.
d) Az előzőek mindegyike helyes.
e) Egyik előző válasz sem helyes.

16. Egy fogyasztó szereti a sört és a dinnyét is. Ugyanolyan jól érzi magát, ha 2 üveg sört vagy 2 kg dinnyét fogyaszthat, de rosszabb lenne számára 1 üveg sör és 1 kg dinnye együtt. Tehát a fogyasztó
a) számára a sör és a dinnye tökéletes kiegészítők;
b) számára a sör és a dinnye tökéletes helyettesítők;
c) preferenciái konvexek;
d) preferenciái konkávak;
e) ennyi információ alapján nem tudunk semmit a preferenciáiról.

17. Tekintsük a következő három jószágkosarat:

	Könyv (db)	*Bor (dl)*
A	14	17
B	16	19
C	20	12

Ha a fogyasztó preferenciái jól viselkedő közömbösségi görbékkel írhatók le (azaz a több az jobb, és az átlag jobb, mint a szélsőségek), és A és C jószágkosár ugyanazon a közömbösségi görbén fekszik, akkor a fogyasztó számára
   a) B biztosan preferált C-hez képest;
   b) A preferált B-hez képest;
   c) A lehet közömbös B-vel szemben;
   d) B lehet közömbös C-vel szemben.
   e) Egyik fenti válasz sem feltétlenül helyes.

18. Ha egy fogyasztó preferenciarendezésében az A kosár gyengén preferált B-vel szemben, miközben B gyengén preferált A-val szemben, akkor
   a) a fogyasztó nem lehet racionális;
   b) az A kosár magasabban fekvő közömbösségi görbén helyezkedik el;
   c) az A kosár alacsonyabban fekvő közömbösségi görbén helyezkedik el;
   d) az A és a B kosár ugyanazon a közömbösségi görbén helyezkedik el.
   e) Az adott információk alapján bármelyik fenti eset előfordulhat.

19. Tekintsük az alábbi 3 jószágkosarat. Tudjuk, hogy a fogyasztó számára a sajt és sonka tökéletesen helyettesíti egymást.

	sajt (dkg)	*sonka (dkg)*
A	20	15
B	15	18
C	25	12

Ha C és B kosarak ugyanazon a közömbösségi görbén vannak, akkor
   a) az A kosár preferált C-hez és B-hez képest is;
   b) C és B biztosan ugyanazon a közömbösségi görbén van, mint az A kosár;
   c) lehetséges, de nem feltétlenül igaz, hogy mindhárom kosár ugyanazon a közömbösségi görbén van;
   d) C és B is preferált A-hoz képest;
   e) ennyi adatból nem következtethetünk a preferenciaviszonyra.

20. Ha egy fogyasztó számára 1 színházlátogatás élménye mindig tökéletesen helyettesít 2 mozilátogatást, akkor a hasznosságfüggvénye a színház (X) és a mozilátogatás (Y) vonatkozásában lehet
   a) $U(x, y) = 4x + 2y$;
   b) $U(x, y) = 2x + 4y$;
   c) $U(x, y) = \min\{2x, y\}$;
   d) $U(x, y) = \min\{y, 2x\}$;
   e) $U(x, y) = xy^2$.

21. Egy fogyasztó preferenciáit az alábbi hasznossági függvény írja le: $U = \min(2x, 3y)$. Ezek szerint
    a) az X és Y termék tökéletesen kiegészíti egymást, 2 egység X termékhez mindig 3 egység Y terméket fogyaszt;
    b) közömbösségi görbéinek meredeksége $\frac{2}{3}$;
    c) abban a tartományban, ahol $x < \frac{3}{2}y$, a helyettesítési határráta 0;
    d) a közömbösségi görbék egymásra merőleges egyenesek, és a sarokpontokat összekötő egyenes meredeksége $\frac{3}{2}$.
    e) Egyik válasz sem helyes.
22. Tegyük fel, hogy egy két terméket tartalmazó fogyasztói kosarat megváltoztatunk úgy, hogy az egyik termékből egy egységet kiveszünk, a másik termékből több, mint egy egységet hozzáadunk az eredeti kosárhoz. Ekkor a racionális fogyasztó
    a) az új kosarat értékeli többre;
    b) az eredeti kosarat értékeli többre;
    c) egyformának értékeli az eredeti és az új kosarat;
    d) az eredetit jobbnak, rosszabbnak és közömbösnek is értékelheti az újhoz képest.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
23. Ha egy fogyasztó két olyan jószágkosár közül, amelyekben két különböző termék (X és Y) van, azt preferálja, amelyik az egyik jószágból kevesebbet, miközben a másikból legalább ugyanannyit tartalmaz, akkor
    a) ez a fogyasztó nem lehet racionális;
    b) a helyettesítési határráta növekvő;
    c) a közömbösségi görbék (legalább egy szakaszon) negatív meredekségűek;
    d) a közömbösségi görbék (legalább egy szakaszon) pozitív meredekségűek.
    e) Egyik válasz sem feltétlenül helyes.
24. Két termékre (X és Y) vonatkozóan Aladár preferenciáit az $U(x, y)=x^2y^2$, Béláét az $U(x, y)=\sqrt{xy}$, Csabáét az $U(x, y) = \ln x + \ln y$ hasznossági függvény fejezi ki. Ezek szerint
    a) a három fogyasztó preferenciái különböznek;
    b) a három fogyasztó preferenciái azonosak;
    c) Aladár és Béla azonos, Csaba különböző preferenciákkal rendelkezik;
    d) Béla és Csaba azonos, de Aladár különböző preferenciákkal rendelkezik;
    e) Aladár és Csaba azonos, Béla különböző preferenciákkal rendelkezik.
25. Egy fogyasztónak a kenyérre (kg) és borra (l) (a borból fogyasztott mennyiséget a vízszintes tengelyen ábrázoltuk) vonatkozó helyettesítési határrátája -3. Ez azt jelenti, hogy
    a) a fogyasztó 3 kg kenyeret hajlandó feláldozni egy liter borért;
    b) a fogyasztó 3 kg kenyeret tud vásárolni a piacon egy liter borért;
    c) a fogyasztó 1 kg kenyeret tud vásárolni a piacon három liter borért;
    d) a fogyasztó 1 kg kenyeret hajlandó feláldozni három liter borért;
    e) a kenyérnek a bor árára vonatkozó kereszt-árrugalmassága -3;
    f) a bor árának a kenyérre vonatkozó kereszt-árrugalmassága $+3$.

26. Ha egy fogyasztó két, számára hasznos jószágra vonatkozó helyettesítési határrátája abszolút értékben növekvő, akkor a fogyasztó
    a) preferenciái nem lehetnek monotonak;
    b) a szélsőséges összetételű kosarat preferálja az átlagos összetételű kosárral szemben;
    c) közömbösségi görbéi pozitív meredekségűek.
    d) Az előző válaszok mindegyike helyes.
    e) Az előző válaszok egyike sem helyes.
27. Egy fogyasztó preferenciarendezése a következő hasznossági függvénnyel írható le: $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Ebben az esetben
    a) az (1,1) pontban a helyettesítési határrátája (abszolút értékben) kisebb, mint a (2,2) pontban;
    b) az (1,1) pontban a helyettesítési határrátája (abszolút értékben) ugyanakkora, mint a (2,2) pontban;
    c) az (1,2) pontban a helyettesítési határrátája (abszolút értékben) ugyanakkora, mint a (2, 1) pontban;
    d) az (1,2) pontban a helyettesítési határrátája (abszolút értékben) kisebb, mint a (2, 1) pontban.
    e) Egyik válasz sem helyes.
28. Egy fogyasztó két jószágra vonatkozó helyettesítési határrátája
    a) minden esetben megegyezik a piaci árarányokkal;
    b) azt mutatja, hogy milyen arányban tudja a fogyasztó a piacon az egyik jószágot a másikra cserélni;
    c) a közömbösségi görbe mentén biztosan nem változik;
    d) a közömbösségi görbe meredekségével azonos.
    e) Az előzőek mindegyike helyes.

Optimális választás

29. Egy fogyasztó kávét és süteményt fogyaszt. Tudjuk róla, hogy ha csak az egyiket fogyaszthatja, akkor lényegesen rosszabbul érzi magát, mint amikor mindkét termékből hozzájuthat legalább egy kis mennyiséghez. Egy sütemény ára 200 Ft, egy csésze kávé 100 Ft. Ebben az esetben a fogyasztó akkor költi el jövedelmét optimálisan,
    a) ha az utolsónak vásárolt csésze kávé és sütemény határhaszna éppen megegyezik;
    b) ha az utolsónak vásárolt csésze kávé határhaszna kétszerese a sütemény határhasznának;
    c) ha az utolsónak vásárolt csésze kávé határhaszna fele a sütemény határhasznának;
    d) ha kétszer annyi kávét vásárol, mint amennyi süteményt;
    e) ha fele annyi kávét vásárol, mint amennyi süteményt.

30. Egy nem teljesen racionálisan viselkedő fogyasztó jövedelmét teljesen elköltve hetente 10 üveg sört és 6 üveg ásványvizet vásárol. Egy üveg sör ára 180 Ft/üveg, az ásványvíz ára 120 Ft/üveg. Ha ebben a fogyasztási pontban a helyettesítési határráta abszolút értéke 2,5, akkor (amennyiben a sörből fogyasztott mennyiség szerepel a vízszintes, az ásványvízből fogyasztott mennyiség pedig a függőleges tengelyen és biztos, hogy az optimum belső pont) az optimális jószágkosár eléréséhez (ha racionális)
    a) a sör fogyasztását növelni, az ásványvíz fogyasztását csökkentenie kellene, mert a helyettesítési határráta abszolút értéke nagyobb, mint a költségvetési egyenes abszolút értékben vett meredeksége;
    b) a sör fogyasztását csökkenteni, az ásványvíz fogyasztását növelnie kellene, mert a helyettesítési határráta abszolút értéke nagyobb, mint a költségvetési egyenes abszolút értékben vett meredeksége;
    c) a sör fogyasztását növelni, az ásványvíz fogyasztását csökkentenie kellene, mert a helyettesítési határráta abszolút értéke kisebb, mint a költségvetési egyenes abszolút értékben vett meredeksége;
    d) a sör fogyasztását csökkenteni, az ásványvíz fogyasztását növelni kellene, mert a helyettesítési határráta abszolút értéke kisebb, mint a költségvetési egyenes abszolút értékben vett meredeksége;
    e) nem kellene változtatnia sem a sör, sem az ásványvíz mennyiségét, mert a megvásárolt kosár éppen az optimális választás.

31. Egy fogyasztó hasznosságfüggvénye $U(x, y) = xy^2$. Fogyasztónk optimális választás esetén X-ből 4-et, Y-ból 1-et fogyaszt. Ebben az esetben X jószág ára az Y jószág árának
    a) nyolcada;
    b) negyede;
    c) nyolcszorosa;
    d) két és félszerese;
    e) egyik sem a fentiek közül.

32. Egy jól viselkedő preferenciákkal rendelkező édességkedvelő fogyasztó havonta mindig 3000 Ft-ot költ csokoládéra (x) és nyalókára (y). Ha csak nyalókát vásárolna, havi 16 db-ot tudna ebből a pénzből megvásárolni. A csoki ára 150 Ft/db. Mekkora a helyettesítési határráta abszolút értéke a közömbösségi görbe azon pontjában, amely az optimális választást jelenti, feltéve, hogy mindkét termékből pozitív mennyiséget fogyaszt?
    a) 1,5
    b) 1,25
    c) 0,8
    d) 0,5
    e) 2,4

33. Ha egy fogyasztónak el kell költenie összes jövedelmét két termék valamilyen kombinációjára, és azt választja, hogy az összes pénzt csak az egyik termékre költi, akkor
    a) a másik termék bizonyosan káros jószág;
    b) az egyik termék határhaszna bizonyosan zérus;
    c) a két termék bizonyosan egymást tökéletesen kiegészítő jószág;
    d) a két termék bizonyosan egymást tökéletesen helyettesíti.
    e) Egyik válasz sem feltétlenül helyes.
34. Tökéletesen helyettesítő jószágok esetén
    a) az optimális választás csak sarokmegoldás lehet;
    b) optimális választásnál a helyettesítési határráta abszolút értéke és a piaci árarány sohasem egyezhet meg;
    c) optimális választásnál az árarányok szükségképpen megegyeznek a határhasznok arányaival;
    d) az optimális választás mindig az origóból induló azonos sugáron lesz valamennyi közömbösségi görbén;
    e) adott feltételek esetén több optimális választás is lehet.

Kinyilvánított preferencia

35. Egy fogyasztó egy bizonyos készlettel, (x, y)-nal rendelkezik az X és az Y jószágból. Jövedelmét készletének piaci árakon vett értéke határozza meg. Az adott árakon X jószágból többet, Y jószágból pedig kevesebbet fogyaszt, mint a készlete. Amennyiben az X jószág ára csökken, az Y jószágé pedig növekszik, akkor fogyasztónk helyzete
    a) rosszabb lesz;
    b) jobb lesz;
    c) nem változik, hisz a készlete se változik;
    d) biztosan nem lesz jobb, mint régen.
    e) A fentiek alapján nem lehet eldönteni.
36. Egy fogyasztó egy bizonyos készlettel, (x, y)-nal rendelkezik az X és az Y jószágból. Jövedelmét készletének piaci árakon vett értéke határozza meg. Az adott árakon X jószágból kevesebbet, Y jószágból pedig többet fogyaszt, mint a készlete. Amennyiben az X jószág ára csökken, az Y jószágé pedig nő, akkor fogyasztónk helyzete
    a) rosszabb lesz;
    b) jobb lesz;
    c) nem változik, hisz a készlete se változik;
    d) biztosan nem lesz jobb, mint régen.
    e) A fentiek alapján nem lehet eldönteni.

37. A kinyilvánított preferencia gyenge axiómája szerint,
    a) amennyiben az A jószágkosár (akár közvetlenül, akár közvetve) kinyilvánítottan preferált a B jószágkosárhoz képest, és a B jószágkosár nem azonos az A jószágkosárral, akkor B jószágkosár nem lehet kinyilvánítottan (sem közvetlenül, sem közvetve) preferált az A jószágkosárhoz képest;
    b) amennyiben az A jószágkosár (akár közvetlenül akár közvetve) kinyilvánítottan preferált a B jószágkosárhoz képest, és a B jószágkosár nem azonos az A jószágkosárral, attól még B jószágkosár lehet kinyilvánítottan (közvetlenül, vagy közvetve) preferált az A jószágkosárhoz képest;
    c) amennyiben az A jószágkosár közvetlenül kinyilvánítottan preferált a B jószágkosárhoz képest, és a B jószágkosár nem azonos az A jószágkosárral, akkor B jószágkosár nem lehet közvetlenül kinyilvánítottan preferált az A jószágkosárhoz képest.
    d) A fentiek közül két állítás is helyes.
    e) Egyik fenti állítás se helyes.

38. A kinyilvánított preferencia erős axiómája szerint az alábbi állítások mindenképp igazak:
    a) Amennyiben az A jószágkosár (akár közvetlenül akár közvetve) kinyilvánítottan preferált a B jószágkosárhoz képest, és a B jószágkosár nem azonos az A jószágkosárral, akkor B jószágkosár nem lehet kinyilvánítottan (sem közvetlenül, sem közvetve) preferált az A jószágkosárhoz képest.
    b) Amennyiben az A jószágkosár (akár közvetlenül akár közvetve) kinyilvánítottan preferált a B jószágkosárhoz képest, és a B jószágkosár nem azonos az A jószágkosárral, attól még B jószágkosár lehet kinyilvánítottan (közvetlenül, vagy közvetve) preferált az A jószágkosárhoz képest.
    c) Amennyiben az A jószágkosár közvetlenül kinyilvánítottan preferált a B jószágkosárhoz képest, és a B jószágkosár nem azonos az A jószágkosárral, akkor B jószágkosár nem lehet közvetlenül kinyilvánítottan preferált az A jószágkosárhoz képest.
    d) Az axióma fennállása esetén fentiek közül két állítás is igaz, bár maga az axióma csak az egyik állítással azonos.
    e) Egyik fenti állítás se helyes.

Jövedelemajánlati és árajánlati görbe, Engel-görbe, egyéni keresleti görbe

39. A jövedelemajánlati görbe
    a) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, növekvő jövedelem és változó árak esetén;
    b) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, változó jövedelem és változatlan árak esetén;
    c) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, változatlan jövedelem és változó árak esetén;
    d) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, változatlan nominális jövedelem és változó reáljövedelem esetén.
    e) Egyik válasz sem helyes.
40. Az árajánlati görbe
    a) explicit módon fejezi ki az árak, a jövedelem és a fogyasztás kapcsolatát;
    b) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, változó jövedelem és változatlan árak esetén;
    c) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, változatlan jövedelem és az adott jószág változó árai esetén;
    d) a fogyasztó optimális választásait képviselő pontok halmaza a jószágtérben, változatlan jövedelem és mindkét termék arányosan változó árai esetén.
    e) Egyik válasz sem helyes.
41. Ha a jószágtér x tengelyén ábrázolt termék árajánlati görbéje pozitív meredekségű, akkor az X termék
    a) keresleti görbéje is pozitív meredekségű;
    b) keresleti görbéje negatív meredekségű;
    c) keresleti görbéje egy függőleges egyenes;
    d) jövedelemajánlati görbéje negatív meredekségű.
    e) Az előzőek bármelyike előfordulhat.
42. Ha a jószágtér x tengelyén ábrázolt termék árajánlati görbéje negatív meredekségű, akkor az X termék
    a) keresleti görbéje pozitív meredekségű;
    b) keresleti görbéje is negatív meredekségű;
    c) jövedelemajánlati görbéje negatív meredekségű;
    d) Az előzőek bármelyike előfordulhat.
43. Ha János banánra és almára vonatkozó jövedelemajánlati görbéje egy bizonyos jövedelemtartományban negatív meredekségű, akkor bizonyos, hogy számára azon a szakaszon
    a) mindkét gyümölcs normál jószág;
    b) mindkét gyümölcs inferior jószág;
    c) az egyik gyümölcs normál, a másik inferior jószág;
    d) az egyik gyümölcs közönséges, a másik Giffen-jószág;
    e) mindkét gyümölcs Giffen-jószág.

44. Kvázilineáris preferenciák esetén
    a) valamelyik jószágból a jövedelemajánlati görbe minden pontjában azonos a fogyasztott mennyiség;
    b) a közömbösségi görbék egymás origóból felnagyított képei;
    c) a közömbösségi görbék egymás valamelyik tengellyel párhuzamos eltoltjai (bár van olyan, aminek nem minden pontja releváns);
    d) valamennyi jószág a mennyiségével egyenes arányban járul hozzá a hasznossághoz.
45. Homotetikus preferenciák esetén a jövedelemajánlati görbe
    a) az origóból induló félegyenes;
    b) párhuzamos valamelyik tengellyel;
    c) egy darabig növekszik, azután csökken;
    d) mindig rendelkezik egy pozitív meredekségű szakasszal;
    e) egybeesik az árajánlati görbével.
46. Ha egy fogyasztó kenyérre vonatkozó Engel-görbéje a havi 100 ezer Ft feletti jövedelemtartományban negatív meredekségű, akkor ebben a jövedelemtartományban a fogyasztó számára a kenyér
    a) normál jószág;
    b) közönséges jószág;
    c) alsóbbrendú (inferior) jószág, de biztosan nem Giffen-jószág;
    d) biztosan Giffen-jószág.
    e) Egyik válasz sem feltétlenül helyes.
47. Giffen-jószág esetén a jószág árváltozásának jövedelmi hatása
    a) abszolút értékben mindig nagyobb, mint a helyettesítési hatás;
    b) abszolút értékben mindig kisebb, mint a helyettesítési hatás;
    c) abszolút értékben lehet kisebb és nagyobb is, mint a helyettesítési hatás;
    d) lehet azonos előjelű, mint a helyettesítési hatás.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
48. Az egyéni keresleti görbe egy adott tartományban csak akkor lehet pozitív meredekségű, ha ebben a tartományban
    a) a jövedelemajánlati görbe negatív meredekségű;
    b) az árajánlati görbe pozitív meredekségű;
    c) a jövedelemajánlati görbe pozitív, az árajánlati görbe negatív meredekségű;
    d) az Engel-görbe is pozitív meredekségű.
    e) Egyik válasz sem helyes.

49. Az árajánlati görbe egy adott tartományban a vízszintes (x) tengellyel párhuzamos egyenes, akkor a vízszintes (x) tengelyen levő jószág keresleti görbéje ebben a tartományban (a függőleges tengelyen az összetett jószág szerepel)
    a) ugyancsak vízszintes egyenes;
    b) tökéletesen árrugalmatlan;
    c) egységnyi árrugalmasságú;
    d) negatív meredekségű lineáris egyenes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
50. Ha egy fogyasztó számára a kávé és a kávétejszín tökéletesen kiegészítő javak, akkor a kávé egyéni keresleti függvénye
    a) függőleges egyenes;
    b) vízszintes egyenes;
    c) negatív meredekségű lineáris egyenes;
    d) egymásra merőleges, derékszögű egyenesekből áll.
    e) Egyik válasz sem helyes.

Teljes árhatás felbontása

51. A fogyasztó reáljövedelme a Szluckij-féle reáljövedelem felfogás szerint egy jószág árának emelkedése után nem változik, ha a fogyasztót akkora pénzjövedelemmel kompenzáljuk, hogy
    a) az eredeti, áremelkedés előtti fogyasztói kosár megvásárolható;
    b) az eredeti, áremelkedés előtti hasznossági szint elérhető;
    c) a nominális jövedelem a termék árának emelkedésével azonos arányban nő;
    d) az így kapott jövedelmét teljes egészében a megváltozott árú jószágra költve továbbra is ugyannyit tudjon venni, mint az eredeti pénzjövedelemből.
52. Ha a fogyasztó egy normál jószág árnövekedésekor Hicks-féle jövedelemkompenzációban részesül, akkor a haszonmaximalizáló fogyasztó által
    a) az adott jószágból vásárolt mennyiség a kompenzáció miatt változatlan;
    b) az adott jószágból vásárolt mennyiség ugyanannyival csökken, mint kompenzáció nélkül;
    c) az adott jószágból vásárolt mennyiség nagyobb mértékben csökken, mint kompenzáció nélkül;
    d) az elérhető hasznossági szint változatlan.
    e) Egyik sem helyes.
53. Egy jószág árnövekedésének helyettesítési hatása következtében
    a) mind a normál, mind az inferior jószágok fogyasztása csökken;
    b) az inferior jószágok fogyasztása nő;
    c) a Giffen-jószágok fogyasztása nő.
    d) Egyik válasz sem helyes.

54. Ha egy jószág kereslete egy fogyasztó számára egy adott ártartományban tökéletesen árrugalmatlan, akkor
    a) ezen jószág árajánlati görbéje a közömbösségi térképen (ahol a kérdéses jószág szerepel a vízszintes tengelyen) egy függőleges egyenes;
    b) az árváltozás teljes hatása 0;
    c) bizonyosan inferior jószágról van szó.
    d) Az előző válaszok mindegyike igaz.
    e) Egyik válasz sem helyes.
55. Ha egy jószág jövedelemrugalmassága 0, akkor
    a) az Engel-görbe egy függőleges egyenes;
    b) különböző jövedelmek mellett ugyanakkora a fogyasztás;
    c) a teljes árhatás megegyezik a helyettesítési hatással;
    d) a termékre költött jövedelemhányad a jövedelemváltozás irányával ellentétes irányban változik.
    e) Mindegyik válasz helyes.
56. Ha egy fogyasztó egy inferior, de nem Giffen-jószág árnövekedésekor Hicks-féle jövedelemkompenzációban részesül, akkor a haszonmaximalizáló fogyasztó által a kompenzáció esetén vásárolt mennyiség a kompenzáció nélkül vásárolt mennyiséghez képest
    a) változatlan;
    b) kevesebb;
    c) több.
    d) Ennyi információból nem lehet eldönteni, hogy több, vagy kevesebb.
57. Valamely jószág árváltozásának soha nincs helyettesítési hatása, ha
    a) a teljes árhatás is 0;
    b) tökéletesen kiegészítő javakról van szó;
    c) tökéletesen helyettesítő jószágokról van szó;
    d) inferior jószágról van szó.
    e) A fentiek közül egyik esetben sincs helyettesítési hatás.
58. Tökéletesen kiegészítő javak árváltozása esetén
    a) a helyettesítési hatás mindig 0;
    b) a jövedelmi hatás mindig 0;
    c) a teljes árhatás mindig 0.
    d) Bármelyik eset előfordulhat.

Keresletrugalmasság

59. Piaci megfigyelések alapján a rostos üdítőitalok kereslete árrugalmas. Eszerint, ha az üdítőitalok ára nő, akkor ceteris paribus
    a) a rostos üdítőitalok eladott mennyisége felére csökken;
    b) a rostos üdítőitalokat forgalmazók árbevétele nő;
    c) a fogyasztók rostos üdítőitalokra fordított kiadásainak összege csökken;
    d) a rostos üdítőitalok kínálata nagyobb mértékben nő, mint a piaci ár.
    e) Egyik fenti válasz sem feltétlenül helyes.

60. Ha a gyógyszerek kereslete – adott jövedelemszinten - tökéletesen árrugalmatlan, akkor árának növekedése esetén (ceteris paribus)
    a) a vásárlók továbbra is ugyanannyit költenek gyógyszerre;
    b) a gyógyszert eladók bevétele változatlan;
    c) a fogyasztók továbbra is ugyanannyi gyógyszert vásárolnak;
    d) a keresleti görbe vízszintes egyenes (amennyiben a gyógyszer szerepel a közömbösségi térkép vízszintes tengelyén).
    e) A fentiek mindegyike igaz.
61. Ha a benzin keresletének árrugalmassága $-0,5$, akkor ez közelítőleg azt jelenti, hogy
    a) ha 5 Ft-tal nő a benzin ára, akkor havi 10 literrel kevesebbet vásárolnak a fogyasztók;
    b) ha 5 Ft-tal nő a benzin ára, akkor havi 2,5 literrel kevesebbet vásárolnak a fogyasztók;
    c) ha 5 %-kal nő a benzin ára, akkor havi 10%-kal kevesebbet vásárolnak a fogyasztók;
    d) ha 5 %-kal nő a benzin ára, akkor 2,5 %-kal kevesebbet vásárolnak a fogyasztók.
62. Egy fogyasztó két jószágot fogyaszt. Az egyik jószágra vonatkozó keresleti görbéje $x_1(p_1) = 50 - p_1$, a másik jószágra vonatkozó keresleti görbéje $x_2(p_2) = 28 - 0,4p_2$. Abban az ártartományban, melyben mindkét jószág kereslete pozitív, milyen a két jószág saját-árrugalmasságának viszonya (abszolút értékben véve)?
    a) Az első jószág árrugalmasabb.
    b) A második jószág árrugalmassága a magasabb.
    c) Egyforma az árrugalmasság.
    d) Van olyan ártartomány, ahol az első, miközben egy másik ártartományban a másodiké magasabb.
    e) Ennyi információból nem eldönthető.
63. Péter havi ösztöndíját kizárólag könyvekre és CD-kre költi. Ha a CD-k kereslete számára árrugalmas, akkor a CD-k árának növekedése következtében (változatlan jövedelem és könyvár esetén)
    a) több könyvet fog venni;
    b) kevesebb könyvet fog venni;
    c) továbbra is ugyanannyi könyvet fog venni.
    d) Az előző esetek bármelyike előfordulhat.
64. Ha a tej normál jószág, akkor jövedelemrugalmassága
    a) negatív;
    b) kisebb egynél, de pozitív;
    c) abszolút értékben egynél nagyobb;
    d) egynél kisebb és nagyobb is lehet, de pozitív;
    e) éppen egységnyi.

65. Ha Fogyi Fanni jövedelmének felét a kefir árától és saját jövedelmétől függetlenül mindig kefírre költi, akkor számára a
    a) kefír kereslete tökéletesen árrugalmatlan;
    b) kefir kereslete tökéletesen jövedelemrugalmatlan;
    c) kefir keresletének jövedelemrugalmassága $m/2p$, ahol m a jövedelme, p a kefir ára;
    d) kefir keresletének árrugalmassága egységnyi;
    e) kefir kereslete tökéletesen árrugalmas.
66. Egy fogyasztó számára az X terméknek az Y termék árára vonatkozó kereszt-árrugalmassága -1. Ebben az esetben az Y termék árának ceteris paribus csökkenése
    a) nem változtatja meg sem az X, sem az Y termék eladóinak bevételét;
    b) növeli az X termék eladóinak bevételét, miközben az Y termék eladóinak bevétele bizonyosan csökken;
    c) csökkenti az X termék eladóinak bevételét, miközben az Y termék eladóinak bevétele bizonyosan nő;
    d) növeli az X termék eladóinak bevételét, miközben az Y termék eladóinak bevétele nőhet, csökkenhet vagy akár változatlan is maradhat;
    e) nem változtatja meg az Y termék eladóinak bevételét, miközben az X termék eladóinak bevétele nőhet, csökkenhet vagy akár változatlan is maradhat.
67. Ha a kenyér keresett mennyisége 5%-kal nőtt, és a kenyér jövedelemrugalmassága $-0,4$, akkor a fogyasztó jövedelme
    a) 0,08%-kal csökkent;
    b) 4%-kal nőtt;
    c) 2 %-kal csökkent;
    d) 12,5%-kal csökkent.
    e) Egyik válasz sem helyes.

Vétel és eladás, munkakínálat

68. A készletjövedelmi hatás
    a) az árarányváltozás miatti keresletváltozás;
    b) az árváltozás következményeként a reáljövedelem változása miatt bekövező keresletváltozás;
    c) az árváltozásnak az indulókészlet értékét megváltoztató hatása miatt bekövetkező keresletváltozás;
    d) az árváltozás miatt bekövetkező teljes keresletváltozás.
    e) Az összes előző válasz helyes.
69. Amennyiben egy munkavállalónak a túlóráért fizetett órabére emelkedik, akkor Szluckij jövedelemkompenzáló módszerét használva
    a) csak helyettesítési hatás érvényesül;
    b) csak jövedelmi hatás érvényesül;
    c) helyettesítési és jövedelmi hatás egyidejűleg érvényesül.
    d) Bármelyik előző eset bekövetkezhet.

70. Ha a szabadidő normál jószág, és az órabér emelkedik, akkor
    a) a jövedelmi és helyettesítési hatás egyaránt növeli a munkakínálatot;
    b) a jövedelmi és helyettesítési hatás egyaránt csökkenti a munkakínálatot;
    c) csak a jövedelmi hatás növeli a munkakínálatot;
    d) csak a helyettesítési hatás növeli a munkakínálatot;
    e) a helyettesítési hatás csökkenti, a jövedelmi hatás növeli a munkakínálatot.
71. Ha a szabadidő normál jószág, akkor a nem munkából származó jövedelem növekedése következtében
    a) a munkakínálati görbe jobbra tolódik;
    b) a munkakínálati görbe balra tolódik;
    c) a munkakínálati görbe nem változik, csak lefelé mozgunk a görbén;
    d) a munkakínálati görbe nem változik, csak felfelé mozgunk a görbén;
    e) a munkakínálati görbe visszahajló szakaszára jutunk.
72. Egy bizonyos munkavállaló nem munkajellegű jövedelme megnő, miközben órabére változatlan. A szabadidőt normál jószágnak tekintve, ekkor bizonyosan nem változik meg
    a) a költségvetési egyenes tengelymetszete;
    b) a napi munkaidő mennyisége;
    c) az egyéni munkakínálati görbe;
    d) a költségvetési egyenes meredeksége.
    e) Az előzőek mindegyike megváltozik.
73. Ha a szabadidő a teljes értelmezési tartományon inferior jószág, akkor
    a) a munkakínálati görbe sose lehet visszahajló;
    b) a munkakínálati görbe legalább egy szakaszon visszahajló;
    c) az órabér növekedésekor a munkavállaló biztosan kevesebbet dolgozik.
    d) A fentiek közül két válasz is helyes.

Piaci kereslet

74. Egy jószág piaci keresleti függvénye
    a) a fogyasztók szükségleteit fejezi ki adott jószágból;
    b) azt a mennyiséget adja meg, amelyet egyetlen, most érvényben levő áron vásárolnak a fogyasztók;
    c) megmutatja, hogy különböző árakon a fogyasztók mennyit képesek és hajlandók vásárolni;
    d) mindig függ a kínálat alakulásától is.
    e) Az előzőek mindegyike helyes.

75. Egy jószág piacán 50 A típusú, 100 B típusú és 150 C típusú fogyasztó van. Az A típusú fogyasztó kereslete: $D_A(p) = \max\{20 - p, 0\}$ egy B típusú fogyasztó kereslete: $D_B(p) = \max\{45 - 5p, 0\}$, egy C típusú fogyasztó kereslete: $D_C(p) = \max\{24 - 2p, 0\}$. Mennyi lesz a piacon keresett mennyiség, ha a jószág ára 10?
    a) 1100
    b) 1600
    c) 1750
    d) 2050

76. Egy termék piacán két, ugyanannyi fogyasztót tartalmazó vásárlói csoport van. Azt is tudjuk, hogy a két fogyasztói csoport keresleti görbéi azonos meredekségű lineáris egyenesek, de a p (függőleges) tengelymetszet különböző. Ekkor
    a) az inverz piaci keresleti görbe meredeksége minden ártartományban ugyanolyan lesz, mint az egyes csoportok inverz keresleti görbéjének meredeksége;
    b) lesz olyan ártartomány, ahol az inverz piaci keresleti görbe meredeksége ugyanolyan, miközben egy másik ártartományban laposabb lesz, mint az egyes csoportok inverz keresleti görbéjének meredeksége;
    c) lesz olyan ártartomány, ahol az inverz piaci keresleti görbe meredeksége ugyanolyan, miközben egy másik ártartományban meredekebb lesz, mint az egyes csoportok inverz keresleti görbéjének meredeksége;
    d) az inverz piaci keresleti görbe meredeksége minden ártartományban eltérő meredekségű lesz, mint az egyes csoportok inverz keresleti görbéjének meredeksége.

77. A kereslet törvénye azt állítja, hogy
    a) ha egy jószág normál jószág, akkor a jövedelemcsökkenés következtében a jószág fogyasztása csökken és megfordítva;
    b) ha egy jószág normál jószág, akkor árának csökkenése következtében a jószág fogyasztása csökken és megfordítva;
    c) a keresleti görbe bármely jószág esetén minden ártartományban csak csökkenő lehet;
    d) a fogyasztó akkor költi el optimálisan jövedelmét, ha a rendelkezésére álló jövedelem mellett a legnagyobb hasznossági szintet éri el;
    e) a keresletre vonatkozó összefüggések csak akkor értelmezhetőek, ha a fogyasztók szigorúan monoton és konvex preferenciákkal rendelkeznek.
    f) Egyik válasz sem helyes.

78. A kereslet extenzív határon történő alkalmazkodása annak a problémának a vizsgálatát jelenti, hogy megváltozik-e a keresett mennyiség,
    a) ha új potenciális fogyasztók lépnek be a piacra;
    b) ha a piacon ott levő fogyasztók a megváltozott árhoz igazítják a keresett mennyiségét;
    c) ha az árváltozás jövedelmi hatása miatt a fogyasztók megváltoztatják az általuk keresett mennyiséget.
    d) Az előzőek mindegyike az extenzív határon történő alkalmazkodás példája.

79. A sertéshús piaci keresleti görbéjének eltolódását az alábbiak közül melyik nem okozhatja?
    a) a csirkehús árának változása;
    b) a fogyasztók jövedelmének változása;
    c) a sertéshús árának változása;
    d) az egészséges, zsírszegény étkezést preferáló életmód sikeres reklámozása;
    e) a sertéshúst fogyasztók számának változása.
80. Amennyiben a DVD-filmek ára csökken, akkor (ha a DVD és mozijegy egymást helyettesítő termékek, és mindkettő normál jószág)
    a) a DVD-filmek keresleti görbéje jobbra tolódik, miközben a mozijegyek keresleti görbéje feltehetőleg balra tolódik;
    b) a DVD-filmek keresleti görbéje balra, miközben a mozijegyek keresleti görbéje jobbra tolódik;
    c) a DVD-filmek keresleti görbéje nem változik, miközben a mozijegyek keresleti görbéje balra tolódik;
    d) mindkét keresleti görbe jobbra tolódik.
    e) Egyik előző válasz sem feltétlenül helyes.
81. Egy termék piacán bizonyosan fogyasztói többletet élveznek azok a fogyasztók,
    a) akik az adott termékből az átlagosnál jobb minőségűt vesznek;
    b) akiknek a jószágra vonatkozó rezervációs ára nagyobb annak piaci áránál;
    c) akik akciós áron vásárolnak;
    d) akik nem vásárolnak meg egy adott jószágot.
    e) Egyik válasz sem helyes.

A fogyasztó időbeli döntése

82. Egy fogyasztó az első, illetve a második időszakban rendre $(m_1,\ m_2)$ nominális jövedelemre tesz szert, és $(c_1,\ c_2)$ (univerzális) jószágot fogyaszt. Infláció nincs, a piaci kamatláb r. A fogyasztó jelenidejű intertemporális költségvetési egyenese:
    a) $(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$;
    b) $c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$;
    c) $c_1 + c_2 = m_1 + m_2$.
    d) Mind az a), mind a b) egyenlet tekinthető a kérdéses költségvetési egyenes jelenidejű alakjának.
    e) Egyik fenti válasz se helyes.

83. Egy fogyasztó az első, illetve a második időszakban rendre $(m_1,\ m_2)$ nominális jövedelemre tesz szert, és $(c_1,\ c_2)$ (univerzális) jószágot fogyaszt. Infláció nincs, a piaci kamatláb r. A fogyasztó jövőidejű intertemporális költségvetési egyenese:
    a) $(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$;
    b) $c_1 + \frac{c_2}{1+\ r} = m_1 + \frac{m_2}{1+\ r}$;
    c) $c_1 + c_2 = m_1 + m_2$.
    d) Mind az a), mind a b) egyenlet tekinthető a kérdéses költségvetési egyenes jelenidejű alakjának.
    e) Egyik fenti válasz se helyes.

84. Egy fogyasztó az első, illetve a második időszakban rendre $(m_1,\ m_2)$ nominális jövedelemre tesz szert, és $(c_1,\ c_2)$ (univerzális) jószágot fogyaszt. Az inflációs ráta δ, a piaci kamatláb r. A fogyasztó jelenidejű intertemporális költségvetési egyenese:
    a) $c_1 + \frac{c_2}{1+\ r} = m_1 + \frac{m_2}{1+\ r}$;
    b) $c_1 + \frac{c_2}{(1+\ r)(1+\delta)} = m_1 + \frac{m_2}{(1+\ r)(1+\delta)}$;
    c) $c_1 + \frac{c_2}{(1+\ r)\delta} = m_1 + \frac{m_2}{(1+\ r)\delta}$;
    d) $c_1 + c_2 = m_1 + m_2$.
    e) Egyik fenti válasz se helyes.

85. Amennyiben a piaci kamatláb kölcsönzés és kölcsönadás esetén is 10%, akkor az intertemporális költségvetési egyenes meredeksége
    a) $-0,9$;
    b) -1;
    c) $-1,1$;
    d) $-0,1$.
    e) Egyik fenti válasz se helyes.

86. Egy kétidőszakos modellben egy fogyasztó jelenleg pénzt kér kölcsön az első időszakban. A piaci kamatláb kölcsönzés és kölcsönadás esetén is ugyanaz. Amennyiben a kamatláb emelkedik, akkor ez a fogyasztó
    a) jobban jár;
    b) rosszabbul jár;
    c) nem jár jobban;
    d) elképzelhető, hogy nem jár rosszabbul, de az is hogy rosszabbul jár.

87. Egy kétidőszakos modellben egy fogyasztó jelenleg pénzt ad kölcsön az első időszakban. A piaci kamatláb kölcsönzés és kölcsönadás esetén is ugyanaz. Amennyiben a kamatláb emelkedik, akkor ez a fogyasztó
    a) pénzt fog kölcsönkérni;
    b) pontosan az adott időszakban megkapott jövedelmét fogja elfogyasztani;
    c) továbbra is pénzt fog kölcsönadni.
    d) A fentiek közül bármelyik eset előfordulhat.

88. Egy kétidőszakos modellben egy fogyasztó mindkét időszakban csak mikroökonómia (m) és statisztika (s) korrepetálást fogyaszt. Hasznossági függvénye: $U = \min\{m_1,\ m_2\} \cdot \min\{s_1, s_2\}$, ahol az index az egyes időszakok fogyasztására utal. A mikroökonómia korrepetálás ára 2000 Ft, a statisztika korrepetálásé 1000 Ft. A kamatláb 5%. Fogyasztónk az első időszakban 20 óra mikroökonómia korrepetálást vásárol. Hány óra lesz a második időszaki fogyasztása statisztika korrepetálásból?
    a) 10
    b) 20
    c) 40
    d) 80
    e) Ennyi információból nem lehet meghatározni.
89. Ádám majd meghal Éva csókjáért. Sajnos a csók is pénzbe kerül, de Ádámnak szerencsére van erre költhető jövedelme. Kétidőszakos modellünkben a csók ára mindkét időszakban változatlan, a kamatláb 10%. Ádám számára az első időszakban kapott csók és a második időszakban kapott csók tökéletesen helyettesítik egymást. Mikor fog Ádám csókot vásárolni?
    a) csak az első időszakban;
    b) csak a második időszakban;
    c) mindkét időszakban;
    d) soha.
    e) Ennyi információból nem lehet meghatározni.

1.2. Számítási feladatok

Költségvetési egyenes

1. Lajos ebédelni indul a büfébe 2000 Ft-tal a zsebében, ez az az összeg, amit a mai ebédjére szán. Lajost a büfé kínálatából csak két termék, a rántott hús és a sült krumpli érdekli. Tegyük fel, hogy egy szelet rántott hús 300 Ft, 10 dkg sült krumpli pedig 200 Ft. Határozzuk meg Lajos költségvetési halmazát és írjuk fel költségvetési egyenesének egyenletét!
2. Egy falu önkormányzata 10 millió Ft-ból gazdálkodhat egy hónapban. A falu tanácsa úgy döntött, hogy közútfejlesztésre, illetve a vízvezetékhálózat korszerűsítésére költik ezt az összeget. Egy 10 méteres útszakasz aszfaltozása 500e Ft-ba, egy 10 méteres vízvezeték cseréje pedig 200e Ft-ba kerül. Határozzuk meg az önkormányzat költségvetési halmazát és írjuk fel költségvetési egyenesének egyenletét!
3. Egy fogyasztó jövedelme 100e Ft. Két terméket fogyaszt, élelmiszert, (x_1) és ruházati cikket, (x_2). Az élelmiszer (átlag)ára 10e Ft, a ruházati cikk (átlag)ára 50e Ft.
    a) Ábrázoljuk a fogyasztó költségvetési halmazát, írjuk fel a költségvetési korlát egyenletét!
    b) Hány egységet vásárolhat maximum az egyes termékekből, ha a teljes jövedelmét az adott termékre költi?

c) Hány egység élelmiszerről kell lemondania egy egység ruházati cikkért cserébe?
A következő kérdéseknél mindig az eredeti állapotból induljunk ki! Amikor csak lehetséges, készítsünk magunknak ábrát is!
d) Ha a fogyasztó jövedelme 150e Ft-ra változik, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?
e) Ha az élelmiszer ára 25e Ft-ra nő, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?
f) Ha a ruházati cikk ára 20e Ft-ra csökken, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?
g) Ha a drágább termék ára 150e Ft-ra, az olcsóbbiké pedig 30e Ft-ra nő, akkor mennyivel kell növelni a fogyasztó jövedelmét, hogy az eredeti állapothoz képest a költségvetési halmaza ne változzon?
h) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az árak is és a jövedelem is kétszeresére nőnek?
i) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az élelmiszerre 2e Ft mennyiségi adót vetnek ki?
j) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az élelmiszerre 25% értékarányos adót vetnek ki?
k) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerre 5 egység fogyasztásig 2e Ft mennyiségi adót, az 5 egység feletti részre pedig 25%-os értékadót vetnek ki?
l) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerre a fogyasztó 5 egység fogyasztása felett 2e Ft mennyiségi kedvezményt kap?
m) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerből 6,5 egységnél többet nem lehet fogyasztani?
n) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha a fogyasztó az eredeti jövedelme mellé kap 100e pénzegység értékű étkezési utalványt (amit csak élelmiszerre lehet költeni)?
o) Tegyük fel, hogy a ruházati cikkért a fogyasztónknak nem kell fizetnie, sőt fogyasztásáért egységenként 10e Ft-ot kap (pl. egy cég szponzorálja a fogyasztót, ha hordja, és ezzel reklámozza a ruháit). Hogy néz ki ebben az esetben a költségvetési egyenes?

4. Egy fogyasztó költségvetési korlátjáról a következő információk állnak rendelkezésünkre: amennyiben az összes jövedelmét X termék vásárlására fordítja, akkor abból 15 db-ot tud vásárolni, amennyiben az összes jövedelmét Y termék vásárlására fordítja, akkor 12 darabot tud vásárolni belőle.
a) Ábrázoljuk a költségvetési egyenest, és határozzuk meg az egyenletét!
b) Ha X jószágra 400-at költ, akkor – teljes jövedelmét elköltve – még 4 db Y jószágot tud venni. Mennyi a fogyasztó jövedelme, és az egyes termékek ára?
c) Hogyan változik a költségvetési egyenes, ha a fogyasztó jövedelme másfélszeresére nő, az x jószág ára háromnegyedére csökken, miközben az y jószág ára megduplázódik?

5. Kis Pista hetente 36 000 Ft-ot költ szórakozásra. A 36 000 Ft-ból színházba megy és kedvenc bárjában koktélt iszik. Egy koktél (Y) ára 600 Ft, egy színházjegy (X) 2400 Ft-ba kerül.
   a) Ábrázoljuk a költségvetési korlátot, és írjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét!
   b) Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha az eddig 0 kulcsos színházjegyekre 25%-os adót vetnek ki?
   c) Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha ezek után Pista munkahelyén heti 9000 Ft értékben kultúrautalványt kap, amit kizárólag színházjegyekre lehet költeni?
   d) Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha a kultúrautalvány helyett 9000 Ft pénzbeli támogatást kap? Melyik támogatási forma előnyösebb számára és miért?
   e) Hogyan módosul a költségvetési egyenes az a)-beli esethez képest, ha a hét minden napján legfeljebb csak egyszer mehet színházba (egy előadást láthat), miközben tetszőleges mennyiségű koktélt fogyaszthat?
6. Nagy Péter egyetemi hallgató rendszeres látogatója a Donna Pastata pizzériának, ahol egy pizza 1200 Ft-ba kerül. Péter havi ösztöndíja 66 000 Ft. Mint törzsvendég, kedvezményben részesül: amennyiben egy hónapban 10 pizzát fogyaszt, minden további – még az adott hónapban fogyasztott – pizzára 10% árkedvezményt kap.
   a) Maximálisan mennyi pizzát fogyaszthat Péter havonta?
   b) Mennyi pénze maradna áprilisban, ha minden nap enne egy pizzát?
   c) Határozzuk meg Péter költségvetési egyenesének egyenletét!
   d) Májusban a tulajdonos újfajta kedvezményt ajánl a vendégeknek. A pizza ára továbbra is 1200 Ft, de minden 10 adag megvásárolt pizza után egyet ingyen, a tulajdonos ajándékaként fogyaszthatnak a vendégek. Maximálisan mennyi pizzát fogyaszthat Péter havonta ebben az esetben?
   e) Hogyan alakul ekkor Péter költségvetési egyenese? Ábrázoljuk! Melyik megoldás kedvezőbb számára?

Preferenciák, közömbösségi görbe, helyettesítési határráta, hasznossági függvény

7. Három barátnő, Anna, Bori és Cili különböző preferenciákkal rendelkeznek a sonka és a sajt vonatkozásában. Ha a 30 dkg sonkát (x) és 60 dkg sajtot (y) tartalmazó jószágkosarat (legyen ez az A kosár) a 40 dkg sonkát és 40 dkg sajtot tartalmazó kosárral (legyen ez a B kosár) hasonlítjuk össze, akkor preferenciáik a következők: Anna számára $A \succ B$, Bori számára $A \prec B$, Cili számára $A \sim B$. Tudjuk még, hogy mindegyikük számára mindkét jószágból a több az jobb, és hogy az átlagos összetételű kosarat preferálják a szélsőséges összetételűhöz képest.
   a) Ábrázoljuk a három barátnő néhány lehetséges közömbösségi görbéjét!
   b) Mit tudunk az adott információk alapján a három barátnőnek a sonkára és sajtra vonatkozó helyettesítési arányáról az $x = 30$ és $x = 40$

között (azaz a sonka mennyiségének 10 dkg-mal történő növelése érdekében mennyi sajtról hajlandók lemondani, ha 30 dkg sonkával rendelkeznek)?

8. A Coca-Cola nyereményakciót hirdet, melyen két terméke, a Coca-Cola és a Coca-Cola Light kupakjai közül összesen 5-öt beküldő fogyasztók egy Coca-Cola feliratú pólót nyerhetnek. Rajzoljuk fel egy, a pólót kedvelő, telhetetlen fogyasztó közömbösségi görbéit a kétféle Cola kupakjaira vonatkozóan! Határozzuk meg a helyettesítési határarányt!
9. Makroökonómia tárgyból a diákok 2 zárthelyit írnak, az első zárthelyi könnyebb, ezért 1/3-ad, a második nehezebb, ezért 2/3-ad súllyal számít bele a jegybe.
   a) Rajzoljuk fel a diákok közömbösségi görbéit!
   b) Milyen alakúak a közömbösségi görbék, ha a 2 zárthelyi közül csak a jobbik számít?
   c) És ha csak a rosszabbik?
10. Dezső utálja mind a sportot, mind a szappanoperákat. A TV-ben viszont állandóan ezeket a műsorokat sugározzák. Ha már TV-t néz, akkor a változatosságot kedvelvén, inkább preferál olyan helyzetet, amikor valamilyen leosztásban egy órán keresztül nézi mindkettőt, mintha egy órán keresztül kizárólag valamelyiket nézné. Rajzolja fel Dezső közömbösségi görbéit! Milyen tulajdonságokkal rendelkeznek Dezső preferenciái?
11. A diákok három zárthelyit írnak, amelyből a legrosszabb és a legjobb eredménye számít be az év végi jegybe. Minden dolgozat maximum 20 pontos. Kiss Pista az első dolgozatot sajnos csak 8 pontra írta meg.
   a) Rajzoljuk fel a közömbösségi görbéit a második és a harmadik dolgozat eredményének terében! A vízszintes tengelyre a második, a függőleges tengelyre a harmadik dolgozat kerüljön!
   b) Adjuk meg a diákok hasznossági függvényét!
12. Lajos csocsózni és biliárdozni is nagyon szeret, minden erre a két játékra fordítható újabb percet nagyra értékel. Ha egy órára elmegy a legközelebbi szórakozóhelyre, akkor inkább vagy csak csocsózik, vagy csak biliárdozik, mintsem mindkét tevékenységet űzné ezalatt az egy óra alatt. Rajzoljuk fel Lajos közömbösségi görbéit! Mi jellemzi Lajos preferenciáit?
13. Peti anyukája csokit oszt szét közte és a testvére között. Mivel Peti nagyon szereti a csokit, minél több jut neki, annál jobban érzi magát. Az azonban egyáltalán nem érdekli, hogy a testvére hány csokit kap. Ábrázoljuk Peti néhány közömbösségi görbéjét a saját maga és a testvére által kapott csoki tekintetében! Határozzuk meg a helyettesítési határarányt!
14. A Varga családban mindenki szereti a paprikát és paradicsomot. Apa és fia azonban kizárólag lecsó formájában hajlandó fogyasztani a két zöldséget, és a lecsó készítésénél mindig feleannyi paradicsomot használnak, mint paprikát. Anya és lánya viszont csak nyersen, zöldségsaláta formájában fogyasztják, és számukra közömbös, hogy adott mennnyiségű paprikából vagy feleannyi paradicsomból készül-e a saláta.

a) Ábrázoljuk a család tagjainak paprikára és paradicsomra vonatkozó preferenciáit! Milyen jószágok a paprika és a paradicsom a Varga család férfi és női tagjai számára?
b) Keressünk olyan hasznossági függvény(eke)t, amelyek leírják a fenti preferenciákat!

15. Bettina hercegnő hatalmas kerti partit készül rendezni, ezért elküldi komornyikját, hogy vásároljon kerti asztalokat a bútordiszkontban. Ott azonban esős időben is használható műanyag asztalokat csak úgy lehet vásárolni, ha külön megvásároljuk az asztallapokat és az asztallábakat. Egy asztallaphoz négy asztalláb szükséges. Székek korlátlan mennyiségben kaphatók (összeszerelve), azonban a komornyik is jól tudja, hogy székeket asztal nélkül elhelyezni nem illik az etikett szerint a partin. Bettina annál boldogabb, minél több embernek biztosíthat helyet a partiján. Reprezentáljuk preferenciáit hasznossági függvénnyel!

16. Egy fogyasztó két jószágot (x és y) fogyaszt. Preferenciáit az $U(x,y) = (x+2)y$ hasznossági függvény fejezi ki.
a) Irjuk fel az $(x,y) = (3,8)$ ponton átmenő közömbösségi görbe egyenletét!
b) Mekkora a helyettesítési határrátа ebben a pontban?
c) Nevezzünk meg egy olyan fogyasztói kosarat, amelyik ugyanezen a közömbösségi görbén van! Számítsuk ki a helyettesítés arányát a közömbösségi görbe ezen két pontja között!
d) Nevezzünk meg egy-egy olyan fogyasztói kosarat, amelyik ennél
   i) magasabban fekvő közömbösségi görbén van,
   ii) alacsonyabban fekvő közömbösségi görbén van!
e) Milyen típusúak a fogyasztó preferenciái?

17. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = \sqrt{xy^3}$
a) Határozzuk meg az $U = 10$ hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe egyenletét!
b) Határozzuk meg mindkét jószág határhaszon-függvényét és a helyettesítési határrátát!
c) Az $U = 200$ hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe mely pontjában lesz a helyettesítési határráta (abszolút értékben) $\frac{4}{3}$?

18. Fanni banánra és almára vonatkozó hasznossági függvénye $U(x,y) = x\sqrt{y}$, ahol x a banán, y pedig az alma mennyisége kg-ban.
a) Milyen típusúak Fanni e két gyümölcsre vonatkozó preferenciái?
b) Tegyük fel, hogy Fanni az $U = 8$ közömbösségi görbén 4 kg banánt tartalmazó kosár birtokában van. Határozzuk meg az ehhez a ponthoz tartozó helyettesítési határrátát, és értelmezzük a kapott számot!
c) Nevezzünk meg egy-egy olyan fogyasztói kosarat, amelyik
   i) ugyanezen a közömbösségi görbén van;
   ii) magasabban fekvő közömbösségi görbén van;
   iii) alacsonyabban fekvő közömbösségi görbén van!

d) Egy másik fogyasztó, Balázs ugyancsak banánra és almára vonatkozó preferenciáit az $U(x, y) = xy$ hasznossági függvény fejezi ki. Hasonlítsuk össze Fanni és Balázs preferenciáit a hasznossági függvény ill. a helyettesítési határráta segítségével! Ki szereti jobban a banánt?

19. Határozzuk meg az X és Y jószágok határhaszon-függvényeit, amennyiben különböző fogyasztók preferenciáit az alábbi hasznossági függvényekkel írhatjuk le. Írjuk fel a helyettesítési határrátákat is!
    a) $U = xy$
    b) $U = lnx + lny$
    c) $U = x^3y^2$
    d) $U = (x + 2)(y - 2)$
    e) $U = 5x + y$
    f) $U = \sqrt{x} + y$
    g) $U = \min\{2x, 3y\}$
20. Karesz hasznossági függvénye $U(x, y) = xy$. A barátaié ugyanezen jószágok tekintetében a következők: Anna $U_A(x, y) = 52xy$, Balázs $U_B(x, y) = = -xy$, Csilla $U_{CS}(x, y) = -1/(xy + 1)$, Dávid $U_D(x, y) = xy - 1000$, Elemér $U_E(x, y) = x/y$ és Fecó $U_F(x, y) = x(y + 1)$. Ki rendelkezik Karesszel azonos preferenciákkal?
21. Bevonták az 1 Ft-os és 2 Ft-os érméket. A bankok még beváltják a lakosoknál maradt 1 és 2 Ft-osokat, de csak akkor, ha a névérték összege az 5 Ft többszöröse. Pali hosszú ideig külföldön volt, most jött haza. Rengeteg 1 és 2 Ft-os érméje van.
    a) Ábrázoljuk Pali közömbösségi görbéit, ha a vízszintes tengelyen az 1 Ft-osok, a függőleges tengelyen a 2 Ft-osok szerepelnek.
    b) Adjuk meg Pali hasznossági függvényét az 1 és 2 Ft-osok vonatkozásában! (Valamelyik lehetséges hasznossági függvény formáját.)
22. Mancika piros és kék szalagot gyűjt. A pirosat jobban kedveli a kéknél, ezért két helyzetet összehasonlítva, a megkaparintott kék szalagok hosszától függetlenül jobban érzi magát akkor, amikor készletében a piros szalag hossza nagyobb, mint akkor, amikor kisebb. Amennyiben két helyzetben a piros szalag ugyanolyan hosszú, akkor Mancikának annál jobb, minél hosszabb a készletében levő kék szalag. Ábrázoljuk Mancika preferenciáit!
23. Jancsika a csokoládét és az almapépet is szereti, legalábbis egy határig. Amennyiben több csokoládéja van, mint almapépe, akkor a két termék 1 dkg-ja tökéletesen helyettesíti egymást. Amennyiben viszont több almapépe van, akkor 1 dkg újabb almapépet csak úgy hajlandó elfogyasztani, ha kap fél dkg csokit.
    a) Határozza meg Jancsika hasznossági függvényét a csokoládéra (cs) és az almapépre (a) vonatkozóan!
    b) Ábrázolja Jancsika közömbösségi görbéit a csokoládéra és az almapépre vonatkozóan!

Optimális választás (egyszerű feladatok)

24. Alíz szeret komolyzenei koncertekre járni és (uszodában) úszni. Havonta 12 000 Ft-ot költ erre a két tevékenységre. Egy koncertjegy 2400 Ft, az uszodai belépő 800 Ft. Az alábbi táblázat koncertjegyekre és uszodára vonatkozó preferenciáit jellemző három közömbösségi görbe néhány pontját tartalmazza.

U_1		U_2	
Uszodabelépő	*Koncertjegy*	*Uszodabelépő*	*Koncertjegy*
5	5	9	5
6	4	10	3
9	2	12	2
13	1	16	1

U_3	
Uszodabelépő	*Koncertjegy*
10	5
11	3
13	2
19	1

   a) Íjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét! Havonta hányszor megy koncertre és uszodába a hasznosságmaximalizáló Alíz?
   b) 4800 Ft-ért havi uszodabérlet vásárolható, amivel egy hónapon belül 10-szer lehet bemenni (újabb bérlet csak a következő hónapban vásárolható). Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha Alíz megvásárolja az uszodabérletet? Havonta hányszor megy koncertre és uszodába Alíz ebben az esetben?
   c) Az uszodabérlet árusítását beszüntették, de Alíz ösztöndíját megemelték. Ha továbbra is ugyanannyiszor jár koncertre és uszodába, mint a b)-beli feltételek esetén, mennyivel nőtt meg az ösztöndíja?

25. Horváthék 20 évvel ezelőtt, amikor 10 dkg vaj ára 20 Ft, 1 liter tej ára 100 Ft volt, heti 20 dkg vajat, és 5 liter tejet fogyasztottak, azaz 540 Ft-ot költöttek hetente a két termékre. Most hetente 2200 Ft-ot költenek vajra és tejre, és 10 dkg vaj, valamint 1 liter tej is 300 Ft-ba kerül. Mikor volt jobb Horváthék helyzete a vaj és tejfogyasztást tekintve, ha preferenciáik nem változtak?

26. Béla Bergengóciában él és minden jövedelmét körküllőre és szőrmuszira költi. A körküllő egységára 10 peták, a szőrmuszié 20 peták. Béla 20 körküllőt és 30 szőrmuszit vásárol. Béla ikertestvére, Tamás, akinek preferenciái teljesen azonosak Béláéval, a Tengerentúlon lakik. Ő is minden jövedelmét körküllőre és szőrmuszira költi. Tengerentúlon a körküllő egységára 30 karaty, a szőrmuszié 15 karaty. Tamás jövedelme 1100 karaty. Melyikük van előnyösebb helyzetben?

27. Egy fogyasztó egy kiemelt jószágra és az univerzális jószágra költi minden pénzét, a két jószágból fogyasztott mennyiséget rendre x-szel és y-nal jelöljük. A jelenlegi áron a fogyasztó az $x = 5$, és $y = 100$ kosarat választja. Az X-re (ennek a jószágnak a mennyiségét jelöltük x-szel) $t = 2$ értékadót (mennyiségi adót) vetnek ki, ekkor a fogyasztó $x = 4$-et fogyaszt. A kormány gondolkodik, hogy mennyiségi adó helyett 8 egység jövedelemadót vet ki fogyasztónkra. Melyik adóforma előnyösebb a fogyasztónak? És a kormánynak?

28. Egy fogyasztó jelenlegi jövedelméből az $x = 5$ és $y = 50$ jószágkosarat vásárolja meg (mást nem vesz). A kormány kilátásba helyezi, hogy az X termékre 10 pénzegységnyi mennyiségi szubvenciót nyújt, vagy ha a fogyasztó úgy akarja, akkor helyette 80 egység pénzbeli jövedelem-kiegészítést ad fogyasztónknak.
    a) Az X normál jószág a fogyasztó számára. Mikor választja a fogyasztó a jövedelemiegészítést, és mikor a mennyiségi szubvenciót?
    b) Mi lenne a válasz ugyanerre a kérdésre, ha az X jószág Giffen-jószág?

29. Pillangókirálynő minden pénzéből bájitalt, nektárt és fogamzásgátlót vásárol. A 2000. év, a 2010. év és 2020 tényleges illetve becsült fogyasztását, valamint az árakat az alábbi táblázat tartalmazza.

Év	*bájital ára (Ft)*	*nektár ára (Ft)*	*fogamzásgátló ára (Ft)*
2000	0,5	1	1
2010	31	0,5	32
2020	20	8	8

Év	*bájital (fiola)*	*nektár (ampulla)*	*fogamzásgátló (db)*
2000	3	4	9
2010	5	3	7
2020	3	6	8

    Tekinthetjük-e a fenti adatokat reálisaknak? (Megszegik-e a fenti adatok a kinyilvánított preferencia erős vagy gyenge axiómáját?)

30. A Pöttyös család havonta mindig 4800 Ft-ot költ túrórudira (x) és kenyérre (y). Ha csak kenyeret vásárolnának, havi 20 kg-ot tudnának ebből a pénzből megvásárolni, a túrórudi ára 100 Ft/db.
    a) Írjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét!
    b) Ha a család preferenciáit az $U = xy$ hasznossági függvény fejezi ki, mennyi lesz az optimális kenyér- és túrórudi-fogyasztás?
    c) Mekkora hasznosságú a család számára a 18 kg kenyeret és 10 db rudit tartalmazó kosár? Mekkora a helyettesítési határráta (abszolút értékben) ebben a pontban?

31. Egy fogyasztó hetente 3000 Ft-ot költ üdítőre (x) és kávéra (y). Egy kis doboz üdítő ára 100 Ft, egy csésze kávé 150 Ft. A fogyasztó két jószágra vonatkozó preferenciáit az $U = xy$ hasznossági függvény fejezi ki.
    a) Mennyi lesz a racionális fogyasztó heti üdítő- és kávéfogyasztása?
    b) Ha az üdítő ára 25%-kal nő, hogyan változik a heti üdítő- és kávéfogyasztás?
    c) Ha az áremelkedést követően a fogyasztónak a két jószágra fordított jövedelme másfélszeresére nő, hogyan változik a heti üdítő- és kávéfogyasztás?

32. Kis Pista hetente 36 000 Ft-ot költ szórakozásra. A 36 000 Ft-ból színházba megy, és kedvenc bárjában koktélt iszik. Egy koktél (a koktél fogyasztott mennyisége y) ára 600 Ft, egy színházjegy (a színházjegy vásárolt mennyisége x) 2400 Ft-ba kerül. Preferenciáit az $U = x^2y$ hasznossági függvény írja le. (Ez a feladat a „Költségvetési egyenes" szakaszban található, hasonlóan kezdődő feladatunk folytatása.)
    a) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik?
    b) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik, ha az eddig 0 adókulcsos színházjegyekre 25%-os adót vetnek ki?
    c) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik, ha ezek után Pista munkahelyén heti 9000 Ft értékben kultúrautalványt kap, amit kizárólag színházjegyekre lehet elkölteni?
    d) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik, ha a kultúrautalvány helyett 9000 Ft pénzbeli támogatást kap? Melyik támogatási forma előnyösebb számára, és miért?
    e) Induljunk ki ismét az eredeti ((a) pontbeli) helyzetből. Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik Pista, ha a hét minden napján legfeljebb csak egyszer mehet színházba (egy előadást láthat), miközben tetszőleges mennyiségű koktélt fogyaszthat?

33. Egy fiatal pár, Romantik Rózsa és Róbert szeretik a gyertyafényes vacsorákat, s havonta 6000 Ft-ot költenek borra (x) és díszgyertyára (y). Ha az összes pénzt borra költenék, akkor 12 üveg bort vehetnének. Egy díszgyertya 250 Ft-ba kerül. Preferenciáik a borra és díszgyertyára vonatkozóan Cobb–Douglas-féle hasznossági függvénnyel írhatók le.
    a) Rózsának a borra és díszgyertyára vonatkozó preferenciáit az $U = xy^2$, miközben Róbert preferenciáit az $U = x^2y$ hasznossági függvény fejezi ki. Egyik hónapban Rózsa vásárol, a másikban Róbert. Hány üveg bort és mennyi díszgyertyát vesznek abban a hónapban, amikor
        i) Rózsa vásárol;
        i) Róbert vásárol.
    b) Mennyi lesz Rózsa és Róbert helyettesítési határrátája az optimális választás pontjában? Adjunk magyarázatot a kapott eredményre!

34. Egy fogyasztó x_1 és x_2 termékre vonatkozó közömbösségi görbéjének egyenlete: $x_2 = \sqrt{\frac{64}{x_1}}$. Mennyi lesz az a minimális jövedelem, amely mellett a fogyasztó elérheti a megadott hasznossági szintet, ha a piacon egy darab x_1 termékért 200 forintot, az x_2 termékért 400 forintot kell fizetni?

35. Gombóc Artúr számára a fagylalt (x) és a jégkrém (y) egymást tökéletesen helyettesítő termékek, preferenciarendszerében minden egyes jégkrém ugyanolyan hasznosságú, mint három gombóc fagylalt.
    a) Ábrázoljuk Gombóc Artúr jégkrémre és fagylaltra vonatkozó preferenciáit közömbösségi görbék segítségével! Határozzuk meg a helyettesítési határrátát!
    b) Egy jégkrém 400 Ft, egy gombóc fagylalt 120 Ft és Gombóc Artúr pénzjövedelme heti 3600 Ft. Írjuk fel Gombóc Artúr költségvetési egyenesének egyenletét!
    c) Feltételezve, hogy Gombóc Artúr racionális fogyasztó, hány jégkrémet és hány gombóc fagylaltot vásárol hetente?
    d) Ha egy gombóc fagyi ára 160 Ft-ra nő, hogyan változik a fogyasztása?
36. Vili bácsi kedvenc időtöltése, hogy focimeccset néz a TV-ben. Meccsnézés közben sört iszogat és sós mogyorót rágcsál. Számára a sör (x) és a sós mogyoró (y) meccsnézés közben egymást tökéletesen kiegészítő jószágok. Egy üveg sörhöz mindig fél csomag sós mogyorót fogyaszt.
    a) Ábrázoljuk Vili bácsi közömbösségi görbéit a sörre és mogyoróra vonatkozóan! Hogyan alakul a helyettesítési határráta?
    b) Vili bácsi kedvenc söre 160 Ft-ba kerül (üvegenként), egy csomag mogyoró 125 Ft, és havonta 5340 Ft-ot költ sörre és mogyoróra. Írjuk fel Vili bácsi költségvetési egyenesének egyenletét! Mennyi sört és mogyorót fogyaszt havonta?
    c) A sör ára megváltozott, és ennek következtében Vili bácsi havonta 4 üveg sörrel kevesebbet fogyaszt. Hogyan változott a sör ára, és hogyan változik a mogyoró fogyasztása?
37. Juli az egészséges életmód híve, de a teát csak édesen szereti, ezért akácmézet vagy nádcukrot használ. Mindegy számára, hogy egy csésze teába egy kanál nádcukrot, vagy egy kanál akácmézet tesz (egy kanál cukor vagy méz kb. egy dkg-nak felel meg). Havonta 750 Ft-ot költ mézre és cukorra. Egy kg akácméz 1400, egy kg nádcukor 1250 Ft-ba kerül.
    a) Ábrázoljuk Juli mézre és cukorra vonatkozó közömbösségi görbéit és költségvetési egyenesét! Mennyi mézet és nádcukrot fogyaszt havonta Juli? Mutassuk meg az ábrán is!
    b) Juli eddig a sarki élelmiszerboltban vásárolta a mézet és a cukrot, de rájött, hogy a közeli piacon 1250 Ft-ért tudja megvenni az akácmézet. Hogyan változik Juli költségvetési egyenese és optimális választása? Mutassuk meg egy ábrán is! Változik-e a hasznossága?
    c) Mivel Juli rendszeres vásárló a piacon, kedvezményt kapott, 1200 Ft-ért veheti meg a mézet. Hogyan változik Juli költségvetési egyenese és optimális választása? Mutassuk meg az ábrán is! Változik-e a hasznossága?
    d) Ha egy csésze „üres” tea 80 Ft, és a tea ízesítésére az előbbieknek megfelelően 750 Ft-ot fordít (1 dkg méz, vagy 1 dkg nádcukor szükséges egy pohár teába, és az árak a c) pontnak megfelelően alakulnak), akkor mennyit költ összesen teázásra Juli havonta?

e) Ha az „üres” tea ára 103 Ft-ra nő, de Juli nem tud többet teázásra költeni, mint az előző, (d) pontbeli esetben, valamint a méz és cukor ára továbbra is a (c) pontnak megfelelően alakul, akkor hány csésze teát, mennyi mézet és nádcukrot fogyaszt?

38. Egy fogyasztó preferenciáit a következő hasznossági függvény fejezi ki: $U(x, y) = 16x^2 + 8xy + y^2$.
    a) Határozzuk meg a helyettesítési határrátát! Milyen preferenciákkal rendelkezik a fogyasztó?
    b) Tudjuk, hogy az X jószág háromszor annyiba kerül, mint az Y, és optimális választás esetén a fogyasztó az $U = 400$ hasznossági szinten van. Mennyit vásárol a fogyasztó az egyes jószágokból?
    c) Ha a fogyasztó jövedelme 450, mennyibe kerül az X és az Y jószág?
    d) Az X jószág ára megváltozott, és megfigyeléseink szerint változatlan jövedelem mellett a fogyasztó most ugyanannyi X-et vásárol, mint Y-t. Hogyan változott X jószág ára?

39. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = \ln x + y$, a jövedelme pedig 300 pénzegység. A fogyasztott termékek árai $p_x = 20$ és $p_y = 100$.
    a) Határozzuk meg a fogyasztó optimális fogyasztását!
    b) Hogyan változik az optimális döntés, ha a fogyasztó jövedelme a felére csökken?
    c) Hogyan változik az optimális döntés, ha a fogyasztó jövedelme az eredeti hatodára csökken?

40. A Kertész családban havonta 4320 Ft-ot költenek ásványvízre és 100%-os gyümölcslére. A család preferenciáit az $U(x, y) = x^{3/4} + y$ hasznossági függvény fejezi ki, ahol x az ásványvíz mennyisége, y pedig a gyümölcslé mennyisége literben kifejezve. Egy liter ásványvíz 90 Ft-ba, egy liter gyümölcslé 360 Ft-ba kerül.
    a) Mennyi ásványvizet és 100%-os gyümölcslevet isznak havonta a Kertész családban?
    b) A meleg nyári hónapokban az ásványvízre és gyümölcslére költött pénzösszeget megduplázzák. Mennyi lesz az ásványvíz és gyümölcslé optimális mennyisége a nyári hónapokban?
    c) Az ásványvíz ára 135 Ft-ra nőtt, miközben a két jószágra költött jövedelem ugyannnyi, mint a b) esetben. Mennyi lesz most az ásványvíz és gyümölcslé optimális mennyisége?
    d) Ha az ásványvízre és gyümölcslére költött jövedelmet augusztusban (az ásványvíz árának emelkedése után) még 1/6-ával megnövelik, akkor hogyan módosul az ásványvíz és gyümölcslé optimális mennyisége?
    e) Elérhető-e ezzel a jövedelemnöveléssel az ásványvíz áremelkedése előtti hasznossági szint? Ha nem, mennyit kellene még a két italra költeni?

41. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, a jövedelme pedig 18 pénzegység. A fogyasztott termékek árai $p_x = 1$ és $p_y = 2$. Határozzuk meg a fogyasztó optimális választását!

Jövedelemajánlati és árajánlati görbe, Engel-görbe és keresleti görbe, teljes árhatás felbontása (összetett feladatok)

42. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U(x, y) = 0,2xy$, a termékek árai: $p_x = 30$ és $p_y = 40$.
    a) Mekkora jövedelem szükséges az $U = 60$ közömbösségi görbe eléréséhez?
    b) Határozzuk meg a jövedelem–fogyasztás (jövedelemajánlati) görbe egyenletét az adott árarányok mellett!
    c) Határozzuk meg mindkét jószág Engel-görbéjének egyenletét az adott árarányok mellett!
    d) Az Y jószág ára 50 Ft-ra nőtt, miközben az a) pontban kiszámított jövedelem és az X jószág ára változatlan. Határozzuk meg az új optimumot! Mennyivel változott a fogyasztás az eredeti helyzethez képest?
    e) Mekkora többletjövedelemre lenne szüksége a fogyasztónak ahhoz, hogy az áremelkedés után is annyit tudjon mindkét termékből vásárolni, mint az áremelkedés előtt?
    f) Mekkora többletjövedelemre lenne szüksége a fogyasztónak ahhoz, hogy az áremelkedés után is az eredeti hasznossági szinten legyen?
    g) Hogyan viszonyul egymáshoz az e) és f) pontban számított többletjövedelem? Adjunk magyarázatot a különbségre!

43. Egy zenekedvelő fogyasztónak az X és Y termékekre vonatkozó hasznossági függvénye $U = xy$, ahol x a fogyasztó által havonta vásárolt hanglemezek mennyisége, az Y termék pedig az ún. „összetett jószág", vagyis az a pénzösszeg, amit a fogyasztó nem lemezre költ. (az összetett jószág „ára" értelemszerűen egységnyi, $P_Y = 1$). Tudjuk, hogy jövedelme teljes elköltése mellett a haszonmaximalizáló fogyasztó havonta 15 lemezt vásárol, és ekkor még 60 000 Ft-ot költhet másra (az összes többi jószágra).
    a) Mennyibe kerül egy hanglemez? Mennyi a fogyasztó jövedelme?
    b) Decemberben a lemezekre egy hónapig tartó karácsonyi akciót hirdettek, aminek következtében a lemezeket 40%-kal olcsóbban lehet vásárolni. Hogyan változott ennek hatására a fogyasztó által vásárolt hanglemezek mennyisége decemberben?
    c) Mekkora jövedelemből tudna ugyanannyi lemezt vásárolni (anélkül, hogy másra kevesebbet költene) az akciós áron, mint amennyit az eredeti áron vett?
    d) Mekkora az árváltozás helyettesítési és jövedelmi hatása a Szluckij-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva?

44. Egy fogyasztónak az x_1 és x_2 termékekre vonatkozó hasznossági függvénye: $U = x_1x_2$. Az x_2 az „összetett jószág" ára mindvégig egységnyi, az x_1 jószág ára 60 Ft/db. Ekkor 4500 Ft-ot költ a többi jószágra. Ezt követően az x_1 termék ára (ceteris paribus) csökken, pontosan 50 Ft ra.
    a) Hogyan változik ennek következtében az x_1 termékből keresett mennyiség?

b) Határozzuk meg a fogyasztó jövedelemajánlati görbéjének az egyenletét p_1 és p_1' esetén is. Mi lesz a különbség a két jövedelemajánlati görbe között?
c) Határozzuk meg az x_1 jószág Engel-görbéjét, p_1 és p_1' esetén is! Mi lesz a különbség a két Engel-görbe között?
d) Határozzuk meg a fogyasztó árajánlati görbéjének az egyenletét az adott jövedelem mellett!
e) Határozzuk meg az x_1 jószág keresleti görbéjének egyenletét az adott jövedelemszint mellett!
f) A fogyasztó úgy dönt, hogy az árcsökkenés következtében helyzete javult, így megengedheti magának, hogy jövedelmének egy részéről lemondjon, és azt jótékony célra fordítsa. Mennyi jövedelemről mondhat le, ha eredeti (árcsökkenés előtti) fogyasztását fenn szeretné tartani? Mennyi jövedelemről mondhat le, ha az eredeti – árcsökkenés előtti – hasznossági szintet szeretné fenntartani? Adjunk magyarázatot a különbségre!
g) Számítsuk ki az árcsökkenés helyettesítési és jövedelmi hatását a Szluckij-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva!
h) Számítsuk ki az árcsökkenés helyettesítési és jövedelmi hatását a Hicks-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva!

45. Egy fogyasztó („A" fogyasztó) hasznossági függvénye $U = xy^2$. A fogyasztó X és Y termékre fordított jövedelme 3000 Ft. Az y termék ára 100 Ft/db.
a) Hogyan változik az X termék fogyasztása, ha az ára 50 forintról 100 forintra nőtt?
b) Szluckij jövedelemkompenzáló módszerét használva a teljes árhatásból mekkora a helyettesítési és jövedelmi hatás nagysága?
c) Határozzuk meg a fogyasztó egyéni keresleti függvényét az Y termék adott ára és adott jövedelem esetén!
d) Egy másik fogyasztó („B" fogyasztó) hasznossági függvénye ugyancsak $U = xy^2$ és $p_y = 100$, valamint e fogyasztó jövedelme ugyancsak 3000 Ft. Határozzuk meg a két fogyasztó együttes keresleti függvényét!
e) Határozzuk meg az együttes keresleti függvényt n ugyanilyen preferenciákkal és jövedelemmel rendelkező fogyasztó esetén!

46. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = x^3y^2$. Az Y termék az összetett jószág, amelynek ára egységnyi. A fogyasztó e két termék fogyasztására 15 000 forintot költ. Jövedelmének teljes elköltése mellett a racionális fogyasztó 60 egységnyi X terméket vásárol. A piaci feltételek változása miatt az X termék ára nő, és ennek következtében keresett mennyisége 12 egységgel csökken.
a) Mennyivel változott az X termék ára?
b) Határozzuk meg a jövedelemajánlati és az árajánlati görbe egyenletét (az eredetileg adott árak ill. jövedelem mellett)!
c) Határozzuk meg az Engel-görbe és a keresleti görbe egyenletét!

d) Határozzuk meg X keresletét m és p függvényében!
e) Bontsuk szét a teljes árhatást jövedelmi és helyettesítési hatásra a Szluckij-féle jövedelemkompenzációs módszert felhasználva!

47. Sudár Alma gyümölcsjoghurt iránti keresletét a következő összefüggés mutatja: $x = 40 + \frac{m}{120p}$, ahol x a havonta vásárolt joghurt mennyisége (doboz), m Alma havi nettó jövedelme Ft-ban, p pedig egy doboz gyümölcsjoghurt ára.
a) Hány doboz gyümölcsjoghurtot vásárol Alma havonta, ha havi jövedelme 180 000 Ft és egy doboz gyümölcsjoghurt ára 75 Ft?
b) Mennyi joghurtot vásárol Alma, ha változatlan nominális jövedelem mellett a gyümölcsjoghurt dobozonkénti ára 100 Ft-ra nő?
c) Mekkora a teljes árhatás? Mennyi ebből a helyettesítési és a jövedelmi hatás Szluckij jövedelemkompenzációs módszere alapján számítva?

48. Egy fogyasztó a kávét csak tejszínnel szereti, mégpedig rögzített arányban: egy csésze kávéhoz 0,5 dl tejszínt adagol. A fogyasztó havonta 7700 forintot költ kávézásra. Egyik hónapról a másik hónapra a tejszín ára 40 Ft/dl-ről 60 forintra növekedett, miközben egy adag kávé ára változatlanul 80 Ft.
a) Mennyi lesz a haszonmaximalizáló fogyasztó kávé- és tejszínfogyasztása az eredeti árak mellett?
b) Mennyi lesz a haszonmaximalizáló fogyasztó kávé- és tejszínfogyasztása a tejszín árának emelkedése után?
c) Mennyi lesz az árváltozás jövedelmi és helyettesítési hatása?
d) Határozzuk meg az árajánlati görbe egyenletét a fogyasztó adott jövedelme és a kávé adott ára mellett!
e) Határozzuk meg a tejszín keresleti függvényét!

49. Szalai Szilvi számára a füge (y) és az aszaltszilva (x) tökéletesen helyettesíti egymást, 15 dkg füge pontosan akkora hasznosságérzetet jelent neki, mint 10 dkg aszaltszilva. Az aszaltszilva ára 1800 Ft/kg, a füge ára 1250 Ft/kg.
a) Határozzuk meg a jövedelemajánlati görbe egyenletét az adott árak mellett!
b) Határozzuk meg mindkét termék Engel-görbéjének egyenletét az adott árak mellett!
c) Határozzuk meg Szilvi aszaltszilva iránti keresleti függvényét az adott fügeár és m jövedelem mellett!
d) Mennyi aszaltszilvát és fügét vásárol Szilvi az adott árakon, ha e két csemegére szánt jövedelme 4500 Ft?
e) Az aszalt szilva ára 2000 Ft/kg-ra nő. Hogyan változik a fogyasztása mindkét termékből?
f) Mennyi lesz az árváltozás helyettesítési és jövedelmi hatása?

50. Zita kedvenc gyümölcse a zöldalma, preferenciáit az $U = 200\sqrt{x} + 0,5y$ függvény írja, ahol x a zöldalma mennyisége (db), y a többi jószágra költött pénze. A zöldalma ára 40 Ft/db.
a) Mutassuk meg, hogy Zita számára a zöldalma tökéletesen jövedelemrugalmatlan jószág! (Legalább is egy bizonyos jövedelemszintig.)
b) Hogyan változik Zita fogyasztása, ha a zöldalma ára 10 Ft-tal nő?

c) Hogyan változik a többi jószágra költött pénze a zöldalma árának változása következtében? Milyen következtetést vonhatunk le ebből a zöldalma árrugalmasságára vonatkozóan?
d) Mennyi lesz az árváltozás helyettesítési és jövedelmi hatása?
e) Határozzuk meg Zitának a zöldalmára vonatkozó egyéni keresleti függvényét!

51. Egy fogyasztó hasznossági függvénye: $U = x_1 + \ln x_2$. A jószágok árai $p_1 = 200$ és $p_2 = 50$.
a) Határozzuk meg a jövedelemajánlati görbe egyenletét!
b) Határozzuk meg mindkét jószág Engel-görbéjét!
c) Mennyi lesz a két jószág fogyasztása, ha a fogyasztó jövedelme 1000 Ft?
d) Mekkora az x_1 jószág jövedelemrugalmassága? Mekkora az x_2 jószág jövedelemrugalmassága?
e) Mutassuk meg, hogy a két jószág jövedelemrugalmasságának kiadási hányadokkal súlyozott átlga 1. (Ilyen feladatokat később összegyűjtve többet is talál.)

52. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = x_1 + \ln x_2$, jövedelme 1000 Ft, és az x_2 jószág ára $p_2 = 50$.
a) Határozzuk meg az árajánlati görbe egyenletét, az adott jövedelem és adott p_2 mellett!
b) Hogyan változik az árajánlati görbe, ha m megduplázódik? Határozzuk meg az árajánlati görbe egyenletét, m jövedelem és p_2 ár mellett!
c) Határozzuk meg x_1 jószág egyéni keresleti görbéjét $m = 1000$ és $p_2 = 50$ mellett!
d) Határozzuk meg az x_1 jószág egyéni keresleti görbéjét, m jövedelem és p_2 ár mellett!
e) Jellemezzük mindkét jószágot az árrugalmasság szempontjából! (Ilyen feladatokat később összegyűjtve többet is talál.)

53. Egy fogyasztó jövedelme 100 euro. Tegyük fel, hogy két terméket fogyaszt, amelyek árai $p_x = 20$ és $p_y = 20$. Ha az x termék ára $p'_x = 10$-re változik, akkor határozzuk meg az árváltozás teljes, helyettesítési és jövedelmi hatását Hicks- és Szluckij-féle felbontásban is, mindkét esetben jövedelemkompenzáló módszerrel, a következő hasznossági függvények esetén:
a) $U = xy$
b) $U = x^2y^3$
c) $U = 3x + 5y$
d) $U = \min\{x; y\}$
e) $U = \min\{3x; 2y\}$
f) $U = \ln x + 2y$

54. Egy szociálisan hátrányos helyzetű reprezentatív család kétféle terméket fogyaszt havi 600 eurós jövedelméből: szénhidrátot és húst. A család hasznossági függvénye $U = xy$, ahol x jelöli a család által havonta elfogyasztott szénhidrát, y pedig a hús mennyiségét (megfelelő mértékegységekben mérve).

a) Ha a szénhidrát egységára 20 euro, a hús ára pedig 10 euro, akkor mennyit fogyaszt a család havonta az egyes termékekből és mekkora hasznossági szintet biztosít ez a fogyasztás számukra?
b) Ha a hús egységára szintén 20 euróra emelkedik, akkor mekkora lesz az árváltozás helyettesítési, jövedelmi és teljes hatása Szluckij-felbontás szerint mindkét termékre?
c) Ha a hús egységára szintén 20 euróra emelkedik, akkor mekkora lesz az árváltozás helyettesítési, jövedelmi és teljes hatása Hicks-felbontás szerint mindkét termékre?
d) Mekkora jövedelemkompenzációra lenne szükség az árnövekedés hatásának ellensúlyozására Szluckij-, illetve Hicks-felbontás szerint?

55. Gábriel nagyon szereti a gyrost, minél többet fogyaszthat belőle (akár felet vagy bármilyen törtrészt), annál jobban érzi magát. A csirkéből készült gyros és a borjúból készült gyros egyenértékű Gábriel számára, aki éppen a zsebében lévő 450 eurót készül a gyros-árusnál elkölteni.
a) Ha a csirkéből készült gyros ára 40 euro, a borjúból készült gyros ára pedig 50 euro, akkor mennyit fogyaszt Gábriel a különböző fajta gyrosokból?
b) Ha a csirkéből készült gyros ára 45 euróra emelkedik, akkor mekkora lesz az árváltozás helyettesítési, jövedelmi és teljes hatása Hicks- és Szluckij-felbontás szerint?
c) Ha a csirkéből készült gyros ára 60 euróra emelkedik, akkor mekkora lesz az árváltozás helyettesítési, jövedelmi és teljes hatása Hicks- és Szluckij-felbontás szerint, jövedelemkompenzáló módszerrel, az a) ponthoz képest?

56. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = \ln x + y$, a termékek árai pedig: $p_x = 10,\ p_y = 100$. A fogyasztó jövedelme $m = 90$.
a) Ha az x termék ára $p'_x = 20$-ra növekszik, akkor mekkora az árváltozás helyettesítési, jövedelmi és teljes hatása Hicks- és Szluckij-felbontás szerint, jövedelemkompenzáló módszerrel?
b) Ha az eredeti helyzethez képest az y termék ára $p'_y = 40$-re csökken, akkor mekkora az árváltozás helyettesítési, jövedelmi és teljes hatása Hicks- és Szluckij-felbontás szerint?

Vétel és eladás, munkakínálat

57. Bala Tóni balatonfelvidéki telkén nemcsak a tájban gyönyörködik, hanem gyümölcsfákat is nevel. Meggy- és őszibarackfái vannak, melyek az idén termőre fordultak, 30 kg őszibarack és 18 kg meggy termett a kertben. A két gyümölcsre vonatkozó preferenciáit az $U = xy$ hasznossági függvény írja le. Az őszibarack ára a helyi piacon 300 Ft/kg, a meggy 200 Ft/kg. Mennyi lesz Tóninak a két gyümölcs iránti bruttó és nettó kereslete?

58. A Varga családban mindenki szereti a paprikát és a paradicsomot. Apa és fia azonban kizárólag lecsó formájában hajlandó fogyasztani a két zöldséget, és a lecsó készítésénél mindig feleannyi paradicsomot használnak, mint paprikát. Anya és lánya viszont csak nyersen, zöldségsaláta formájában

fogyasztják, és számukra közömbös, hogy adott mennnyiségű paprikából vagy feleannyi paradicsomból készül-e a saláta. (Így szól egy korábbi feladatunk.) A Varga család nem csak fogyasztja a paprikát és paradicsomot, de saját kiskertjükben maguk termelik mindkét zöldséget, kicsi veteményesükben 6 kg paprika és 9 kg paradicsom terem. A paprika 250 Ft/kg, a paradicsom 300 Ft/kg.

a) Mennyi lesz a bruttó és nettó kereslet a Varga családban a lányok preferenciái alapján, ha csak a lányok fogyasztanak?
b) Ha a család férfitagjai is ugyanennyit termelnek, és az általuk előállított mennyiséget ők fogyasztják el, akkor mennyi lesz az ő bruttó és nettó keresletük?

59. József szenvedélyes vitorlázó repülő. Pihenéssel és evéssel naponta 9 órát tölt, a többi időt (15 órát) munkájának és a vitorlázó repülésnek szenteli. A vitorlázó repülésen kívüli jószágokra költött pénze 1000 Ft-jainak számát m-mel, a naponta vitorlázó repülésre fordított óráinak számát v-vel jelölve, hasznossági függvénye: $U(v, m) = vm$. Órabérben dolgozik, maga határozhatja meg, hogy napi hány órát szentel a munkájának. Órabére kétezer Ft. A vitorlázó repülő egy órai bérleti díja ezer Ft.
   a) Napi hány órát repül József?
   b) Hány forintos órabér esetén választana napi 7 óra repülést?

60. Mutassuk meg, hogy ha egy fogyasztó szabadidőre (mennyiségét jelöljük s-sel) és jövedelemre (mennyiségét jelöljük m-mel) vonatkozó hasznossági függvénye $U(s, m) = sm$, és jövedelmet csak munkával tud szerezni, akkor az órabértől független a napi szabadidő mennyisége (maximum 24 óra). Mekkora ez a napi szabadidő-mennyiség?

61. Mutassuk meg, hogy ha egy fogyasztó szabadidőre (mennyiségét jelöljük s-sel, maximális értéke 24) és jövedelemre (mennyiségét jelöljük m-mel) vonatkozó hasznossági függvénye $U(s, m) = sm$ és $m = M + B$ (ahol M a munkajövedelme, és B a kötvényei hozamából élvezett napi jövedelme), akkor az órabér növekedésekor növekszik a naponta ledolgozott idő mennyisége. $B = 8$ és $w = 2$ esetén mennyi lesz a napi szabadideje?

62. Egy fogyasztó szabadidőre (mennyiségét jelöljük s-sel, maximális értéke 24) és jövedelemre (mennyiségét jelöljük m-mel) vonatkozó hasznossági függvénye $U(s, m) = m - (12 - s)^2$. A fogyasztó órabére kétezer Ft. Csak munkajövedelme van.
   a) Mennyit dolgozik egy nap a fogyasztó?
   b) Jövedelmére 10%-os jövedelemadót vetnek ki. Most mennyit fog dolgozni?

63. Robinson hasznossági függvénye $U = xy$, ahol x jelöli a kókuszdióból, y pedig a szabadidőből „fogyasztott” mennyiséget. Robinson egy héten maximum 40 óra szabadidővel rendelkezik, és 12 láda kókuszdiója maradt tavalyról, amikor még termett ez a gyümölcs a szigetén. A szomszédos szigeten a piacon jelenleg $p_x = 5$ a kókuszdió ára, és 3 pénzegység az egy munkaóra után fizetett munkabér.

a) Mennyit ér Robinson kókuszdió–szabadidő „árukészlete”, és mennyit fogyaszt optimálisan Robinson egy, a szomszéd szigeten lehetséges piaci árucsere után?
b) Ha a kókuszdió ára $p'_x = 3$-ra csökken, akkor mekkora lesz az árváltozás helyettesítési, jövedelmi, teljes és készletjövedelmi hatása Hicks- és Szluckij-felbontás szerint?

64. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = x^2y$, a termékek árai kezdetben $p_x = 4$ és $p_y = 1$, a fogyasztó rendelkezésére álló készletek a két termékből pedig $\omega_x = 75$ és $\omega_y = 300$. Ha az y termék ára $p'_y = 2$-re növekszik, akkor mekkora lesz az árváltozás készletjövedelmi hatása a két termékre nézve?

Kiadásminimalizálás

65. Egy fogyasztó hasznosságfüggvénye $U = xy$.
a) Legalább mekkora jövedelemre van szüksége a fogyasztónak ahhoz, hogy az $x = 10$, $y = 10$ kosár hasznosságát biztosíthassa maga számára a $p_x = 9$, $p_y = 4$ árak mellett?
b) Mekkora jövedelemre van szüksége a fogyasztónak ahhoz, hogy az $x = 10$, $y = 10$ kosár hasznosságát biztosíthassa maga számára, általában a p_x, p_y árak mellett?
c) Mennyit fogyaszt a fogyasztó az egyes termékekből általában a p_x, p_y árak mellett, ha a lehető legkisebb kiadással az $x = 10$, $y = 10$ kosár hasznosságát szeretné biztosítani a maga számára?
d) Mekkora jövedelemre van szüksége a fogyasztónak általában a p_x, p_y árak mellett ahhoz, hogy egy adott U_0 hasznossági szintet biztosíthasson maga számára?
e) Mennyit fogyaszt a fogyasztó az egyes termékekből általában a p_x, p_y árak mellett, ha a lehető legkisebb kiadással egy adott U_0 hasznossági szintet szeretne biztosítani a maga számára? (Azaz határozzuk meg a Hicks-féle kompenzált keresleti függvényeket!)

66. Egy közhasznú társaság hátrányos helyzetű gyerekekkel foglalkozik. A nagyvárosokban élő gyermekek esetében étkeztetést, a kis falvakban élő gyermekek esetében oktatást finanszíroznak. Az alapítvány eredményességét a $U = x^2y^3$ indexfüggvény írja le, ahol x a segélyprogram segítségével tanulmányaikat a középiskolában sikeresen tovább folytató gyerekek száma, y pedig a segélyprogram segítségével normális testtömegindex-tartományba kerülő gyerekek száma. Tegyük fel, hogy egy gyerek esetében az alapítványi kritériumoknak megfelelő sikeres oktatás és étkeztetés költsége egyaránt egységnyi.
a) Mennyi pénzre lenne szüksége minimálisan az alapítványnak ahhoz, hogy ilyen feltételek mellett a kuratórium a saját mércéjének megfelelően, legalább a 10 sikeresen oktatott, és legalább a 10 sikeresen étkeztetett gyereknek megfelelő eredményességi szintet érjen el?

b) Írjuk fel általában a p_x, p_y árak függvényében, hogy minimálisan mennyi pénzre lenne szüksége az alapítványnak ahhoz, hogy ilyen feltételek mellett a kuratórium a saját mércéjének megfelelően, legalább 10 sikeresen oktatott és legalább 10 sikeresen étkeztetett gyereknek megfelelő eredményességi szintet érjen el?

67. Egy fogyasztó hasznosságfüggvénye $U = x^a y^b$.
   a) Adjuk meg a két termék árának, valamint az a és b paramétereknek a függvényében, hogy minimálisan mekkora jövedelemre van szüksége a fogyasztónak ahhoz, hogy egy adott U_0 hasznossági szintet biztosíthasson maga számára (azaz határozzuk meg a kiadási függvényt)!
   b) Határozzuk meg a Hicks-i keresleti függvényeket!

68. Egy fogyasztóról tudjuk, hogy a Hicks-féle kompenzált keresleti függvényei a következők: $x(p_x, p_y, U) = U^{0,5} p_x^{-0,5} p_y^{0,5}$ és $y(p_x, p_y, U) = U^{0,5} p_x^{0,5} p_y^{-0,5}$. Határozzuk meg azt a függvényt, amely megadja az U hasznossági szintet optimális döntés mellett biztosító jövedelmet az árak és U függvényében (azaz határozzuk meg a kiadási függvényt)!

Piaci kereslet és a kereslet rugalmassága

69. Egy piacon két fogyasztó van jelen. Egyikük kereslete a $D_1(p) = 100 - p$, a másik fogyasztó kereslete pedig a $D_2(p) = 300 - 2p$ egyéni keresleti függvénnyel jellemezhető.
   a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a piaci keresleti függvényt!
   b) Milyen ártartományban lesz csupán egyetlen fogyasztó a piacon?
   c) Milyen árak mellett nem lehet egyáltalán eladni a terméket ezen a piacon?

70. Egy falusi lóvásáron három ember érdeklődik az eladó lovak iránt. A keresletüket a lovak árának függvényében rendre a következő függvények írják le: $D_1(p) = 15 - p$; $D_2(p) = 20 - 0,5p$; $D_3(p) = 10 - 2p$. Határozzuk meg és ábrázoljuk a lovak iránti piaci keresletet ebben a faluban!

71. Belleville városában nagyjából hasonló, konkrétan a $D(p) = 60 - 3p$ függvénnyel jellemezhető a lakosok békacombok iránti egyéni kereslete. Ha a városnak 1000 lakosa van, akkor milyen piaci kereslettel szembesül egy, a városba elsőként érkező kereskedő?

72. Egy régióban az égetett szeszesitalok iránti kereslet szempontjából két jól elkülöníthető társadalmi csoport él. Az egyik csoportot 50, a másodikat 100 ember alkotja. Az első csoport égetett szeszesital iránti kereslete $D_1(p) = 80 - 4p$, míg a második csoporté $D_2(p) = 20 - 0,2p$. Határozzuk meg a régióban az égetett szeszesitalok piaci keresletét!

73. Egy piacon két fogyasztó jelenik meg a keresletével. A keresleti függvényeik a következők: $D_1(p) = 1/p$, $D_2(p) = 1/p^2$. Határozzuk meg és ábrázoljuk a piaci keresletet!

74. Barbara és Kelly preferenciájáról a következőket tudjuk: Barbara maximálisan 10 000 Ft-ot ad ki egy farmerért, míg Kelly maximum 6000 Ft-ot. A szüleik mindegyik gyereknek maximum egy farmer vásárlását engedik meg. Így vagy egy farmert vesznek vagy egyet sem, és akkor édességre költik a pénzüket.
    a) Írjuk fel Barbara és Kelly farmer iránti egyéni keresleti függvényét!
    b) Írjuk fel Kelly és Barbara farmer iránti együttes keresleti függvényét!
75. Egy gazdaságban három fogyasztó van (A, B és C), akik két terméket (x, y) fogyasztanak. Hasznossági függvényeik: $U_A = xy$; $U_B = \min\{x; y\}$, $U_C = x + y$. Mindhárom fogyasztó jövedelme 100 pénzegység és $p_y = 10$. Határozzuk meg az x termék piaci keresletét!
76. A következő függvények közül melyik fejezheti ki a fogyasztó jövedelmének és a fogyasztó által megvásárolt két jószág árának függvényében a fogyasztást? Válaszát indokolja!
    a) $x = \frac{mp_y}{p_x}$
    b) $x = \frac{mp_y}{p_x^2}$
    c) $x = \frac{mp_y^2}{p_x}$
    d) $x = \frac{m^2 p_y}{p_x}$
    e) $x = \frac{mp_x}{p_y^2}$
    f) $x = \frac{p_y^2}{mp_x}$
77. Határozzuk meg és értelmezzük a következő keresleti függvények saját árrugalmasságát a $p = 20$ ár esetén!
    a) $D(p) = 200 - 4p$
    b) $D(p) = 150/p$
78. Határozzuk meg a saját ár-, kereszt ár- és jövedelemrugalmasságokat a következő keresleti függvények esetén!
    a) $D_1(p_1, p_2, m) = 5\frac{mp_2}{p_1^2}$
    b) $D_1(p_1, p_2, m) = 16\frac{mp_2^2}{p_1^3}$
    c) $D_1(p_1, p_2, m) = 2\frac{3m-4p_2}{p_1}$
79. Egy termék keresleti függvényéről tudjuk, hogy $\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{1}{p_1}$ és, hogy a termék teljesen keresztárrugalmatlan. Írjuk fel a keresleti függvény alakját!
80. Egy termék keresletéről tudjuk, hogy minden ár és jövedelemérték mellett a jövedelemrugalmassága $0,2$, a kereszt-árrugalmassága pedig $0,5$. Írjunk fel egy lehetséges keresleti függvényt a jövedelem és a két jószág árának függvényében!
81. Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U(x, y) = x^4 y$.
    a) Írjuk fel számokkal az árrugalmasságra vonatkozó azonosságot!
    b) Írjuk fel a jövedelemrugalmasságra vonatkozó azonosságot!

82. Egy háromtermékes keresleti rendszerben a termékek árrugalmassági mátrixát statisztikai adatokból becsülték:

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Tudjuk, hogy a fogyasztó a jövedelme 25 százalékát költi az első termékre.
a) Amennyiben a harmadik termék ára 100, és tudjuk, hogy 4 darabot fogyasztanak belőle, akkor mennyi a fogyasztó jövedelme?
b) Határozzuk meg és értelmezzük a Hicks-féle kompenzált rugalmasságokat!

1.3. Fogyasztáselmélet – Megoldások

Tesztkérdések

1. D	2. C	3. A	4. E	5. D	6. D	7. C	8. D	9. D	10. E
11. B	12. C	13. B	14. D	15. B	16. D	17. A	18. D	19. B	20. A
21. E	22. D	23. D	24. B	25. A	26. B	27. B	28. D	29. C	30. A
31. A	32. C	33. E	34. E	35. B	36. E	37. C	38. D	39. B	40. C
41. B	42. D	43. C	44. C	45. A	46. E	47. A	48. A	49. C	50. E
51. A	52. D	53. A	54. D	55. E	56. B	57. B	58. A	59. C	60. C
61. D	62. A	63. A	64. D	65. D	66. D	67. D	68. C	69. A	70. D
71. B	72. D	73. A	74. C	75. A	76. B	77. F	78. A	79. C	80. C
81. B	82. B	83. A	84. B	85. C	86. D	87. C	88. C	89. B	

Számítási feladatok

1. $300x_1 + 200x_2 \leq 2000;\ x_1, x_2 \geq 0;\ 300x_1 + 200x_2 = 2000$
2. $0,5x_1 + 0,2x_2 \leq 10;\ x_1, x_2 \geq 0;\ 0,5x_1 + 0,2x_2 = 10$
3. a) $10x_1 + 50x_2 \leq 100;\ x_1, x_2 \geq 0;\ 10x_1 + 50x_2 = 100$
   b) $x_1 = 10;\ x_2 = 2$
   c) 5
   d) $10x_1 + 50x_2 \leq 150;\ x_1, x_2 \geq 0$
   e) $25x_1 + 50x_2 \leq 100;\ x_1, x_2 \geq 0$
   f) $10x_1 + 20x_2 \leq 100;\ x_1, x_2 \geq 0$
   g) 200e Ft-tal
   h) nem változik
   i) $12x_1 + 50x_2 \leq 100;\ x_1, x_2 \geq 0$
   j) $12,5x_1 + 50x_2 \leq 100;\ x_1, x_2 \geq 0$
   k) Az $(5; 0,8)$ pontban töréspont lesz; $12x_1 + 50x_2 = 100;\ x_1 \leq 5$ esetén, $12,5(x_1 - 5) + 60 + 50x_2 = 100;\ x_1 > 5$ esetén.
   l) Töréspont az $(5; 1)$ pontban, $10x_1 + 50x_2 = 100;\ x_1 \leq 5$ esetén, $8(x_1 - 5) + 50 + 50x_2 = 100;\ x_1 > 5$ esetén.
   m) Töréspont a $(6,5; 0,7)$ pontban, $10x_1 + 50x_2 = 100;\ x_1 \leq 6,5$ esetén, onnantól függőleges.

n) $x_2 = 2$-nél vízszintes $x_1 = 10$-ig; $10(x_1 - 10) + 50x_2 = 100$; $x_1 > 10$ esetén.
o) $(0; 10)$ pontból induló, 1 meredekségű egyenes.

4. a) $y = 12 - 0,8x$. A költségvetési egyenes y tengelymetszete 12, x tengelymetszete 15. Javasoljuk, készítsen hozzá ábrát.
b) $p_x = 40$, $p_y = 50$, $m = 600$
c) $y = 9 - 0,3x$

5. a) $y = 60 - 4x$
b) $y = 60 - 5x$
c) $y = 60$ ha $x \leq 3$ és $y = 75 - 5x$, ha $x > 3$
d) $y = 75 - 5x$; a költségvetési halmaz most bővebb.
e) $y = 60 - 4x$, ha $x \leq 7, x = 7$-ben függőleges egyenes.

6. a) 60
b) 32 400
c) $y = 66\ 000 - 1200x$, ha $x \leq 10$ és $y = 64\ 800 - 1080x$, ha $x > 10$
d) 60
e) A költségvetési korlát az $y = 66\ 000$-nél metszi az y tengelyt, és $x = 60$-nál az x tengelyt, a $0 < x < 10, 11 < x < 21, 22 < x < 32, 33 < x < 43$, $44 < x < 54$ és $55 < x < 60$ esetén -1200 meredekségű egyenesek, $10 \leq x \leq 11$, $21 \leq x \leq 22$, $32 \leq x \leq 33$, $43 \leq x \leq 44$ és $54 \leq x \leq 55$ között vízszintes egyenes.

7. a) Anna közömbösségi térképén az A kosár magasabban fekvő közömbösségi görbén van, mint a B kosár. Bori közömbösségi térképén az A kosár alacsonyabban fekvő közömbösségi görbén van, mint a B kosár. Cili közömbösségi térképén az A és B kosár ugyanazon a közömbösségi görbén van. Valamennyi közömbösségi görbe szigorúan monoton csökkenő, és konvex.
b) Anna: $\mid RS \mid < 2$, Bori: $\mid RS \mid > 2$ és Cili: $\mid RS \mid = 2$

8. 1–1 arányban tökéletes helyettesítők, $MRS = -1$.

9. a) $-1/2$ meredekségű egyenesek, ha az első zh szerepel az x tengelyen.
b) Fordított derékszögek (nevezhetjük fordított L betűnek).
c) Tökéletes kiegészítők, ezért „rendes” derékszögek (nevezhetjük „rendes” L betűnek).

10. Konkáv közömbösségi görbék, az origó felé nő a hasznosság, a preferált halmaz konvex.

11. a) A közömbösségi térkép releváns szakasza az a 20 oldalhosszú négyzet, melynek bal oldali csúcspontja az origó. A négyzetet a vízszintes és a függőleges tengelyen a 8 távolságban húzott egy-egy egyenes négy részre osztja. A bal alsó negyedben L alakú görbék reprezentálják a hasznosságot, az L csúcsa mindig a bal alsó sarokban van. A jobb felső negyedben szintén L alakú görbék szerepelnek, de ezek fordítottak, a csúcspont a jobb felső sarokban van. A bal felső és a jobb alsó negyedben -1 meredekségű egyenes szakaszok reprezentálják a közömbösségi görbéket.

b) A bal alsó negyedben:
U(2. zh-pont, 3. zh-pont) = min(2. zh-pont, 3. zh-pont);
a jobb felső negyedben:
U(2. zh-pont, 3. zh-pont) = max(2. zh-pont, 3. zh-pont);
a másik két negyedben:
U(2. zh-pont, 3. zh-pont) = 2. zh-pont + 3. zh-pont.

12. Konkáv közömbösségi görbék, az origótól távolodva nő a hasznosság, szigorúan monoton növekvő, konkáv preferenciák.

13. Függőleges egyenesek, ha a Peti által kapott csokimennyiség szerepel a vízszintes tengelyen, $MRS = -\infty$.

14. a) Apa és fia számára tökéletesen kiegészítő, anya és lánya számára tökéletesen helyettesítő jószágok a paprika és a paradicsom.
b) Ha a paprika van az y és a paradicsom az x tengelyen: az $U(x, y) = \min\{2x, y\}$ és $U(x, y) = 2x + y$, illetve ezen függvények bármely monoton transzformációja megfelelő.

15. x: asztallap, y: asztalláb, z: szék; $U = \min\{4x; y; z\}$, illetve ennek a függvénynek bármely monoton növekvő transzfromáltja.

16. a) $U = 40$, így $y = \frac{40}{x+2}$
b) $MRS = -\frac{y}{x+2} = -1,6$
c) Minden olyan x,y kombináció, amely kielégíti a $40 = (x + 2)y$ egyenletet, pl. $x = 2$, $y = 10$. Az $U = 40$ közömbösségi görbe $(2, 10)$ és $(3, 8)$ pontja között a helyettesítés aránya abszolút értékben $|\Delta y/\Delta x| = 2$.
d) Minden olyan x, y kombináció magasabban fekvő görbén van, amelyre $40 < (x + 2)y$ pl. $x = 3$, $y = 10$. Minden olyan x, y kombináció alacsonyabban fekvő görbén van, amelyre $40 > (x + 2)y$, pl. $x = 2$, $y = 9$.
e) jól viselkedő

17. a) $10 = \sqrt{xy^3}$, átrendezve: $y = (\frac{100}{x})^{1/3}$
b) $MU_x(x, y) = \frac{1}{2}x^{-1/2}y^{3/2}$ $MUy(x, y) = \frac{3}{2}2x^{1/2}y^{1/2}$ $MRS = -\frac{1}{3}\frac{y}{x}$
c) $\mid MRS \mid = \frac{1}{3}\frac{y}{x} = \frac{4}{3}$ és $200 = \sqrt{xy3}$-ból: $x = 5$, $y = 20$

18. a) jól viselkedő (Cobb–Douglas)
b) $MRS = -2$
c) Minden olyan banán (x), alma (y) kombináció, amelyik
i. kielégíti a $8 = x\sqrt{y}$ egyenletet, pl. $x = 2$ így $y = 16$
ii. Magasabban fekvő közömbösségi görbén van minden olyan banán (x), alma (y) kombináció, amelyre $8 < x\sqrt{y}$, pl. $x = 3$ és $y = 16$.
iii. Alacsonyabban fekvő közömbösségi görbén van minden olyan banán (x), alma (y) kombináció, amelyre $8 > x\sqrt{y}$, pl. $x = 2$ és $y = 9$.
d) $MRS^{\text{Fanni}}(x, y) = -2\frac{y}{x}$ és $MRS^{\text{Balázs}}(x, y) = -\frac{y}{x}$ Fanni helyettesítési határrátája abszolút értékben nagyobb, mint Balázsé (minden azonos összetételű kosár esetén), Fanni a banán fogyasztásának növelése érdekében mindig kétszer annyi almát hajlandó feláldozni, mint Balázs, vagyis Fanni szereti jobban a banánt.

19. a) $MU_x = y \qquad MU_y = x \qquad MRS = -\frac{y}{x}$
    b) $MU_x = \frac{1}{x} \qquad MU_y = \frac{1}{y} \qquad MRS = -\frac{y}{x}$
    c) $MU_x = 3x^2y^2 \qquad MUy = 2x^3y \qquad MRS = -\frac{3y}{2x}$
    d) $MU_x = y - 2 \qquad MU_y = x + 2 \qquad MRS = -\frac{y-2}{x+2}$
    e) $MU_x = 5 \qquad MU_y = 1 \qquad MRS = -5$
    f) $MU_x = \frac{1}{2\sqrt{x}} \qquad MU_y = 1 \qquad MRS = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$
    g) $MU_x = 2$, ha $x < \frac{3}{2}y$ és $MU_x = 0$, ha $x > \frac{3}{2}y$, $MU_y = 3$, ha $y < \frac{2}{3}x$ és $MU_y = 0$, ha $y > \frac{2}{3}x$, $MRS = 0$,ha $x > \frac{3}{2}y$, $MRS = -\infty$, ha $x < \frac{3}{2}y$ és nem értelmezhető, ha $y = \frac{2}{3}x$.
20. Anna, Csilla, Dávid
21. a) A közömbösségi térkép diszkrét pontokból áll. Legyen x az 1 Ft-osok, y a 2 Ft-osok száma. Ekkor az $x + 2y = 5a$ pontok egy közömbösségi görbén vannak, ahol a egy rögzített pozitív egész szám, a hasznosság jobbra felfelé növekszik. Az $x + 2y = 5a$ pontokon kívül azok a pontok is ugyanehhez a közömbösségi görbéhez tartoznak, amelyek esetében $5a < x + 2y < 5(a + 1)$.
    b) $U(x, y) = [\frac{x+2y}{5}]$
22. A közömbösségi térkép minden pontja egy-egy külön hasznossági szintet reprezentál. Ún. lexikografikus preferenciarendezésről van szó.
23. a) Ha $cs \geq a$ akkor $U(cs, a) = cs + a$ és ha $cs < a$, akkor $U(cs, a) = = cs - 0, 5a$.
    b) Legyen a csoki a függőleges, az alma a vízszintes tengelyen. A $cs = a$ egyenes két részre osztja a közömbösségi térképet. Felette -1 meredekségű, alatta $+0, 5$ meredekségű egyenesen vannak a közömbösségi görbe pontjai.
24. a) $y = 5 - \frac{1}{3}x$, $y = 2$ koncert, $x = 9$ uszoda
    b) $y = 3$, ha $x \leq 10$, és $y = 6\frac{1}{3} - \frac{1}{3}x$, ha $x > 10$. 2 koncert, 13 uszoda.
    c) $\Delta m = 3200$
25. A régi kosár most 2100 Ft-ba kerülne, ezt most is megvehetnék. Most 2100 Ft-nál többet költenek a két termékre, így a belőle származó hasznosságuk jelenleg nagyobb.
26. Tamás, mert Béla kosara Tengerentúlon csak 1050 karatyba kerülne.
27. A jövedelemadó és a fenti mennyiségi adó ugyanannyi jövedelmet eredményez a kormánynak. A fogyasztó viszont jobban jár a jövedelemadóval, mert megveheti ugyanazt a jószágkosarat, mint mennyiségi adó esetén, és még más kosarakat is, amik lehetnek a számára hasznosabbak. Érdemes ábrát is készíteni.
28. a) Amennyiben a mennyiségi szubvenció mellett a fogyasztó $x = 8$-nál többet fogyasztana X-ből, akkor a mennyiségi szubvenciót választja. Érdemes ábrát készíteni.
    b) Ha az X Giffen, akkor inferior, ezért egyösszegű jövedelem-kiegészítés esetén a fogyasztó biztos, hogy $x = 5$-nél kevesebbet fogyaszt, tehát $x = 8$-nál még inkább kevesebbet. Az egyösszegű jövedelem-kiegészítés

és a mennyiségi szubvenció költségvetési egyenese az $x = 8$ pontban metszik egymást. Az egyösszegű jövedelem-kiegészítés költségvetési egyenesének az a pontja, ahol a fogyasztó választ, nincs benne a mennyiségi szubvenció esetén kialakult költségvetési halmazban. A fogyasztó a jövedelemkiegészítéssel ilyenkor egyértelműen jobban jár. Most is érdemes ábrát készíteni.

29. Érdemes elkészíteni azt a táblázatot, mely a különböző évben választott kosarak összértékét mutatja a különböző évek árain:

Árak\mennyiségek	2000	2010	2020
2000	14,5	12,5	15,5
2010	383	380,5	352
2020	164	180	172

Abban az esetben, ha egy adott év saját kosarához tartozó kiadása nagyobb, mint az adott év árain egy másik év kosarának a költsége, akkor az adott év kosara kinyilvánítottan közvetlenül (jelöljük K-val) preferált a másik szóban forgó év kosaránál. Az összes közvetlen preferencia bejelölése után nézzük meg, hol találunk láncolaton keresztüli, áttételes, vagyis közvetett (jelöljük Á-val) preferenciát. Ha van olyan sor, hogy egy hozzátartozó oszlopban szerepel a K vagy Á betű, és az aszimmetrikus eset is jelölt, akkor a választás megszegi a kinyilvánított preferencia gyenge vagy erős axiómáját. Esetünkben

Szituáció	2000	2010	2020
2000		K	Á
2010	Á		K
2020	K	Á	

Azaz most az adatok megszegik a kinyilvánított preferencia erős axiómáját. Amennyiben Pillangókirálynő preferenciái a kérdéses időszak alatt nem változtak, akkor hiba csúszott az adatrögzítésbe.

30. a) $p_y = 4800/20 = 240$ Ft/kg, ezért $y = 20 - \frac{5}{12}x$
    b) 24 db túrórudi és 10 kg kenyér
    c) $U(10, 18) = 180,\ |MRS(10, 18)| = 1,8$
31. a) $x = 15,\ y = 10$
    b) $x = 12,\ y = 10$
    c) $x = 18,\ y = 15$
32. a) $x = 10,\ y = 20$
    b) $x = 8,\ y = 20$
    c) $x = 10,\ y = 25$
    d) ua.
    e) $x = 7,\ y = 32$
33. a) $x = 4,\ y = 16$, illetve $x = 8,\ y = 8$
    b) Mindkettőjüknél: $MRS = -\frac{p_x}{p_y} = -2$, mert azonos árarányokkal szembesülnek.

34. $64 = x_1 x_2^2$ és $MRS = -\frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = -\frac{1}{2}$–ből $x_1 = x_2 = 4$, így $m = 2400$

35. a) $-1/3$ meredekségű egyenesek (tökéletesen helyettesítő termékek): $|MRS| = \frac{1}{3}$
    b) $y = 9 - 0,3x$
    c) csak fagylaltot eszik, $x = 30$
    d) csak jégkrémet fogyaszt, $y = 9$

36. a) L alakú görbék, csúcspont a bal alsó sarokban van, a sarokpontok az $y = 0,5x$ egyenesen találhatók. (Tökéletesen kiegészítő javak.) Az $y > 0,5x$ esetben $MRS = -\infty$, és az $y < 0,5x$ esetben $MRS = 0$, a sarokpontban pedig nem értelmezhető az MRS.
    b) $y = 42,72 - 1,28x$, 24 üveg sör és 12 csomag mogyoró
    c) $p'_x = 204,5$ azaz a sör ára 205 Ft/üveg lett.

37. a) Ha az akácméz mennyisége szerepel az x, és a nádcukor az y tengelyen, akkor a közömbösségi görbék -1 meredekségű egyenesek, a költségvetési egyenes $-1,12$ meredekségű egyenes, az optimális választás az $x = 0$, $y =$ 0,6 sarokpont. Tehát csak nádcukrot vesz, $0,6$ kg-ot.
    b) A költségvetési egyenes és közömbösségi görbe most egybeesik, így az $y = 0,6 - x$ költségvetési egyenes bármely pontja optimális választás. A hasznosság nem változik.
    c) A költségvetési egyenes meredeksége most abszolút értékben kisebb, mint a közömbösségi görbe meredeksége, az optimális választás sarokpont lesz, csak mézet vesz, $0,625$ kg-ot. A hasznosság nő.
    d) 5750 Ft-ot
    e) 50 csésze tea, $0,5$ kg akácméz, 0 nádcukor.

38. a) $MRS = -4$. Tökéletes helyettesítés, 4 egység y jószág helyettesít egy egység x jószágot.
    b) Az adott árarányok alapján csak x-et fogyaszt, $y = 0$, $400 = (4x)^2$-ből $x = 5$.
    c) $p_x = 90$, $p_y = 30$
    d) $p_x = 120$ (Ha mindkét jószágból vásárol, akkor $MRS = -\frac{p_x}{p_y}$.)

39. a) $x = 5; y = 2$
    b) $x = 5; y = 0,5$
    c) sarokponti megoldás, $x = 2,5;\ y = 0$

40. a) $x = 48,\ y = 0$
    b) $x = 81$, $y = 3,75$
    c) $x = 16$, $y = 18$
    d) $m = 10080$, $x = 16$, $y = 22$
    e) Nem, mert az áremelkedés előtti hasznossági szint:
    $U(81; 3,75) = 30,75 > U(16, 22) = 30$.
    Még 270-et, mert ekkor $y = 22,75$.

41. Konkáv preferenciák, $x = 18;\ y = 0$

42. a) $U(x, y) = 0$, $2xy = 60$ és $MRS = -\frac{y}{x} = -\frac{3}{4}$-ből $x = 20$, $y = 15$, így $m = 1200$.

b) $y(x) = 0,75x$
c) $x(m) = \frac{m}{60}$, $y(m) = \frac{m}{80}$
d) $x' = 20$, $y' = 12$, $\Delta y = -3$
e) $\Delta p = 10$, $\Delta m = 10 \cdot 15 = 150$
f) $\Delta m \approx 141,64$
g) $150 > 141,64$, tehát ugyanazon hasznossági szint elérése kisebb többletjövedelmet igényel, mint az eredeti kosár megvásárlása.

43. a) Egy lemez ára 4000 Ft, a fogyasztó jövedelme 120 000 Ft.
b) $p' = 2400$, $x(p', m) = 25$, $\Delta x = 10$
c) $m' = 96\ 000$
d) $x(m',\ p') = 20$, helyettesítési hatás: $\Delta x^s = 20 - 15 = 5$, jövedelmi hatás: $\Delta x^m = 25 - 15 = 5$. (A teljes árhatás felbontásakor itt és a további feladatokban is a jövedelemkompenzációs módszert alkalmazzuk, vagyis az árváltozás előtti helyzetet tekintjük kiindulópontnak. Másik módszer a tényleges jövedelemváltozás módszere, amikor az új, az árváltozás utáni helyzetből indulunk ki. Gyakorlásképp ajánljuk az olvasónak, hogy a tényleges jövedelemváltozás módszerével is oldja meg a feladatokat.)

44. a) $x_1 = 75$, $x_1' = 90$, $\Delta x_1 = 15$
b) $x_2(x_1) = 60x_1$, ill. $x_2(x_1) = 50x_1$ (azaz laposabb lett)
c) $x_1(m) = \frac{m}{120}$ ill. $x_1(m) = \frac{m}{100}$ (laposabb lett, amennyiben az x van a vízszintes tengelyen)
d) $x_2(x_1) = 4500$.
e) $x_1(p_1) = \frac{45\ 000}{p_1}$
f) $\Delta m = -10 \cdot 75 = -750$, (ennyiről mondhat le, hogy az eredeti fogyasztást fenntarthassa), $U = 75 \cdot 45\ 000 = 337\ 500$, $m' \approx 2 \cdot 50 \cdot 82,16 = 8216$, $\Delta m \approx -784$ (ennyiről mondhat le, hogy az eredeti hasznossági szintet fenntarthassa).
g) $x(m', p') = 82,5$, így a helyettesítési hatás: $\Delta x^s = 82,5 - 75 = 7,5$, a jövedelmi hatás: $\Delta x^m = 90 - 82,5 = 7,5$. (A helyettesítési hatás, mint mindig, most is negatív. Igaz, hogy most a helyettesítési hatás eredményeképp növekedett a fogyasztás, de mivel az ár csökkent, az árváltozás és a mennyiségi változás továbbra is ellentétes irányúak.)
h) $x_1(p', m') \approx 82,16$, így a helyettesítési hatás: $\Delta x^s = 82,16 - 75 = 7,16$, a jövedelmi hatás: $\Delta x^m = 90 - 82,16 = 7,84$

45. a) $\Delta x = -10$
b) $m' = 4000$, $x(m', p') = \frac{40}{3}$, így a helyettesítési hatás: $\Delta x^s = -\frac{20}{3}$, a jövedelmi hatás: $\Delta x^m = -\frac{10}{3}$
c) $x(p_x) = \frac{1000}{p_x}$
d) A B fogyasztó keresleti görbéje ugyancsak $x(p_x) = \frac{1000}{p_x}$, tehát $x^A(p_x) + x^B(p_x) = \frac{1000}{p_x} + \frac{1000}{p_x} = \frac{2000}{p_x}$
e) $n \cdot x(p_x) = n \cdot \frac{1000}{p_x}$

46. a) $\Delta p_x = 37,5$
b) jövedelemajánlati görbe: $y(x) = 100x$, árajánlati görbe: $y = 6000$

c) $x(m) = \frac{m}{250}$ és $x(p_x) = \frac{9000}{p_x}$
d) $x(m,p) = \frac{3}{5}\frac{m}{p_x}$
e) $\Delta m = 37,5 \cdot 60 = 2250$, $m' = 17\ 250$, $x(m',p') = 55,2$ így a helyettesítési hatás: $\Delta x^s = 55,2 - 60 = -4,8$, a jövedelmi hatás: $\Delta x^m = = 48 - 55.2 = -7,2$

47. a) $x = 60$
b) $x = 55$
c) $\Delta x = -5$, $m' = 181\ 500$, $x(m',p') = 55,125$, így a helyettesítési hatás: $\Delta x^s = 55,125 = -4,875$, a jövedelmi hatás: $\Delta x^m = 55 - 55,125 = -0,125$

48. a) $x_{\text{kávé}} = 2x_{\text{tejszín}}$, $7700 = 80x_{\text{kávé}} + 40x_{\text{tejszín}} = 200x_{\text{tejszín}}$, tehát 77 kávé és 38,5 dl tejszín.
b) 70 kávé és 35 dl tejszín.
c) A helyettesítési hatás 0, a tejszín árának teljes hatása megegyezik a jövedelmi hatással: $\Delta x_{\text{tejszín}} = -3,5$.
d) A jövedelemajánlati és árajánlati görbe egyaránt: $x_{\text{kávé}}(x_{\text{tejszín}}) = 2x_{\text{tejszín}}$ (a tejszín mennyisége szerepel a vízszintes tengelyen)
e) $x_t(p_t) = \frac{7700}{160+p_{\text{tejszín}}}$

49. a) $|\text{MRS}| = \frac{15}{10} > \frac{1800}{1250}$, csak aszalt szilvát fogyaszt, tehát $y = 0$ (a vízszintes tengely lesz a jövedelemajánlati görbe)
b) $x(m) = \frac{m}{1800}$, $y(m) = 0$
c) $x(p_x,m) = \frac{m}{p_x}$, ha $p_x < 1875$, $x(p_x,m) \in \left[0, \frac{m}{p_x}\right]$, ha $p_x = 1875$ és $x(p_x,m) = 0$, ha $p_x > 1875$
d) $x = 2,5$ kg, $y = 0$
e) $|\ MRS\ | = \frac{15}{10} < \frac{2000}{1250}$, most már csak fügét fogyaszt
f) A teljes hatás megegyezik a helyettesítési hatással, $\Delta x = \Delta x^s = -2,5$.

50. a) $MRS = -\frac{200}{\sqrt{x}}$, az optimumban $\frac{200}{\sqrt{x}} = 40$, ebből $x = 25$, azaz nem függ a jövedelemtől ($m \geq 1000$).
b) $\frac{200}{\sqrt{x}} = 50$, ebből $x' = 16$, $\Delta x = -9$
c) $\Delta y = y' - y = (m - 800) - (m - 1000) = 200$, $\epsilon = -36/25$, árrugalmas.
d) A teljes árhatás megegyezik a helyettesítési hatással, a jövedelmi hatás 0.
e) $x(p_x) = \left(\frac{200}{p_x}\right)^2$

51. a) $MRS = -\frac{1}{\frac{1}{x_2}} = -x_2 = -\frac{200}{50} = -4$, azaz $x_2 = 4$
b) $m = 200x_1 + 50x_2 = 200x_1 + 200$, ebből $x_1(m) = \frac{m-200}{200}$, ha $m > 200$, $x_2(m) = 4$, ha $m > 200$, $x_1 = 0$, ha $m \leq 200$; $x_2(m) = \frac{m}{50}$, ha $m < 200$
c) $x_1 = 4$, $x_2 = 4$
d) $\frac{dx_1}{dm}\frac{m}{x_1} = \frac{m}{m-200} = 1,25$ $\frac{dx_2}{dm}\frac{m}{x_2} = 0$
e) $\frac{200x_1}{m}\frac{m}{m-200} + 0 = \frac{200 \cdot 4}{1000-200} = 1$

52. a) $p_1 = x_2 p_2 \;\; 1000 = 50x_1x_2 + 50x_2 = 50x_2(x_1+1)$, ebből $x_2(x_1) = \frac{20}{x_1+1}$
    b) $x_2(x_1) = \frac{40}{x_1+1}$, $x_2(x_1) = \frac{m}{p_2(x_1+1)}$
    c) $x_1(p_1) = \frac{1000}{p_1} - 1$, ha $p_1 < 1000$
    d) $x_1(p_1) = \frac{m}{p_1} - 1$, ha $p_1 < m$
    e) $\varepsilon_1 = \frac{-1000}{1000-p_1}, \varepsilon_2 = -1$
53. a) Hicks: $HH_x = 1,03$; $HH_y = -0,73$; $JH_x = 1,47$; $JH_y = 0,73$; $TH_x = 2,5$; $TH_y = 0$; Szluckij: $HH_x = 1,25$; $HH_y = -0,625$; $JH_x = 1,25$; $JH_y = 0,625$; $TH_x = 2,5$; $TH_y = 0$.
    b) Hicks: $HH_x = 1,031$; $HH_y = -0,726$; $JH_x = 0,969$; $JH_y = 0,726$; $TH_x = 2$; $TH_y = 0$; Szluckij: $HH_x = 1,2$; $HH_y = -0,6$; $JH_x = 0,8$; $JH_y = 0,6$; $TH_x = 2$; $TH_y = 0$.
    c) Hicks: $HH_x = 8,33$; $HH_y = -5$; $JH_x = 1,667$; $JH_y = 0$; $TH_x = 10$; $TH_y = -5$; Szluckij: $HH_x = 10$; $HH_y = -5$; $JH_x = 0$; $JH_y = 0$; $TH_x = 10$; $TH_y = -5$.
    d) Hicks és Szluckij: $HH_x = 0$; $HH_y = 0$; $JH_x = 0,833$; $JH_y = 0,833$; $TH_x = 0,833$; $TH_y = 0,833$.
    e) Hicks és Szluckij: $HH_x = 0$; $HH_y = 0$; $JH_x = 0,5$; $JH_y = 0,75$; $TH_x = 0,5$; $TH_y = 0,75$.
    f) Hicks: $HH_x = 0,5$; $HH_y = -0,35$; $JH_x = 0$; $JH_y = 0,35$; $TH_x = 0,5$; $TH_y = 0$; Szluckij: $HH_x = 0,5$; $HH_y = -0,25$; $JH_x = 0$; $JH_y = 0,25$; $TH_x = 0,5$; $TH_y = 0$.
54. a) $x^* = 15$; $y^* = 30$; $U = 450$
    b) Szluckij: $HH_x = 7,5$; $HH_y = -7,5$; $JH_x = -7,5$; $JH_y = -7,5$; $TH_x = 0$; $TH_y = -15$.
    c) Hicks: $HH_x = 6,21$; $HH_y = -8,79$; $JH_x = -6,21$; $JH_y = -6,21$; $TH_x = 0$; $TH_y = -15$.
    d) Szluckij: $\Delta m = 300$; Hicks: $\Delta m = 248,4$
55. a) csirke: 11,25 db, borjú: 0 db.
    b) Hicks és Szluckij: $HH_x = 0$; $HH_y = 0$; $JH_x = -1,25$; $JH_y = 0$; $TH_x = -1,25$; $TH_y = 0$.
    c) Hicks: $HH_x = -11,25$; $HH_y = 11,25$; $JH_x = 0$; $JH_y = -2,25$; $TH_x = -11,25$; $TH_y = 9$; Szluckij: $HH_x = -11,25$; $HH_y = 13,5$; $JH_x = 0$; $JH_y = -4,5$; $TH_x = -11,25$; $TH_y = 9$.
56. a) Hicks: $HH_x = -4$; $HH_y = 0,588$; $JH_x = -0,5$; $JH_y = -0,588$; $TH_x = -4,5$; $TH_y = 0$, Szluckij: $HH_x = -4$; $HH_y = 0,8$; $JH_x = -0,5$; $JH_y = -0,8$; $TH_x = -4,5$; $TH_y = 0$.
    b) Hicks: $HH_x = -5$; $HH_y = +0,81$; $JH_x = 0$; $JH_y = +0,44$; $TH_x = -5$; $TH_y = +1,25$; Szluckij: $HH_x = -5$; $HH_y = +1,25$; $JH_x = 0$; $JH_y = 0$; $TH_x = -5$; $TH_y = +1,25$.
57. $m = 12600$, bruttó kereslet: $x^* = 21$, $y^* = 31,5$,
    nettó kereslet: $x^* - w_x = 21 - 30 = -9$, $y^* - w_y = 31,5 - 18 = 13,5$.
58. a) Az adott árarányok mellett csak paradicsomot (x) fogyasztanak, $m = 4200$, $x^* = \frac{4200}{300} = 14$, $y^* = 0 \;\; x^* - w_x = 5$, $y^* = 0$, $y^* - w_y = -6$.
    b) $x^* = 5,25$, $y^* = 10,5$, $x^* - w_x = -3,75$, $y^* - w_y = 4,5$

59. a) A hasznossági függvényt kell maximalizálni, $30 = 3v + m$ költségvetési korlát mellett. (A vitorlázás ára azért 3, mert fizetni kell érte mind az „elszalasztott" munkaidővel, mind a bérleti díjjal) 5 órát vitorlázik naponta. b) Itt is a hasznossági függvényt kell maximalizálni, de az órabér paraméteresen adott. Használjuk az órabérre a w jelölést, $v = \frac{15w}{2w+2}$. Ez utóbbi értéket egyenlővé téve 7-tel, $w = 14$ ezer Ft.

60. Használjuk az órabérre a w jelölést. A jövedelmet kifejezve a $24w = ws+m$ költségvetési egyenletből, és behelyettesítve a hasznossági függvénybe a $U(s, m) = w(24s - s^2)$ kifejezést kapjuk, melynek s szerinti maximuma nem függ w értékétől. $s = 12$ adja a hasznosság maximumát.

61. A $24w + B = ws + m$ egyenletből kifejezve m-et, és behelyettesítve a hasznossági függvénybe, majd s szerint maximalizálva: $s = \frac{24w+B}{2w}$ a w csökkenő függvénye. A példabeli értékek mellett $s = 14$.

62. a) $s = 13$, azaz napi 11 órát dolgozik.
    b) Most a hasznossági függvénybe a költségvetési egyenesből kifejezett m-nek a 90%-a kerül, és így a napi munkavégzés $11,1$ órára nő.

63. a) $m = 180$; $x^* = 18$; $y^* = 30$
    b) Hicks: $HH_x = 5,24$; $HH_y = -6,76$; $JH_x = 2,76$; $JH_y = 2,76$; $TH_x = 8$; $TH_y = -4$; $KJH_x = -4$; $KJH_y = -4$; Szluckij: $HH_x = 6$; $HH_y = -6$; $JH_x = 2$; $JH_y = 2$; $TH_x = 8$; $TH_y = -4$; $KJH_x = -4$; $KJH_y = -4$.

64. $KJH_x = 50$; $KJH_y = 50$

65. a) $m = 120$
    b) $m(p_x, p_y) = 20\sqrt{p_x p_y}$
    c) $x(p_x, p_y) = 10\sqrt{p_y/p_x}$; $y(p_x, p_y) = 10\sqrt{p_x/p_y}$
    d) $m(p_x, p_y, U_0) = 2\sqrt{p_x p_y U_0}$
    e) $x(p_x, p_y, U_0) = \sqrt{U_0\,(p_y/p_x)}$; $y(p_x, p_y) = \sqrt{U_0\,(p_x/p_y)}$

66. a) $m = \frac{10}{(3/2)^{3/5}} + \frac{10}{(2/3)^{2/5}} \simeq 19,6$
    b) $m(p_x, p_y) = p_x \frac{10}{\left(\frac{3p_x}{2p_y}\right)^{3/5}} + p_y \frac{10}{\left(\frac{2p_y}{3p_x}\right)^{2/5}}$

67. a) $m(p_x, p_y, a, b, U_0) = p_x \frac{U_0^{1/(a+b)}}{\left(\frac{bp_x}{ap_y}\right)^{b/(a+b)}} + p_y \frac{U_0^{1/(a+b)}}{\left(\frac{ap_y}{bp_x}\right)^{a/(a+b)}}$
    b) $x(p_x, p_y, U) = \frac{U^{1/(a+b)}}{\left(\frac{bp_x}{ap_y}\right)^{b/(a+b)}}$; $y(p_x, p_y, U) = \frac{U^{1/(a+b)}}{\left(\frac{ap_y}{bp_x}\right)^{a/(a+b)}}$

68. $m(p_x, p_y, U) = U^{0,5} p_x^{0,5} p_y^{0,5} + U^{0,5} p_x^{0,5} p_y^{0,5} = 2U^{0,5} p_x^{0,5} p_y^{0,5}$

69. a) $D(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } p > 150 \\ 300 - 2p, & \text{ha } 150 \geq p > 100 \\ 400 - 3p, & \text{ha } 100 \geq p \end{cases}$
    b) $150 \geq p > 100$
    c) $p > 150$

70. $D(p) = \begin{cases} 0; & \text{ha } p > 40 \\ 20 - 0,5p; & \text{ha } 40 \geq p > 15 \\ 35 - 1,5p; & \text{ha } 15 \geq p > 5 \\ 45 - 3,5p; & \text{ha } 5 \geq p \end{cases}$

71. $D(p) = 60\ 000 - 3000p$

72. $D(p) = \begin{cases} 0; & \text{ha } p > 100 \\ 2000 - 20p; & \text{ha } 100 \geq p > 20 \\ 6000 - 220p & \text{ha } 20 \geq p \end{cases}$

73. $D(p) = \frac{p+1}{p^2}$

74. a) Barbara: ha $p_f > 10\ 000$, akkor 0; ha $p_f \leq 10\ 000$, akkor 1; Kelly: ha $p_f > 6000$, akkor 0; ha $p_f \leq 6000$, akkor 1
    b) Barbara és Kelly: ha $p_f > 10\ 000$, akkor 0; ha $10\ 000 \geq p_f > 6000$, akkor 1; ha $p_f \leq 6000$, akkor 2

75. $D(p_x) = \begin{cases} 0, \text{ha } p_x > 90 \\ \frac{100}{p_x+10}, \text{ha } 90 \geq p_x > 50 \\ \frac{50}{p_x} + \frac{100}{p_x+10}, & \text{ha } 50 \geq p_x > 10 \\ ? & 10 = p_x \\ \frac{150}{p_x} + \frac{100}{p_x+10} & \text{ha } 10 > p_x > 0 \end{cases}$

76. a) Nem lehet, mivel $f(tp_x, tp_y, tm) \neq f(p_x, p_y, m)$.
    b) Lehet, mivel $f(tp_x, tp_y, tm) = f(p_x, p_y, m)$.
    c) Nem lehet, mivel $f(tp_x, tp_y, tm) \neq f(p_x, p_y, m)$.
    d) Nem lehet, mivel $f(tp_x, tp_y, tm) \neq f(p_x, p_y, m)$.
    e) Nem lehet, mert ugyan az árszínvonal szempontjából teljesül, hogy elsőfokú homogén, de egy jószág nem lehet Giffen-jószág a teljes ártartományon.
    f) Nem lehet, mert ugyan az árszínvonal szempontjából teljesül, hogy elsőfokú homogén, de egy jószág nem lehet inferior a teljes jövedelemtartományon.

77. a) $\varepsilon = -2/3$, ha 1 százalékkal nőne a termék ára, akkor közelítőleg 0,66 százalékkal csökkenne a belőle keresett mennyiség.
    b) $\varepsilon = -1$, ha 1 százalékkal nőne a termék ára, akkor közelítőleg 1 százalékkal csökkenne a belőle keresett mennyiség.

78. a) $\varepsilon_{11} = -2;\ \varepsilon_{12} = 1;\ \eta_{1m} = 1$
    b) $\varepsilon_{11} = -3;\ \varepsilon_{12} = 2;\ \eta_{1m} = 1$
    c) $\varepsilon_{11} = -1;\ \varepsilon_{12} = -\frac{4p_2}{3m-4p_2};\ \eta_{1m} = -\frac{3m}{3m-4p_2}$

79. $x = \frac{m}{p_1} + \text{konstans}$

80. $x(p_x, p_y, m) = p_x^{-0,7} p_y^{0,5} m^{0,2}$

81. a) $\frac{4}{5}(-1) + \frac{1}{5}0 = -\frac{4}{5}$
    b) $\frac{4}{5}1 + \frac{1}{5}1 = 1$

82. a) Mivel egy adott jószág vonatkozásában az összes árrugalmasság (saját és keresztárugalmasságok) és a jövedelemrugalmasság összege 0, ezért a jövedelemrugalmasságok rendre: 2, 0, 1. (1 mínusz a megadott mát-

rix sorának összege). A jövedelemrugalmassági azonosság segítségével meghatározható, hogy a harmadik jószágra a fogyasztó jövedelmének felét fordítja, így $m = 800$.

b) $\varepsilon_{i,j} = \delta_{i,j} - s_j \eta_i$ alapján, ahol $\varepsilon_{i,j}$ a Marshall-féle, $\delta_{i,j}$ a kompenzált Hicks-féle árrugalmasság, s_j a j-edik termékre kiadott pénz részaránya a fogyasztó jövedelmében, η_i az i-edik termék jövedelemrugalmassága.

$$\begin{bmatrix} -2,5 & -0,5 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1,25 & -0,75 & -0,5 \end{bmatrix}$$

2. fejezet

Termeléselmélet

A termeléselmélet a fogyasztáselmélettel együtt a neoklasszikus mikroökonómia alapvető részét képezi. Kezdő szinten sincs egyetlen olyan kurzus se, amely ne foglalkozna az ide tartozó legfontosabb kérdésekkel. Ezért ebben a fejezetben nagyon sok egyszerű, az alapösszefüggéseket bemutató feladatot találnak. A termeléselméletre épít sok más mikroökonómiai témakör, pl. az általános egyensúly, a piaci szereplők viselkedésének elemzése, az externáliák modellezése stb. Mindaddig, amíg nem a profitmaximalizálás kérdéskörét vizsgáljuk, a neoklasszikus termeléselmélet párhuzamba állítható a fogyasztáselmélettel. A termelési függvényre, a határtermékre, az isoquantokra, a költségfüggvényre vonatkozó feladataink jól mutatják ezt a marginális elméleten alapuló hasonlóságot. Sok tankönyv együtt tárgyalja a termelés elméletét és a tökéletesen versenyző vállalat modelljét, mi azonban igyekeztünk szétválasztani a két témát. Az isoprofit-egyenes esetében a hovatartozás nem teljesen egyértelmű, ezt a kérdéskört a jelen fejezetben mutatjuk be, néhány optimális inputfelhasználást meghatározó feladattal együtt, míg a tökéletesen versenyző vállalat profitmaximalizálásával kapcsolatos példákat a tökéletes versenyről szóló fejezetben gyűjtöttük össze. Emellett a normál profitra és a számviteli profitra vonatkozóan, a költségekkel való kapcsolata és a piacformáktól való függetlensége miatt ebben a fejezetben találnak kérdéseket. A technikai helyettesítés határrátáját, ugyanúgy, mint a fogyasztás fejezetben a helyettesítés határrátáját, előjelesen értelmezzük. Feladataink egy része viszonylag egyszerű, főleg az alapfogalmak biztos kezelését segíti elő. Ugyanakkor az érdeklődő olvasó, különösen a dualitáshoz kapcsolódóan, kifejezetten nehéz feladatokat is talál.

2.1. Tesztkérdések

Technikai hatékonyság

1. Egy vállalat termelésének technikailag hatékony inputkombinációi
   a) minden esetben egyben gazdaságilag is hatékony inputkombinációknak tekinthetők;
   b) sohasem lehetnek gazdaságilag is hatékony inputkombinációk;
   c) adott technikai feltételek mellett több outputszinthez rendelhetők hozzá;
   d) Az összes előző válasz helyes.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
2. Az alábbiak közül azonos outputot feltételezve a technikailag leghatékonyabb eljárás
   a) 3 gép és 50 fő;
   b) 3 gép és 100 fő;
   c) 4 gép és 50 fő;
   d) 4 gép és 60 fő.
   e) A megadott információk alapján nem lehet eldönteni, melyik a technikailag leghatékonyabb eljárás.

Rövid távú termelési függvény, határtermék és átlagtermék

3. Mikroökonómiában a hosszú és rövid táv közötti különbség
   a) az inputtényezők változtathatóságához kötődik;
   b) az outputtényezők változtathatóságához kötődik;
   c) a technológia megváltoztatásához kötődik;
   d) a naptári időhöz kötődik.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
4. A rövid távú termelési függvény
   a) a termelési tényezők rövid távon lehetséges inputkombinációihoz a velük előállítható maximális kibocsátási lehetőségeket rendeli;
   b) bizonyos szakaszokon lehet növekvő határhozadékú;
   c) adott technológiát feltételez.
   d) Mindhárom megállapítás igaz.
   e) Egyik megállapítás sem igaz.
5. Egy fix termelési tényező átlagterméke ott maximális, ahol
   a) a változó tényező átlagterméke maximális;
   b) a változó tényező határterméke maximális;
   c) az össztermék maximális;
   d) a fix tényező határterméke éppen nulla.
   e) Egyik sem a fentiek közül.

6. A csökkenő hozadék elve
   a) a termelés teljes tartományában érvényes;
   b) azt jelenti, hogy egy termelési tényező átlagterméke csökken, ha növelik a tényező felhasználását;
   c) azt fejezi ki, hogy egy termelési tényező növekvő felhasználásakor annak határterméke csökken;
   d) segítségével egyértelműen kiválasztható a gazdaságilag leghatékonyabb eljárás.
   e) Mind a c), mind a d) válasz helyes.
7. Ha egy vállalatnál rövid távon a határtermék $L = 20$ főnél maximális, akkor
   a) az átlagtermék a 20 fő felett már csökken;
   b) 20 fő felett már csökken az össztermelés;
   c) 20 fő alkalmazása esetén a kapacitást teljesen kihasználják;
   d) 20 fő alkalmazása felett a vállalat termelésében érvényesül a csökkenő hozadék törvénye.
   e) Egyik válasz sem helyes.
8. Amennyiben a munka határterméke 3, az átlagterméke pedig 7, akkor
   a) túlzott a munkafelhasználás;
   b) a határtermék növekvő;
   c) a határtermék csökkenő;
   d) az átlagtermék növekvő.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
9. Abban a termelési tartományban, ahol a termelés lassuló ütemben nő, ott (két inputot, a változó munkát és a rögzített tőkét feltételezve) biztos, hogy
   a) a munka határterméke negatív;
   b) a munka határterméke nagyobb, mint az átlagterméke;
   c) a munka átlagterméke csökken;
   d) a tőke átlagterméke nő.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
10. Amikor a határtermék kisebb az átlagterméknél, de pozitív, akkor
    a) a termelés gyorsuló ütemben nő;
    b) az átlagtermék nő;
    c) a határtermék nő;
    d) érvényesül a csökkenő hozadék összefüggése;
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
11. Amennyiben a vállalat adott technológiai feltételek és tőkemennyiség mellett lehetséges maximális mennyiséget termeli, akkor
    a) a munka határterméke maximális;
    b) a munka átlagterméke maximális;
    c) a tőke átlagterméke maximális;
    d) a munka határterméke és átlagterméke megegyezik.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

12. Az egyetlen változó inputot tartalmazó rövid távú termelési függvényeket elemezve igaz, hogy ott, ahol
    a) a határtermékgörbe az átlagtermékgörbe fölött helyezkedik el, ott az átlagtermék csökkenő;
    b) az átlagtermékfüggvény csökkenő, ott a határtermék kisebb az átlagterméknél;
    c) a határtermékfüggvény csökkenő, ott az átlagtermékfüggvény is csökkenő;
    d) az átlagtermékgörbe meredeksége pozitív, ott a határtermékgörbe meredeksége is pozitív;
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
13. Egy üzem technikai optimuma (két inputot, egy változó és egy rögzített termelési tényezőt feltételezve) ott van, ahol
    a) a vállalat összkibocsátása maximális;
    b) a változó termelési tényező átlagterméke maximális;
    c) a változó termelési tényező határterméke maximális;
    d) a tőke átlagterméke maximális.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
14. Amíg valamely input vonatkozásában a határtermék nagyobb az átlagterméknél, addig
    a) a termelés gyorsuló ütemben nő;
    b) az átlagtermék nő;
    c) a határtermék nő;
    d) a rövidtávú termelési függvény egy pozitív meredekségű egyenes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
15. Egy vállalat rövid távú technikai összefüggéseit változó munka- és rögzített tőkemennyiség mellett vizsgálva megállapítható, hogy
    a) amennyiben a munka határterméke nagyobb, mint az átlagterméke, akkor a termelés gyorsuló ütemben nő;
    b) amennyiben a munka átlagterméke nagyobb, mint a határterméke, akkor a termelés csökken;
    c) amennyiben a munka határterméke nulla, akkor a munka átlagterméke éppen maximális;
    d) amennyiben a munka határterméke nulla, akkor a tőke átlagterméke éppen maximális.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
16. Két inputtényezős termelési függvény esetén a határtermék a termelési függvény azon alakjának deriváltja, amikor
    a) a felhasznált inputtényezők közül az egyik fix, míg a másik változó;
    b) a termelési szint konstans;
    c) a technikai helyettesítés határrátája konstans.
    d) Egyik fenti válasz se helyes.
    e) Az a) és b) feltételnek is teljesülnie kell.

Hosszú távú termelési függvény, mérethozadék (más néven skálahozadék vagy volumenhozadék), homogenitás

17. Kétinputos termelési függvény (munka és tőke) esetén az isoquant-görbék meredeksége negatív, ha
    a) a munka határterméke nagyobb, mint nulla és a tőke határterméke kisebb, mint nulla;
    b) a munka határterméke kisebb, mint nulla és a tőke határterméke nagyobb, mint nulla;
    c) a technikai helyettesítés határrátája abszolút értékben nő;
    d) mindkét termelési tényező határterméke nagyobb, mint nulla.
    e) Egyik előző válasz sem igaz.
18. Amennyiben $MP_K < 0$ és $MP_L > 0$ egy isoquant-görbe valamely pontjában, akkor
    a) túlzott a tőkefelhasználás;
    b) túlzott a munkafelhasználás;
    c) érdemes a munkát tőkével helyettesíteni;
    d) a tőke átlagterméke nagyobb, mint a munka átlagterméke.
    e) Egyik válasz sem igaz a fentiek közül.
19. Egy isoquant negatív meredekségű tartományának határán, a függőleges tengelyhez közelebb eső gerincvonalon
    a) a függőleges tengelyen ábrázolt input határterméke pozitív;
    b) a függőleges tengelyen ábrázolt input határterméke nulla;
    c) a vízszintes tengelyen ábrázolt input határterméke nem lehet csökkenő;
    d) a vízszintes tengelyen ábrázolt input átlagterméke maximális.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
20. Amennyiben a termelő az isoquant egyik pontjáról egy másik pontjára kerül, akkor biztosan
    a) megváltozik az inputok határterméke;
    b) nem változik a kibocsátás szintje;
    c) megváltozik a technikai helyettesítés határrátája.
    d) Mindhárom előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
21. A gerincvonalak közötti területen a határtermék
    a) mindkét inputnál negatív;
    b) mindkét inputnál pozitív;
    c) az egyik inputtényező határterméke negatív, a másiké nulla;
    d) nulla, ha valamelyik tengelyhez közelebbi pontban az adott inputtényező szerinti határterméket tekintjük.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

22. Az inputtényezők technikai helyettesítési rátája abszolút értékben meghatározható
    a) az inputtényezők árarányával;
    b) az inputtényezők rugalmasságának arányával;
    c) az inputtényezők határtermékének arányával;
    d) az isoprofit meredeksége alapján.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
23. Egy vállalat termelési függvénye $Q = L^{0,7}K^{0,3}$. A vállalat
    a) csökkenő mérethozadékkal működik, és az L inputtényező határterméke csökkenő;
    b) növekvő mérethozadékkal működik, és az L határterméke csökkenő;
    c) csökkenő mérethozadékkal működik, és L határterméke növekvő;
    d) állandó mérethozadékkal működik, és az L határterméke csökkenő.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
24. A $Q = 5K^2/(K + L)$ termelési függvény mérethozadéka
    a) csökkenő;
    b) növekvő;
    c) állandó;
    d) változó.
    e) Nem állapítható meg.
25. A $dL \cdot MP_L + dK \cdot MP_K = 0$ összefüggés (feltéve, hogy valamennyi benne szereplő kifejezés értelmezhető) fennáll az isoquant-görbék
    a) monoton csökkenő szakaszaira;
    b) egészére;
    c) releváns tartományára;
    d) az isoquant-térkép gerincvonalaira;
    e) monoton növekvő szakaszaira.
26. Egy vállalat termelési függvénye a következő formában írható fel: $Q = L^2K$
    a) a termelési függvény első fokon homogén, és a mérethozadék állandó;
    b) a termelési függvény másodfokon homogén, és a mérethozadék növekvő;
    c) a termelési függvény harmadfokon homogén, és a mérethozadék növekvő;
    d) a termelési függvény 1/2-ed fokon homogén, és a mérethozadék csökkenő.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

Termelési tényező parciális rugalmassága

27. A termelés munka szerinti parciális rugalmassága megmutatja, hogy
    a) a munkabérek egy százalékos emelkedésekor a termelési költségek hány százalékkal fognak nőni;
    b) a munka/tőke hányadost hány százalékkal kell növelni a termelés egy százalékos növeléséhez;
    c) a munka egy százalékos növelésekor a termelés hány százalékkal fog változni;
    d) a munka egy százalékos növelésekor a tőkefelhasználást hány százalékkal kell csökkenteni, hogy a kibocsátás ne változzon meg.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
28. Ha a munkatényező parciális termelési rugalmassága egy, akkor
    a) a munka szerinti átlagtermék maximális;
    b) a munka szerinti határtermék maximális;
    c) a munka szerinti átlagtermék csak csökkenő lehet;
    d) az össztermelés éppen maximális.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
29. A $Q = \sqrt{KL}$ termelési függvény esetén
    a) a tőke- és a munka parciális rugalmassága megegyezik;
    b) a tőke parciális rugalmassága nagyobb, mint a munka parciális rugalmassága;
    c) a tőke parciális rugalmassága kisebb, mint a munka parciális rugalmassága.
    d) Ennyi információ alapján nem határozható meg a két termelési tényező parciális rugalmasságának egymáshoz viszonyított aránya.

Isoprofit- (egyenlő profit) egyenes és rövid távon optimális tényezőfelhasználás

30. Amennyiben a tőke a termelés fix tényezője, és a tőke ára rövid távon nő, akkor
    a) nő a felhasznált munka mennyisége;
    b) csökken a kibocsátás;
    c) csökken a felhasznált tőke mennyisége;
    d) csökken a realizálható profit nagysága.
    e) b) és d) egyaránt igaz.
31. Az output árának növekedése rövid távon
    a) csökkenti az isoprofit-egyenes meredekségét;
    b) csökkenti a felhasznált munka mennyiségét;
    c) csökkenti a kibocsátást;
    d) csökkenti a realizált profit mennyiségét.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

32. Egy vállalatnak mindaddig érdemes növelni a rövid távon felhasznált termelési tényező mennyiségét, amíg
    a) a pénzben kifejezett átlagterméke nagyobb, mint a termelési tényező ára;
    b) a pénzben kifejezett határterméke nagyobb, mint a termelési tényezők ára aránya;
    c) a pénzben kifejezett kibocsátás nagyobb, mint a termelési tényezők értéke;
    d) a pénzben kifejezett határterméke nagyobb a termelési tényező áránál.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
33. Amennyiben a tőke mennyisége rögzített, és a tőke ára nő, akkor az isoprofit
    a) meredeksége nő;
    b) meredeksége csökken;
    c) az isoprofit függőleges tengelymetszete nagyobb értéknél lesz;
    d) a függőleges tengelymetszet kisebb értéknél lesz.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
34. Rövid távon a termelési tényező keresleti függvénye negatív meredekségű. Ennek oka
    a) a termelési tényezők árának növekedése;
    b) az alternatív költségek növekedése;
    c) a technikai fejlődés;
    d) a csökkenő hozadék.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
35. Az isoprofit meredekségét meghatározza
    a) a termelési tényezők ára aránya;
    b) a változó input árának és az output árának aránya;
    c) a profit értéke és az output árának aránya;
    d) az állandó input és az output árának aránya.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
36. Rövid távon az optimális inputfelhasználás feltétele (differenciálható termelési függvény esetén)
    a) a változó input határtermékének és az állandó input határtermékének egyenlősége;
    b) a technikai helyettesítési határráta és termelési tényezők árarányának egyenlősége;
    c) a változó input határtermékének, valamint a változó input és az output árarányának egyenlősége;
    d) az előző három egyidejű érvényesülése.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

37. Amennyiben az output ára ceteris paribus nő, akkor az isoprofit-egyenes meredeksége
    a) nő;
    b) csökken;
    c) nem változik.
    d) Bármelyik fenti eset előfordulhat a tejes isoprofit-egyenes vonatkozásában.
    e) Szakaszonként másképp változik.
38. Az alábbi változások közül melyik nem okozhatja a termelési tényező keresleti görbéjének eltolódását?
    a) ha más termelési tényezők ára megváltozik;
    b) ha az output ára megváltozik;
    c) ha a technológia változik;
    d) ha az adott termelési tényező ára megváltozik.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
39. Abban a pontban, ahol az isoprofit-egyenes érinti a parciális termelési függvényt
    a) a változó input mennyisége biztosan optimális;
    b) a technikai helyettesítési határráta megegyezik az inputárarányokkal;
    c) akár negatív profit is lehetséges.
    d) Mindhárom fenti válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
40. Egy termelési tényező keresleti függvénye
    a) a végtermék ára és a termelési tényező profitmaximumot biztosító mennyisége között teremt ceteris paribus kapcsolatot;
    b) a végtermék ára és a profitmaximumot biztosító termelési mennyiség között teremt ceteris paribus kapcsolatot;
    c) a termelési tényező ára és a a profitmaximumot biztosító termelési mennyiség között teremt ceteris paribus kapcsolatot;
    d) a termelési tényező ára és a termelési tényező profitmaximumot biztosító mennyisége között teremt ceteris paribus kapcsolatot.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

Rövid távú költségfüggvények

41. Egy vállalat fix költsége 5 ezer Ft. Megfigyeléseink szerint a termelést egy-egy egységgel folyamatosan növelve a költségek mindig 50 Ft-tal nőnek. Eszerint a vállalat
    a) átlagos változó költsége minden termelési mennyiségre kisebb, mint 50 Ft;
    b) határköltsége végig növekvő;
    c) átlagköltsége minden termelési mennyiségre legalább 50 Ft;
    d) átlagos fix költsége egyetlen outputszinten sem lehet 50 Ft.
    e) Mindegyik előző válasz igaz.

42. Fix és változó inputot alkalmazó termelési folyamat esetén, ha a változó tényező határterméke konstans, akkor a rövid távú átlagköltséggörbe biztosan
    a) konstans;
    b) csökkenő;
    c) növekvő;
    d) a határköltség görbe alatt helyezkedik.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
43. Egy nyomdában naponta 300 db könyvet állítanak elő. Egy db könyv előállításának átlagköltsége 200 Ft, a nyomda fix költsége napi 6000 Ft. Az egy db könyvre jutó változó költség
    a) 180 Ft;
    b) 220 Ft;
    c) 200 Ft;
    d) 150 Ft.
    e) Egyik sem.
44. Ha egy vállalat fix költsége változik, miközben változóköltség-görbéje nem módosul, akkor
    a) AFC görbéje változik, míg AC és AVC változatlan;
    b) MC ás AVC görbéje nem változik, de az AC igen;
    c) AC görbéje nem változik, de az MC és az AVC igen;
    d) az MC és AC is változik, kizárólag az AVC marad változatlan;
    e) AFC görbéje változatlan, míg AC és AVC változik.
45. Ha a rövidtávú termelési függvény végig növekvő hozadékú, akkor (konstans inputárak mellett)
    a) az MC mindenhol növekvő;
    b) az AC mindenhol növekvő;
    c) a TC lassulva nő;
    d) az AP_L mindenütt nagyobb, mint a MP_L.
    e) Az előzőek mindegyike helyes.
46. Tegyük fel, hogy a munka az egyetlen változó input. Abban a termelési tartományban, ahol a határköltség nő
    a) ott az AC biztosan nő;
    b) az AVC biztosan nő;
    c) az MP_L csökken;
    d) AP_L biztosan csökken.
    e) Mindegyik válasz helyes.
47. Amennyiben az egyetlen változó tényező ára konstans, akkor a termelés AVC-je ott lesz minimális, ahol
    a) MC növekedni kezd;
    b) a termelési tényező átlagterméke maximális;
    c) az AC és a fix költség különbsége a legkisebb;
    d) a határhozadék csökkenővé válik.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

48. Egy vállalat a termékének előállításához rövid távon egy változó, és egy rögzített inputot használ. Amennyiben a változó input határterméke konstans, akkor
    a) a rövid távú átlagköltség biztosan konstans;
    b) a rövid távú átlagköltség biztosan csökken;
    c) az átlagos fix költség konstans;
    d) a rövid távú határköltség és a rövid távú átlagköltség konstans.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
49. Adott üzemméret mellett növelve az outputot biztosan nem változik
    a) az átlagköltség;
    b) az átlagos változó költség;
    c) az átlagos fix költség;
    d) a határköltség.
    e) Egyik válasz sem helyes.
50. Az U-alakú rövid távú átlagköltség-görbék alakja
    a) a termelési függvény vegyes hozadéki jellegével;
    b) méretgazdaságossággal;
    c) a technológiai változással;
    d) a komparatív előnyökkel magyarázható.
    e) Egyik válasz sem helyes.
51. Egy vállalat fix költsége 20 ezer Ft. Megfigyeléseink szerint a termelést egy-egy egységgel folyamatosan növelve a költségek mindig 200 Ft-tal nőnek. Eszerint a vállalat
    a) átlagos változó költsége minden termelési mennyiségre 200 Ft;
    b) határköltsége minden termelési mennyiségre 200 Ft;
    c) átlagköltsége minden termelési mennyiségre nagyobb vagy egyenlő, mint 200 Ft;
    d) átlagos fix költsége 100 egységnyi termelésnél 200 Ft.
    e) A fentiek mindegyike igaz.
52. Tegyük fel, hogy egy termelés egyetlen változó inputja a munka (L). Amennyiben a munka átlagterméke $L = 10$, illetve $q = 125$ egységig nő, majd onnantól csökken, miközben a kibocsátás folyamatosan nő, akkor
    a) az átlagos változó költség $q = 125$ egységig csökken, utána nő;
    b) az átlagos változó költség $q = 12,5$ egységig csökken, utána nő;
    c) az átlagköltség $q = 125$ egységig csökken utána nő;
    d) az átlagos fix költség $q = 12,5$ egységig csökken, utána nő.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
53. Egy termelés határköltségfüggvénye $MC(Q) = 6Q$. Ekkor két egység termelés teljes változó költsége
    a) 50;
    b) 62;
    c) 26;
    d) 12.
    e) Egyik válasz sem helyes.

54. Egy vállalat egyetlen változó termelési tényezője a munka. A vállalat technikai optimumában termel, ha
    a) határköltsége minimális;
    b) a munka határterméke is maximális;
    c) átlagos változó költsége minimális;
    d) átlagköltsége minimális;
    e) átlagterméke maximális.
55. A határköltségfüggvényt ábrázolva a függvény alatti terület a vállalat
    a) teljes költsége;
    b) átlagos változó költsége;
    c) fix költsége;
    d) változó költsége.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
56. Adott inputárak mellett a vállalat rövid távú költségfüggvényei levezethetők
    a) a vállalat növekedési útjából;
    b) a parciális termelési függvényből;
    c) az isoprofit-görbéből
    d) az isocostból.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
57. Abban a termelési tartományban, ahol az átlagos változó költség a termelés növekedésével emelkedik, ott biztos, hogy
    a) a határköltség nagyobb, mint az átlagos változó költség;
    b) legalább az egyik input átlagterméke csökkenő;
    c) a határköltség növekvő;
    d) legalább az egyik input esetében a határtermék kisebb az átlagterméknél.
    e) A fentiek mindegyike helyes.
58. Egy vállalat termelési függvénye $Q = 4KL$. A rövid távon felhasznált tőke mennyisége 25. A tőke ára 2000, a munka ára pedig 800. A rövid távú költségfüggvényekre igaz, hogy
    a) a határköltségfüggvény meredeksége megegyezik az átlagköltségfüggvény meredekségével;
    b) a határköltségfüggvény meredeksége megegyezik az átlagos változó költség függvény meredekségével;
    c) az átlagköltségfüggvény meredeksége kétszerese az átlagos változó költség függvény meredekségének;
    d) az átlagos változó költség függvény meredeksége kétszerese a határköltség függvényének.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

59. Egy vállalat termelését rövid távon vegyes hozadékú termelési függvény jellemzi. A vállalatnak egyetlen változó inputja az L. Ahol a termelés átlagtermék- és határtermékfüggvényeinek értéke megegyezik, ott a változó tényezőből felhasznált mennyiség értéke $L = 20$, a határköltség pedig 50. A vállalat számára mind az input-, mind az outputpiacon elérhető ár konstans. Egységnyi munka ára 100. Ekkor az átlagtermék értéke
    a) 4;
    b) 10;
    c) 2;
    d) 50.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
60. Tegyük fel, hogy a termelés egyetlen változó inputja a munka. Ha a munkatényező parciális termelési rugalmassága kisebb mint egy, akkor
    a) az átlagköltség nagyobb a határköltségnél;
    b) a határköltség csak csökkenő lehet;
    c) az átlagos változó költség minimális;
    d) a határköltség nagyobb, mint az átlagos változó költség.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
61. Amikor az egyetlen változó termelési tényező parciális rugalmassága nagyobb, mint egy, akkor biztos, hogy
    a) az egy termékre jutó változó költség nagyobb, mint az átlagos fix költség;
    b) a termelés határköltsége kisebb, mint az átlagos változó költség;
    c) az egy termékre jutó összköltség kisebb, mint a határköltség;
    d) az átlagos összköltség éppen megegyezik a határköltséggel.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
62. Azokon a termelési szinteken, ahol az átlagköltség csökken,
    a) a határköltség is csökken;
    b) az átlagos változó költség is csökken;
    c) a határköltség kisebb, mint az átlagköltség;
    d) az átlagos fix költség nagyobb, mint az átlagos változó költség.
    e) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
63. Azokon a termelési szinteken, ahol az átlagos változó költség csökken,
    a) a határköltség is csökken;
    b) az átlagköltség nőhet;
    c) a határköltség kisebb, mint az átlagos változó költség;
    d) az átlagos fix költség nagyobb, mint az átlagos változó költség.
    e) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.

Isocost (egyenlőköltség-görbe) és költségminimalizálás

64. Egy tőkét és munkát felhasználó vállalat jelenleg 1000 db terméket állít elő, termelési adatai alapján a munka határterméke kétszerese a tőke határtermékének, miközben a munka ára négyszerese az egységnyi tőke árának. Mit javasolna a vállalat vezetésének (amennyiben az továbbra is – azaz hosszú távon – fenn akarja tartani a jelenlegi termelési szintet)?
    a) Csökkentse a munka és növelje a tőke felhasználását.
    b) Növelje a munka és csökkentse a tőke felhasználását.
    c) Növelje mindkét input felhasználását.
    d) Csökkentse mindkét input felhasználását.
    e) Egyik válasz sem helyes.

65. Amennyiben a vállalat jelenlegi termelésére igaz, hogy a termelési tényezők ára aránya (p_L/p_K) nagyobb, mint a technikai helyettesítési ráta, akkor
    a) növelni kell a felhasznált tőke mennyiségét és csökkenteni a munka mennyiségét;
    b) növelni kell a munka és csökkenteni a tőke mennyiségét;
    c) mindkét tényező mennyiségét növelni kell;
    d) mindkét tényező mennyiségét csökkenteni kell.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

66. Az isocost-egyenes mentén nem változik
    a) az inputok határterméke;
    b) az inputok átlagterméke;
    c) a termelés mennyisége;
    d) a vállalat termelésének összköltsége.
    e) A fentiek egyike sem változik.

67. Amennyiben a felhasznált munka ára kétszeresére nő, a tőke ára felére csökken, és a vállalat termelésének összköltsége kétszeresére nő, akkor az isocost
    a) mindkét tengelymetszete és a meredeksége is megváltozik;
    b) megváltoznak a tengelymetszetek, de a meredekség nem;
    c) változik a meredeksége és az egyik tengelymetszete;
    d) nem változnak a tengelymetszetek, csak a meredekség.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

68. A növekedési út azon pontok mértani helye, amelyek
    a) az összes lehetséges inputkombinációt képviselik, az inputok változtathatósága és változatlan összköltség mellett;
    b) a legkisebb összköltségű inputkombinációkat képviselik különböző termelési szinteken, változatlan inputárak mellett;
    c) a legkisebb költségű inputkombinációkat képviselik különböző termelési szinteken, az egyik tényező árának változása mellett;
    d) a maximálisan előállítható termékmennyiséget jelölik, az egyik input rögzített nagysága mellett.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

69. Egy vállalat növekedési útja mentén
    a) nem változik a kibocsátás szintje;
    b) amennyiben létezik, állandó a technikai helyettesítés határrátája;
    c) nem változik az összköltség;
    d) a realizálható profit állandó.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

70. Két inputot: tőkét és munkát alkalmazó vállalat jelenleg az $L = 70$ és $K = 35$ inputkombinációval termel. Mindkét input szerint a termelés a csökkenő határtermék szakaszában van. Az inputok ára $\mathrm{P}_L = 420$ és $P_K = 640$ pénzegység. Az utolsóként felhasznált inputegységek határterméke: $MP_L = 140$, $MP_K = 110$. Optimális-e a tényezőfelhasználás?
    a) Igen.
    b) Nem, mert mindkét tényezőből biztos, hogy túlzott a felhasználás.
    c) Nem, növelni kell a tőketényező mennyiségét.
    d) Nem, növelni kell a munkafelhasználást.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

71. Egy vállalat termelési függvénye: $Q(K, L) = K + L$. A termelési tényezők vásárlására a vállalatnak 120 egységnyi jövedelem áll rendelkezésére. A munka egységára 12, a tőke egységára pedig 3. Az optimális tényezőkombináció:
    a) $K = 20$ és $L = 5$;
    b) $K = 0$ és $L = 10$;
    c) $K = 40$ és $L = 0$;
    d) $K = 10$ és $L = 20$.
    e) Ennyi információ alapján nem határozható meg egyértelműen.

72. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = K^2 L^a$. Tudjuk, hogy az optimális választása $L = 15$, $K = 8$ és $p_L = 10$, $p_K = 100$.
    Mennyi lehet a értéke?
    a) $a = 2$;
    b) $a = 1/2$;
    c) $a = 0,4$;
    d) $a = 0,375$.
    e) Egyik sem a fentiek közül.

73. Egy vállalat technológiája Cobb–Douglas termelési függvénnyel írható le: $Q = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ alakú. A vállalat termelési költsége 1 000 000 forint, az $\alpha = 0,25$. Ebben az esetben a vállalat által a munkaerő vásárlására fordított összeg
    a) 250 000;
    b) 500 000;
    c) 750 000;
    d) 100 000.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

Hosszú távú költségfüggvények

74. A hosszú távú költségekre vonatkozó alábbi állítások közül nem mindig igaz, hogy
    a) a hosszú távú átlagköltség görbe a minimumpontjaiban érinti a rövid távú átlagköltség görbéket;
    b) a hosszú távú és rövid távú határköltség azonos annál a termelési nagyságnál, ahol a rövid távú átlagköltség görbe érinti a hosszú távú átlagköltség görbét;
    c) állandó mérethozadék esetén a hosszú távú átlagköltség görbe egy vízszintes egyenes;
    d) a hosszú távú határköltség görbe a minimumpontjában metszi a hosszú távú átlagköltség görbét;
    e) a hosszú távú átlagköltség görbe a rövid távú átlagköltség görbék burkológörbéje.

75. Egy vegyes mérethozadékú termelési függvény esetén
    a) a hosszú távú átlagköltség függvény egy vízszintes egyenes;
    b) a hosszú távú átlagköltség függvény negatív meredekségű;
    c) a hosszú távú átlagköltség függvény pozitív meredekségű;
    d) a hosszú távú átlagköltség függvény megegyezik a hosszú távú határköltség függvénnyel.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

76. Adott a következő függvény: $c(q) = 10 + 5q + q^2$. Mi maradt le, ha a kérdéses függvény része a hosszú távú költségfüggvénynek?
    a) Semmi.
    b) $c(0) = 0$, és a fent megadott függvény csak $q > 0$ esetén érvényes.
    c) Az, hogy nincsen más technológia, amely az adott szintű termelést olcsóbban állítaná elő.
    d) Az, hogy a vállalat minden körülmények közt legalább 2 egységet állít elő.
    e) A fenti függvény semmilyen kiegészítéssel se lehet a hosszú távú költségfüggvény része.

77. Ha egy termelési függvény konstans mérethozadékú, akkor
    a) valamelyik tényező határterméke biztosan konstans;
    b) a rövid távú átlagköltség görbe biztosan konstans;
    c) a rövid távú határköltség görbe biztosan konstans
    d) a hosszú távú határköltség görbe biztosan konstans.
    e) Az előzőek mindegyike igaz.

78. Egy vállalat termelési függvénye növekvő mérethozadékú, ha
    a) a vállalat hosszú távú átlagköltsége kisebb, mint a hosszú távú határköltsége;
    b) a vállalat hosszú távú átlagköltsége nagyobb, mint a hosszú távú határköltsége;
    c) a vállalat hosszú távú határköltsége megegyezik a hosszú távú átlagköltségével.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.

79. A költségrugalmasság meghatározható
    a) a határköltség és az átlagköltség hányadosaként;
    b) az átlagköltség és az átlagos változó költség hányadosaként;
    c) az átlagköltség és a határköltség hányadosaként;
    d) az átlagos változó költség és a határköltség hányadosaként.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
80. A költségrugalmasság kifejezi, hogy
    a) a termelési költség egy százalékos változásakor a termelés hány százalékkal változik;
    b) a termelés egy százalékos változásakor a termelési költség hány százalékkal változik;
    c) a termelési tényezők inputtényező-határköltségének egy százalékos változásakor hány százalékkal változik a termelés.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.
81. Egy vállalat termelési függvénye: $Q(K, L) = aK + bL$. A vállalat költségkorlátja $\mathrm{TC} = \mathrm{p}_L L + p_K K$. Az optimális tényezőkombináció nem határozható meg egyértelműen, ha
    a) $\frac{b}{a} = \frac{P_L}{P_K}$;
    b) $\frac{b}{a} < \frac{P_L}{P_K}$;
    c) $\frac{b}{a} > \frac{P_L}{P_K}$;
    d) $p_L = p_K$.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
82. Növekvő mérethozadék esetén
    a) a vállalat hosszú távú átlagköltsége nő a termelés növekedésével;
    b) a termelés költségrugalmassága egynél kisebb;
    c) a termelés hosszú távú határköltsége nagyobb, mint a hosszú távú átlagköltsége.
    d) Mindegyik előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
83. A választékgazdaságosság akkor áll fenn, ha
    a) a termékek egy csoportját olcsóbb együtt termelni, mint két vagy több különböző vállalatnál;
    b) a termékcsoportba tartozó termékek mindegyikét csökkenő átlagköltség mellett termelik;
    c) a termelés költségrugalmassága nagyobb, mint egy;
    d) a vállalat növekedési útját kifejező görbe pozitív meredekségű.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
84. Sugármenti átlagköltség meghatározásához figyelembe kell venni
    a) a termelés teljes költségét;
    b) az egyes termékek termelési hányadát;
    c) többtermékes termelés esetén a hányadok segítségével implicit módon meghatározható termelési szintet.
    d) Mindegyik előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

85. Egy vállalat technológiai feltételeit a következő termelési függvény fejezi ki: $Q = \min[aK, bL]$. Ekkor
    a) a munka határterméke 0, ha $L \geq \frac{a}{b}K$;
    b) a munka parciális rugalmassága 1, ha $L \leq \frac{a}{b}K$;
    c) aK-nál kisebb kibocsátás esetén a termelés határköltsége megegyezik a termelés átlagos változó költségével.
    d) Mindegyik előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
86. Egy vállalat hosszú távú termelési függvénye: $Q = mK^aL^b$. Amennyiben
    a) a kitevők összege nagyobb, mint egy, akkor csökkenő mérethozadék érvényesül;
    b) a kitevők összege nagyobb, mint egy, akkor növekvő mérethozadék érvényesül;
    c) a kitevők összege nagyobb, mint egy, akkor állandó mérethozadék érvényesül.
    d) Ennyi információ alapján nem határozható meg, hogy a vállalat termelésében milyen mérethozadék érvényesül.

A termelési függvény és a költségfüggvény tulajdonságai, dualitás

87. A helyettesítési rugalmasság megmutatja, hogy
    a) az árarányok egy százalékos változása hány százalékkal változtatja meg a termelés költségét;
    b) a technikai helyettesítés határrátájának egy százalékos változása rögzített kibocsátási szint esetén hány százalékkal változtatja meg az inputtényező-arányt;
    c) a tényezőarányok egy százalékos változása hány százalékkal változtatja a termelést;
    d) az isoquant-térkép egyik inputjára vonatkozóan az inputrugalmasság egy százalékos változása hány százalékkal változtatja a másik input rugalmasságát;
    e) az inputtényező-arányok egy százalékos változása hány százalékkal változtatja az adott termeléshez tartozóan a technikai helyettesítés határrátáját.
88. A következő típusú termelési függvény nem konstans helyettesítési rugalmasságú
    a) Cobb–Douglas termelési függvény;
    b) tökéletes helyettesítő inputokat tartalmazó termelési függvény;
    c) tökéletes kiegészítő inputokat tartalmazó (Leontief típusú) termelési függvény.
    d) Az öszes előző termelési függvény konstans helyettesítési rugalmasságú.
    e) Egyik előző függvény se konstans helyettesítési rugalmasságú.

89. A homotetikus termelési függvény
    a) egy elsőfokú homogén termelési függvény pozitív monoton transzformáltja;
    b) mindig egy elsőfokú homogén termelési függvény;
    c) csökkenő mérethozadékú termelési függvény.
    d) A fentiek mindegyike homotetikus termelési függvény.
90. A költségminimalizálás gyenge axiómája szerint, adott inputárak mellett
    a) valamely input árának emelkedésekor kevesebbet fognak előállítani a végtermékből;
    b) a racionális termelő által egy adott kibocsátás előállítására használt inputkombinációhoz képest nincs olcsóbb inputkombináció;
    c) a racionális termelő által egy adott kibocsátás előállítására használt inputkombinációhoz képest nincs olyan inputkombináció, amely több profitot eredményezne.
    d) Egyik fenti válasz se helyes.
91. A költségminimalizálás gyenge axiómájának következménye:
    a) valamely input árának növekedésekor a belőle felhasznált mennyiség semmiképp nem növekedhet;
    b) valamely input árának növekedésekor a vállalat által elért profit biztosan csökken;
    c) pontosan ugyanaz, mint a profitmaximalizálás gyenge axiómájának következménye.
    d) valamely input árának növekedésekor, változatlan kibocsátási szintet feltételezve, a belőle felhasznált mennyiség semmiképp nem növekedhet.
92. A feltételes tényezőkeresleti függvény adott inputárak mellett
    a) azt a legkisebb költséget meghatározó függvény, amelyet az adott termelés eléréséhez a termelési tényezőkért ki kell fizetni;
    b) meghatározza a termelési tényező(k) azon mennyiségét, amellyel az adott termelést a lehető legolcsóbban lehet előállítani;
    c) meghatározza a termelési tényező(k) azon mennyiségét, amellyel legfeljebb az adott termelést lehet előállítani;
    d) meghatározza, hogy az output különböző árai esetén mekkora profitra számíthat a termelő.
93. A költségfüggvény az inputárakban
    a) nem növekvő;
    b) nem csökkenő;
    c) növekvő;
    d) csökkenő;
    e) monotonitását tekintve bármilyen lehet.
94. A költségfüggvény a pozitív inputárakban
    a) nem homogén;
    b) lehet szakadásos;
    c) elsőfokú homogén;
    d) homogén, és a homogenitás foka kisebb, mint 1.

95. A költségfüggvény az inputárakban
    a) konkáv;
    b) először konkáv, majd konvex;
    c) konvex;
    d) először konvex, majd konkáv.
96. A Shephard-lemma szerint
    a) a költségfüggvény végtermék szerinti deriváltja a feltételes tényezőkereslet;
    b) a feltételes tényezőkereslet megadható az inputárak és a parciális termelési függvények szorzataként;
    c) a feltételes tényezőkereslet megegyezik a feltétel nélküli tényezőkereslettel;
    d) a költségfüggvény megfelelő inputár szerinti deriváltja a feltételes tényezőkereslet.
97. Tekintsük az inputoknak azt a halmazát, amelybe tartozó inputvektorok bármely nem negatív árvektor mellett legalább akkora összköltséggel állítják elő a legalább a rögzített termeléssel megegyező termelési szintet, mint a rögzített termelést előállító legolcsóbb inputkombináció. Nevezzük ezt a halmazt mesterséges inputkövetelmény-halmaznak. Erre vonatkozóan a következő állítás teljesül:
    a) a tényleges és a mesterséges inputkövetelmény-halmaz mindig azonos;
    b) a tényleges és a mesterséges inputkövetelmény-halmaz azonos, ha a tényleges inputkövetelmény-halmaz nem üres, zárt, konvex és monoton;
    c) a tényleges inputkövetelmény-halmaz mindig tartalmazza a mesterséges inputkövetelmény-halmazt;
    d) a tényleges inputkövetelmény-halmaz mindig szűkebb, mint a mesterséges inputkövetelmény-halmaz.
98. Amennyiben egy differenciálható függvény, melynek változói a kibocsátás és az inputárak, értelmezési tartományában nem negatív értékű, az árakban nem csökkenő, elsőfokú homogén, konkáv és folytonos, akkor
    a) még további feltételeknek kell teljesülnie ahhoz, hogy legyen olyan termelési függvény, amelynek a kérdéses függvény a költségfüggvénye;
    b) csak véletlenszerűen létezhet olyan termelési függvény, amelynek a kérdéses függvény a költségfüggvénye;
    c) mindig létezik olyan termelési függvény, amelynek a kérdéses függvény a költségfüggvénye;
    d) biztosan nem létezik olyan termelési függvény, amelynek a kérdéses függvény a költségfüggvénye.

99. Nevezzük y-isocostnak azt a görbét, amely a két input árának terében azon árpontokhoz tartozik, melyek esetén az y szintű termelés költsége azonos. Az inputok terében pedig értelmezzük a szokásos isoquantot.
    a) Az y-isocost meredeksége a w_1, w_2 pontban megegyezik az y szintű termeléshez tartozó isoquant meredekségével a w_1, w_2 árak melletti minimális költségű inputkombináció pontjában.
    b) Az y-isocost meredeksége a w_1, w_2 pontban abszolút értékben egyenlő az inputok felhasznált mennyiségeinek arányával az y szintű termeléshez tartozó isoquant w_1, w_2 árakhoz tartozó költségminimalizáló pontjában.
    c) Az y szintű termeléshez tartozó isoquant meredeksége a w_1, w_2 árak melletti minimális költségű inputok pontjában megegyezik az y-isocost legkisebb (azaz abszolút értékben legnagyobb) meredekségével.
    d) Az y-isocost meredeksége a w_1, w_2 pontban megegyezik az y szintű termeléshez tartozó isoquant legkisebb (azaz abszolút értékben legnagyobb) meredekségével.

100. Nevezzük y-isocostnak azt a görbét, amely a két input árának terében azon árpontokhoz tartozik, melyek esetén az y szintű termelés költsége azonos. Az inputok terében pedig értelmezzük a szokásos isoquantot. Az y szintű termeléshez tartozó isoquant meredeksége a w_1, w_2 árak melletti minimális költségű inputok pontjában
    a) abszolút értékben megegyezik a w_1, w_2 árak hányadosával;
    b) megegyezik az y-isocost legnagyobb (azaz abszolút értékben a legkisebb) meredekségével;
    c) megegyezik az y-isocost legkisebb (azaz abszolút értékben a legnagyobb) meredekségével;
    d) megegyezik az y-isoquant meredekségével a w_1, w_2 pontban.

2.2. Számítási feladatok

Termelési függvény, alapfogalmak

1. Egy vállalat az általa használt tőkét legalább egy éves időtartamra kénytelen bérelni, a munkásokat pedig egy hónapos felmondási idővel tudja elbocsátani. Vegyük sorra az egyes mikroökonómiában klasszifikált időtávokat, és határozzuk meg, mi az, ami már a kérdéses időtávon is változhat a készletek, a munkaerő, a tőke és a termelési technológia közül! A figyelembe veendő időtávok: nagyon rövid (vagy piaci) időtáv, rövid táv, hosszú táv, nagyon hosszú (vagy történelmi) időtáv.

2. Egy vállalat termelésének kialakításakor összesen 5 különböző termelési eljárás közül választhat. Az alábbi táblázat az egyes termelési eljárások jellemző adatait tartalmazza ugyanarra a termelési mennyiségre.

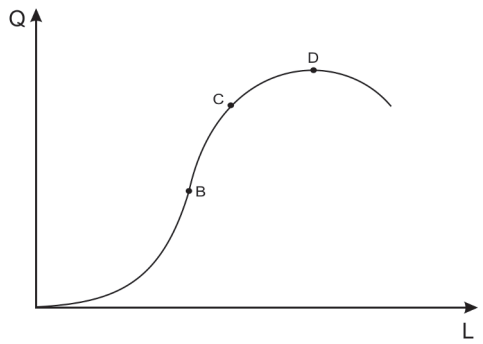
	A	*B*	*C*	*D*	*E*
gépóra	20	16	10	10	8
szakmunkaigény (óra)	2	5	10	2	6
segédmunkaigény (óra)	20	16	13	10	12

   a) Válasszuk ki a fenti termelési eljárások közül a technikai értelemben hatékony eljárásokat!
   b) A megmaradt termelési eljárások közül, gazdasági hatékonyság szempontjából, melyiket érdemes megvalósítani, ha egy gépóra ára 1000 Ft, a szakmunka 600Ft/óra, míg a segédmunka 200Ft/óra. Válaszunkat számításokkal igazoljuk!

3. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 2LK$. A vállalat rövid távon 10 egységnyi tőkét használ fel.
   a) Ábrázoljuk a vállalat rövid távú (azaz $K = 10$-hez tartozó parciális) termelési függvényét!
   b) Amennyiben a vállalat 100 egységnyi kibocsátáshoz 6 egységnyi munkát használ fel, akkor hatékonynak tekinthető-e technikai értelemben a termelése? Válaszunkat indokoljuk!
   c) Érvényesül-e az adott termelési függvénynél a csökkenő hozadék törvénye? Válaszunkat indokoljuk!
   d) Határozzuk meg a munka parciális rugalmasságát! Értelmezzük a kapott eredményt!

4. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 4\sqrt{KL}$. A vállalat által rövid távon felhasznált tőke mennyisége 25.
   a) Jellemezzük az átlagtermék és a határtermék viszonyát! Milyen következtetések vonhatók le ebből a parciális termelési függvény hozadékára vonatkozóan?
   b) Hány százalékkal kell emelni a felhasznált munka mennyiségét, ha a termelést 10 %-kal kívánjuk növelni ?

5. Tekintsük az alábbi ábrát:



Milyen betűvel jelöltük az ábrán
a) azt a pontot, ahol a munka termelékenysége maximális;
b) azt a pontot, ahol a tőke átlagterméke maximális;
c) azt a pontot, ahol a munka határterméke maximális;
d) a termelési függvény döntés szempontjából releváns szakaszát;
e) a termelési függvény technikailag nem hatékony szakaszát;
f) azt a tartományt, ahol a munka parciális rugalmassága 0 és 1 közé esik?

6. Egy vállalat rövid távú termelési függvénye: $Q = 90L + 3L^2 - 0,5L^3$, ahol L jelöli a termeléshez felhasznált munka mennyiségét.
Töltsük ki az alábbi táblázatot a megadott termelési függvény alapján!

L	MP_L	AP_L	Q	ε_L

A munka határtermékének maximuma
A munka átlagtermékének maximuma
A termelés maximuma

7. A következő táblázat technológiai összefüggéseket tartalmaz egy vállalatról. Q jelöli a kibocsátás mennyiségét, L pedig a felhasznált munkamennyiséget. Tudjuk, hogy a vállalat a munkán kívül még tőkét használ fel a termeléshez, amelynek nagysága rögzített. A munka határterméke a táblázatban a pontos határtermék értéket közelítő nagyság, a következő képlet alapján számítva: $\frac{Q(L_2)-Q(L_1)}{L_2-L_1}$, és ezt az értéket a táblázat az L_2 oszlopába írtuk Töltsük ki táblázatot !

Q	20	34		56		70		72	70
L	4		8		12		16	18	20
MP_L	5		6	5	4	3	1		
AP_L	5	5,667							

a) Hány főtől érvényesül a termelésben a csökkenő hozadék törvénye?
b) Hány fő esetén nem érdemes semmiképp tovább növelni a meglevő a létszámot anélkül, hogy ne növelnék a tőke mennyiségét? Válaszunkat indokoljuk!
c) Hány fő alkalmazása szükséges ahhoz, hogy a munka átlagterméke az adott feltételek mellett maximális legyen?
d) A megadott adatok alapján hány fő alkalmazása esetén lesz a fix termelési tényező átlagterméke maximális?
e) Hány fő alkalmazása mellett lesz a munka átlagterméke maximális? Hány fő alkalmazása esetén egyezik meg a munka átlagterméke a határtermékkel?

8. Egy vállalat technológiai feltételeit kifejező termelési függvénye: $Q = 2KL$, pillanatnyilag a felhasznált tőke mennyisége 5.
a) Milyen típusú a vállalat termelési függvénye?
b) Határozzuk meg a munka határtermékét!

c) Számítsuk ki a munka termelési rugalmasságát!
d) Hogyan alakul a vállalat munka szerinti átlag- és határterméke, a felhasznált munka mennyiségének növelésekor?

9. A salátalevet a korlátlanul rendelkezésre álló vízből, és 10 vagy 20%-os ecetből (rendre x_1 és x_2) készítik. 10 dl salátaléhez vagy 1 dl 10%-os, vagy 0,5 dl 20 %-os ecet kell (a szükséges hígításhoz vizet használunk).
a) Írjuk fel a a 10 és 20 %-os ecet vonatkozásában a salátalé termelési függvényét!
b) Milyen típusú a termelési függvény?

10. Egy példatári feladat elkészítése egy munkaórát (L), és 0,25 kwh elektromosságot (K) igényel. Törtfeladatok is léteznek, azokat a szerzők a következő napon folytatják. Írja fel a példatári feladatok termelési függvényét napi vonatkozásban! Milyen típusú termelési függvényről van szó?

11. Tegyük fel, hogy egy vállalat technológiáját a következő termelési függvény írja le: $y = \left[x_1^{\ln t} + x_2^{\ln t}\right]^{\frac{1}{\ln t}}$. Mutassa meg, hogy a t paraméter mely értékeire lesz a vállalat technológiája
a) tökéletes helyettesítő;
b) tökéletes kiegészítő;
c) Cobb–Douglas típusú.

12. Tegyük fel, hogy egy vállalat technológiáját a következő termelési függvény írja le: $y = [a_1 x_1^{\rho} + a_2 x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$. Mutassa meg, hogy a ρ paraméter mely értékeire lesz a vállalat technológiája
a) tökéletes helyettesítő;
b) tökéletes kiegészítő;
c) Cobb–Douglas típusú.

Termelési függvény és síkmetszetei, optimális inputfelhasználás

13. A következő termelési függvények mindegyikéhez határozzuk meg a $p_L = 1$ és $p_K = 2$ árakhoz tartozó optimális inputkombinációt, ha az inputokra pontosan 100 pénzegységet költenek, majd adjuk meg a parciális termelési függvény képletét, ha $K = 10$

Termelési függvény	*Optimális inputkombináció*	*Parciális termelési függvény*
$Q = \min(L, 4K)$		
$Q = 3L + K$		
$Q = L + 3K$		
$Q = L^2 + K^2$		
$Q = L^{1/5} K^{2/5}$		
$Q = LK^2$		

14. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = 20x_1 - x_1^2 + 10x_2 - x_2^2 - 75$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Ábrázoljunk néhány isoquant- (egyenlőtermék-) görbét!
    b) Mennyit tud maximálisan termelni a vállalat, és ehhez mennyit használ fel az egyes termelési tényezőkből?
    c) Határozzuk meg a két termelési tényező határtermékét!
15. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 6L^{2/3}$. Mind az input, mind pedig az output egységára 8. Mennyi a vállalat által alkalmazott munka mennyisége?
16. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 2\sqrt{KL}$. A vállalat rövid távon 4 egységnyi tőkét használ fel. A tényezőárak a következők: p_L=1000 és p_K=10 000. A vállalat termékeit 4 000 forintos áron tudja értékesíteni.
    a) Mekkora lesz ilyen feltételek mellett a vállalat profitmaximumot biztosító kibocsátása? A megoldásnál használja az isoprofit-egyenest!
    b) Mekkora lesz a realizálható maximális profit rövid távon?
    c) Amennyiben az output piaci ára felére csökken, mennyi lesz a vállalat isoprofit-egyenesének meredeksége?
17. Egy mikroökonómia-vizsgára készülő hallgató az egyik példa megoldása során arra az eredményre jut, hogy az adott rövid távú termelési függvény (csak a munka a változó input) az inputok és a végtermék adott ára mellett akkor eredményezi a maximális profitot, ha $L = 3$ és $Q = 5$. A kérdéses ponton átmenő isoprofit-egyenes meredeksége 1. Árváltozás után az $L = 8$ és $Q = 7$ lesz az optimális munka–kibocsátás kombináció, és az ezen a ponton átmenő isoprofit-egyenes meredeksége 0,5. Számíthat-e ez a hallgató jeles eredményre mikroökonómiából?
18. Egy vállalat egy végterméket termel egy változó input segítségével. Amikor a végtermék egységára 5, akkor 10 egység változó input segítségével 20 egység kibocsátást állít elő. Amikor változatlan inputárak mellett a végtermék ára 6, akkor 9 egység input segítségével 19 egység kibocsátást állít elő. Vajon profitmaximalizáló-e ez a vállalat?
19. Egy vállalat termékének (mennyiségét q-val jelölve) előállításához egyetlen inputot (mennyiségét L-lel jelölve) használ fel, termelési függvénye: $q = 2\sqrt{L}$ A termék ára 1000 forint, az input egységára 500 forint.
    a) Írjuk fel a vállalat isoprofit-egyenesének egyenletét a megadott adatok alapján!
    b) Határozzuk meg a profitmaximalizáló termelési mennyiséget, az inputfelhasználást, és a realizálható maximális profitot!
    c) Határozzuk meg a profitmaximalizáló termelési tervhez tartozó isoprofit-egyenes függőleges tengelymetszetét és meredekségét!
    d) Hogyan változik meg a vállalat termelése és a realizálható maximális profitja, ha a vállalatra 200 forintnyi egyösszegű adót vetnek ki, miközben az inputfelhasználást egységenként 100 forinttal támogatják?
    e) Írjuk fel mindkét esetben (adó nélkül és adóval) az inputkeresleti függvényt! (Azaz nem csak az adott, hanem minden elképzelhető inputár esetén a változó input keresletét)

20. Egy vállalat termelési függvénye $Q = K^2L$.
    a) Írjuk fel a vállalat termelési függvényét, ha a rövid távon felhasznált tőke 10.
    b) Határozzuk meg az 10 000 egység kibocsátáshoz tartozó isoquant egyenletét.
    c) Jellemezzük a termelési függvényt mérethozadék szempontjából.
    d) Számítsuk ki MRTS értékét. Vizsgáljuk meg az MRTS alakulását valamely rögzített isoquant mentén. Milyen termelési technológiára utal az MRTS alakulása?
21. Egy vállalat termelési függvénye $Q = L^{1/3}K^{2/3}$.
    a) Mekkora a termelés értéke, ha $L = 27$ és $K = 8$?
    b) Adjuk meg a $Q = 500$-hoz tartozó isoquant egyenletét! Ábrázoljuk is az isoquantot!
    c) Amennyiben $K = 8$, akkor határozzuk meg és ábrázoljuk a parciális termelési függvényt!
    d) Adjuk meg a termelés határtermékfüggvényeit, majd ezek értékét az a) részben meghatározott tőke és munkamennyiség mellett!
    e) Határozzuk meg az MRTS értékét, és mutassuk meg, hogy az negatív, és abszolút értékében csökken, azaz a termelési függvény konvex technológiájú!
    f) Határozzuk meg, milyen mérethozadékú a termelés!
    g) Amennyiben $K = 8$, és az output ára 10, a tőke ára 4, a munka ára 2, határozzuk meg az isoprofit-egyenes egyenletét!
    h) A g) rész árai mellett rövid távon mennyi inputot érdemes felhasználni?
22. Egy termelési függvény a következő alakú: $Q(K.L) = K^{1/2} + L^{1/2}$. A kibocsátás egységára 6 pénzegység, a munka egységára 4 pénzegység. Ha a kibocsátás ára 8-ra nő, mennyivel több munkát használnak fel?
23. Egy vállalat ruhafogasok összeszerelésével foglalkozik, fém- (x_1) és fa- (x_2) alkatrészek felhasználásával. A vállalat termelési technológiáját az $y = x_1^{1/4}x_2^{1/4}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük. Ha egy ruhafogas ára 4000 Ft, egy darab fémalkatrész ára 16 Ft, és egy darab faalkatrész ára 25 Ft, akkor mennyi ruhafogast fog előállítani a vállalat, és ehhez hány darab fém- és hány darab faalkatrészt használ fel? Mennyi lesz a vállalat profitja?
24. Tegyük fel, hogy egy ruhafogasokat előállító vállalkozás megvásárol egy szabadalmat, amelynek következtében a technológiája az $y = x_1^{4/5}x_2^{5/6}$ termelési függvénnyel jellemezhető ($x_1$és x_2 a fém-, illetve faalkatrészek száma). Ha egy ruhafogas ára 4000 Ft, egy darab fémalkatrész ára 16 Ft, és egy darab faalkatrész ára 25 Ft, akkor mennyi ruhafogast készít a vállalat, és ehhez hány darab fém- és hány darab faalkatrészt használ fel? Mennyi lesz a vállalat profitja?
25. A BúTor Bt. elsősorban háromlábú bárszékek gyártásával foglalkozik. Egy szék előállításához 3 db előregyártott széklábra és 2 db szintén előregyártott ülőlapra van szükség.
    a) Adja meg a BúTor Bt. termelési függvényét! (Tegyük fel, hogy tört értékű szék is létezik!)

b) Készítse el a BúTor Bt-hez tartozó isoquant-térképet.
c) Ha egy székláb 2 euró, egy ülőlap pedig 3 euró, a bárszékek darabját pedig 10 euró áron lehet eladni, akkor mennyi bárszéket fog előállítani a vállalat, és ehhez hány darab széklábat, és hány darab ülőlapot használ fel? Mennyi lesz a vállalat profitja?
d) Mi történik, ha a székláb és az ülőlap beszerzési ára nem változik, de egy széket 200 euróért lehet eladni?

26. Nagymama vegyes lekvárja üvegenként 20 dkg meggyből (M, 10 dkg-ban kifejezve) és 10 dkg ribizliből (R, 10 dkg-ban kifejezve), valamint 5 dkg porcukorból (C, 10 dkg-ban kifejezve) készül. Ha ehhez képest egy üveg lekvárhoz valamelyik alapanyagból több áll rendelkezésre, az nagymama számára értéktelen, ha viszont kevesebb, akkor nem tudja elkészíteni a lekvárt.
a) Adjuk meg nagymama termelési függvényét!
b) Vizsgáljuk meg a termelési függvény mérethozadékát!
c) Nagymama kertjében idén nagyon jó volt a ribizlitermés, és unokája – imádván nagymama lekvárját – hajlandó akármilyen sok porcukrot hozni a boltból. Meggyből azonban sajnos csak korlátozott mennyiség, maximum 5 kg áll rendelkezésre. Határozzuk meg a ribizlire vonatkozó parciális termelési függvényt és ábrázoljuk is azt, azzal a feltételezéssel, hogy nagymama elérte a rendelkezésre álló meggy maximumát.
d) Rajzoljuk fel a 25 üveg lekvárhoz tartozó isoquantot a ribizli és a meggy vonatkozásában, ha tudjuk, hogy éppen 125 dkg porcukor áll rendelkezésre. Határozzuk meg az isoquanton a meggy és a ribizli határtermékfüggvényét!
e) Határozzuk meg a d)-beli isoquant különböző pontjaiban az MRTS értékét!

27. Nagymama unokája imádja a nagymama zsíros kenyerét, amelyhez a nagymama maga süti a kenyeret. A kenyeret egyformán finomra tudja sütni rozslisztből (R, kg-ban kifejezve), és búzalisztből (B kg-ban kifejezve), bár az utóbbi esetben az előbbihez képest másfélszer annyi lisztre van szüksége. A kétfajta lisztet keverheti is tetszőleges arányban. 1 kg búzalisztből, a mindig elegendő mennyiségben rendelkezésre álló adalékanyagok segítségével pontosan 1 kg kenyeret tud sütni.
a) Adjuk meg nagymama termelési függvényét a kétfajta liszt vonatkozásában!
b) Adjuk meg a 2 kg kenyérhez tartozó isoquant egyenletét, és ábrázoljuk is az isoquantot!
c) Határozzuk meg a b) rész isoquantjának különböző pontjaiban az MRTS értékét!
d) Vizsgáljuk meg nagymama termelési függvényét mérethozadék szempontjából!
e) Adjuk meg a kenyérsütés rövid távú termelési függvényét, ha búzalisztből éppen 1 kg áll rendelkezésre

28. Egy adatrögzítéssel foglalkozó vállalkozás egy olyan új számítógép bérlését fontolgatja, amely 10 adatrögzítő alkalmazott munkáját képes elvégezni egy nap alatt. Ha egy adatrögzítő m darab rekordot rögzít, akkor $\sqrt{m}$ darab értékesíthető adatbázis jön létre.
    a) Adja meg a termelési függvény alakját, és készítsen isoquant-térképet!
    b) Ha egy adatrögzítő napi díja 20 €, egy adatrögzítő gép munkanapokra lebontott bérleti díja pedig 100€, és egy adatbázist 1000 €-ért lehet értékesíteni, akkor hány adatrögzítőt fog alkalmazni, hány gépet fog bérelni, hány adatbázist fog értékesíteni a cég?
    c) Ha egy adatrögzítő napi díja 20 €, egy adatrögzítő gép munkanapokra lebontott bérleti díja pedig 400 € és egy adatbázist 1000 €-ért lehet értékesíteni, akkor hány adatrögzítőt fog alkalmazni, hány gépet fog bérelni, hány adatbázist fog értékesíteni a cég?

29. Az alábbi táblázat egy vállalat input–output adatait tartalmazza:

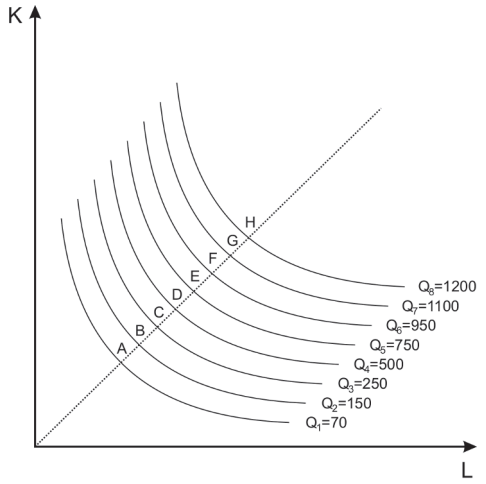
$L\backslash K$	1	2	3	4	5	6
1	5	10	15	20	25	30
2	10	20	30	40	50	60
3	15	30	45	60	75	90
4	20	40	60	80	100	120
5	25	50	75	100	125	150
6	30	60	90	120	150	180

    a) Milyen időtávú összefüggések olvashatók ki a táblázatból?
    b) Ábrázoljuk a $Q = 30$ termelési szint isoquant-görbéjét! Határozzuk meg az isoquant megadott pontjai között a technikai helyettesítési rátát!
    c) Rövid távon a felhasznált tőke mennyisége $K = 4$. Ábrázoljuk a vállalat parciális termelési függvényét, átlag- és határtermékfüggvényét!

30. Töltsük ki az alábbi táblázatot a megadott termelési függvények esetében!

Termelési függvény	MP_L	MP_K	$MRTS$	*mérethozadék*
$Q = 5KL$				
$Q = K + 2L$				
$Q = K^{1/4}L^{3/4}$				
$Q = 2KL^3$				
$Q = K^{1/4}L^{1/3}$				
$Q = \min[L, K]$				
$Q = CK^aL^b$				
$Q = aK + bL$				
$Q = \min[aL, bK]$				
$Q = \sqrt{L} + K$				
$Q = (2K + 3L)^{1/2}$				

31. Egy vállalat termelési függvénye $Q = K^2L$. A munkaerő ára 400 dollár/fő, a tőke ára pedig 2000 dollár/egység. Határozzuk meg a megadott adatok alapján, hogy a profitmaximalizáló vállalat milyen arányban használja fel a két inputtényezőt!
32. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = min\,[10L, K]$. Egységnyi tőke ára 400, egységnyi munkáé pedig 500.
    a) Jellemezzük a két inputtényező kapcsolatát!
    b) Írjuk fel a parciális termelési függvényt, ha $K = 50$!
    c) Határozzuk meg az optimális inputkombinációt, ha a termelési költség 90 000 Ft!
    d) Határozzuk meg tetszőleges K-ra a munka határtermékfüggvényét!
    e) Jellemezzük a termelési függvényt mérethozadék szempontjából!
33. Az alábbi ábrán egy vállalat isoquant-térképét látjuk. Az ábra alapján jelöljük be a különböző mérethozadéki szférákat!



34. Egy vállalat két inputtényezőt, tőkét és munkát használ fel termelésében. Az adott technológiai feltételek mellett a két inputtényező tökéletesen helyettesíti egymást, mégpedig 1 egységnyi tőkét négy egységnyi munka. Egy egységnyi munkával, tőke nélkül 1 egységnyi kibocsátás érhető el.
    a) Ábrázoljuk a vállalat néhány lehetséges isoquant-görbéjét!
    b) Ábrázoljuk a vállalat rövid távú termelési függvényét, feltételezve, hogy a vállalat 20 egységnyi tőkét használ fel!
    c) Írjuk fel a vállalat rövid távú és hosszú távú termelési függvényét!
35. Mutassuk meg, hogy az $y = [a_1 x_1^{\rho} + a_2 x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$ termelési függvény helyettesítési rugalmassága az értelmezési tartomány minden pontjában ρ.

Költségfüggvény, alapfogalmak

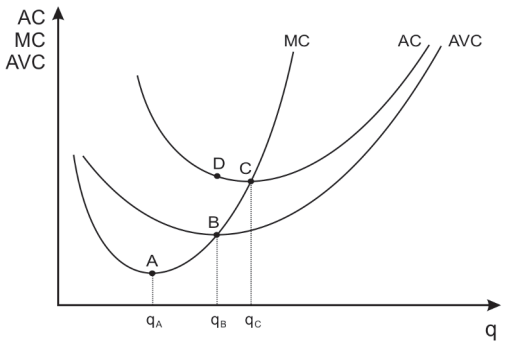
36. Egy vállalat költségfüggvénye: $TC = 30 + 20Q - 5Q^2 + Q^3$
    a) Milyen időtávról van szó? Válaszunkat indokoljuk meg!
    b) Határozzuk meg a vállalat fix költségét!
    c) Írjuk fel a vállalat VC, AC, AVC és MC függvényeit!
37. A vállalat termelési függvénye: $Q = \sqrt{KL}$, rövid távon a vállalat által felhasznált tőke mennyisége 4. A munka ára 100, a tőke ára pedig 2500. A rövid távú költségfüggvények segítségével töltsük ki az alábbi táblázatot!

Q	AVC	VC	MC	TC
0				
20				
50				

    a) Írjuk fel a vállalat VC, AC, AVC és MC függvényeit!
38. Egy vállalkozás gazdasági költsége 10 000, az implicit költsége 1400, az amortizáció 900 pénzegység. A teljes bevétel ugyanekkor 12 000 pénzegység. Határozzuk meg a vállalat gazdasági, számviteli és normálprofitját!
39. Egy vállalkozó első évi tevékenységére vonatkozó adatok a következők: az éves árbevétel 30 millió forint volt, a számlákkal igazolható különböző pénzügyi kiadások együttesen 16 millió forintot tettek ki. A kiadások fedezeteként saját megtakarításaiból 2 millió forintot használt fel. Amennyiben nem vállalkozó lenne, akkor tanult szakmájában évente 2,2 millió forintot kereshetne. A gazdaságra jellemző banki kamat 20 százalék. Határozzuk meg a vállalkozás normál és gazdasági profitját!
40. Írjuk be az alábbi táblázat üres celláiba a megfelelő értéket! A „határmennyiségeknél" a megfelelő változások hányadosát a nagyobb munkamennyiséget tartalmazó sorba írjuk! A termelési tényezők és a kibocsátás ára rögzített.

L	Q	AP_L	MP_L	MC	AC	AVC	AFC	VC	FC	TC
0	0									
5	100				110	60				
10		25								
15		34								
20	600									

41. Az alábbi ábrán egy vállalat különböző típusú költségfüggvényeit látja. A vállalatnak egyetlen változó inputja van.



Az ábra alapján válaszoljon a következő kérdésekre!
a) Melyik pont jelöli a technikai optimumot?
b) Melyik termelési tartományban érvényesül a csökkenő hozadék törvénye?
c) Melyik termelési mennyiség mellett lesz a munka átlagterméke maximális?
d) Melyik pont jelöli a határtermék maximumához tartozó termelési mennyiséget?
e) Melyik két pont közötti távolság felhasználásával határozhatjuk meg a vállalat átlagos fix költségét?

42. Adott a következő költségfüggvény: $c(q) = 256 + 138q - 28q^2 + 2q^3$.
a) Határozzuk meg a változó költség, a fix költség, az átlagköltség és az átlagos változó költség, az átlagos fix költség, valamint a határköltség függvényét!
b) Adjuk meg az átlagköltség minimumában a termelés nagyságát, és a határköltség értékét!
c) Adjuk meg az átlagos változó költség minimumában a termelés nagyságát és a határköltség értékét!

43. Egy vállalat költségfüggvénye $c(y) = 3y^3 - 36y^2 + 180y + 294$
a) Határozzuk meg a VC, FC, AVC, AFC, AC és MC függvényeket!
b) Kétféle számítással is adjuk meg az AC és AVC függvények minimumpontjainak helyét és értékét!
c) Mutassuk meg, hogy az MC és AVC függvények zérusban tekintett jobb oldali határértéke megegyezik (kicsit elnagyoltan fogalmazva a két függvény azonos pontból indul)!
d) Végül a fentiek alapján rajzoljuk fel az AC, AVC, AFC és MC görbéket!

44. Egy vállalat termeléséről a következő információk állnak rendelkezésre: a munka átlagterméke 10, határterméke 8. Egységnyi tőke ára 10 000, egységnyi munka ára pedig 500. A tőke mennyisége rögzített, a rövid távú termelési mennyiséget csak a felhasznált munka változtatásával tudják módosítani. Amennyiben a vállalat egy egységgel növeli termelését, akkor mennyivel fog nőni a termelési költség?

45. Önnek és néhány csoporttársának a következő ötlete merül fel. Az előadásvázlatok, szemináriumi jegyzetek, kötelező irodalmak másolására fénymásolót létesítenek, egyelőre egy évi működésre az egyetem épületében, kizárólagos fénymásolási joggal. A bérleti díj évi 120 ezer forint, a berendezés költsége 100 000 forint. A berendezés működtetésével járó költségek 1000 forintot tesznek ki naponta. Az eddig felsorolt költségek teljes fedezetére kamatmentes hitelt vesznek fel, amelyet az év végén kell törleszteniük. (Amennyiben belevágnak a vállalkozásba, akkor egy évig minden munkanapon, azaz havonta 22 napon biztosan üzemeltetni fogják a gépeket.) Egy lap másolása Önöknek 3 forintba kerül. A konkurenciát figyelembe véve egy lap másolását 7 forintért vállalják. Határozzuk meg a vállalkozás éves fix költségét, változóköltség-függvényét, s azt a minimális másolási mennyiséget, amely mellett a tervezett költségek teljesen megtérülnek!

46. Egy gyár három termelési eljárás közül választhat, amelyek különböző inputkombinációkat valósítanak meg:

Termelés	*„A" technológia*	*„B" technológia*	*„C" technológia*
1	$L = 9, K = 2$	$L = 6, K = 4$	$L = 4, K = 6$
2	$L = 19, K = 3$	$L = 10, K = 8$	$L = 8, K = 10$
3	$L = 29, K = 4$	$L = 14, K = 12$	$L = 12, K = 14$
4	$L = 41, K = 5$	$L = 18, K = 16$	$L = 16, K = 19$
5	$L = 59, K = 6$	$L = 24, K = 22$	$L = 20, K = 25$
6	$L = 85, K = 7$	$L = 33, K = 29$	$L = 24, K = 32$
7	$L = 120, K = 8$	$L = 45, K = 38$	$L = 29, K = 40$

Tegyük fel, hogy a munkaerő egységének ára 200 Ft, a tőketényező egységára 400 Ft.

a) Számítsuk ki a termelési eljárások összköltségét, és döntsük el mind a hét termelési szint esetében, hogy melyik technológia alkalmazása lenne közgazdasági értelemben indokolt!

b) Készítsünk egy másik táblázatot, amely az egyes termelési szintekhez tartozó hosszú távú teljes költség-, hosszú távú átlagköltség- és hosszú távú határköltség-értékeket tartalmazza!

47. Egy bizonyos technológia szerint zajló termelés rövid távú határköltsége $SMC(q) = 5 + 2q$. A termelés fix költsége 4.

a) Határozzuk meg a teljes költség függvényét!

b) Hogyan tudjuk a kapott teljes költséget hosszú távú teljes költségfüggvényként értelmezni?

48. Egy bizonyos technológia szerint zajló termelés hosszú távú költségfüggvénye $LTC(q) = 2q^2$, a rövid távú költségfüggvény $STC(q) = 4F + \frac{q^4}{4F}$, ahol F a rövid távon rögzített input mennyiségét jelöli.
    a) Adjuk meg a rövid és hosszú távú átlag- és határköltségeket, és elemezzük az alakjukból levonható következtetéseket!
    b) Mutassuk meg, hogy F függvényében hol érinti egymást a rövid távú és a hosszú távú költségfüggvény!
    c) Vizsgáljuk meg, hogyan alakul a rövid és hosszú távú határköltség meredeksége a b) részben meghatározott termelési szintnél. Mit jelent ez a költségfüggvény vonatkozásában?
49. Egy vállalat menedzsmentjének arról kell dönteni, hogy melyik technológiát valósítsák meg a közeljövőben. A döntéshez rendelkezésre álló információk a következők: az „A" technológia bevezetésével a vállalat termelési költségeit a következő költségfüggvény írja le: $\mathrm{TC}(q) = 5000 + 50q + 25q^2$, míg a „B" technológia megvalósításával a költségek a következőképpen alakulnak: $\mathrm{TC}(q) = 12\ 500 + 10q + 10q^2$. A vállalat piackutató részlege szerint az év egyik felében a vállalat termékéből értékesíthető mennyiség 40 ezer darab, míg a szezonális jelleg miatt az év másik felében csak 15 ezer darab. A megadott információk alapján melyik technológiát választanánk? Válaszunkat számításokkal támasszuk alá!
50. A Csavaripari Vállalat Miskolcon és Budapesten kialakított telephelyein gyártja speciális csavarjait. A budapesti telephelyen a csavargyártás termelési költsége: $\mathrm{TC}_B = 200\ 000 + 0,05q_B^2 + 50q_B$, a miskolci telephelyen pedig: $\mathrm{TC}_M = 100\ 000 + 0,2q_M^2 + 10q_M$. A vállalat 605 darabot tud értékesíteni ezekből a speciális csavarokból.
    a) Mennyit fog termelni a budapesti, illetve a miskolci telephelyeken?
    b) Mekkora összköltség mellett tudja kielégíteni a csavarok iránti keresletet?
51. Egy vállalatnak két telephelye van. Az első telephelyén a rövidtávú költségfüggvény $c_1(q_1) = 20 + q_1 + 2q_1^2$, a második telephelyén pedig $c_2(q_2) = = 5 + 2q_2 + q_2^2$. Határozzuk meg a teljes vállalat rövidtávú költségfüggvényét!
52. Ön egy kisebb nyomda tulajdonosa. Ebben a negyedévben két jelentős megrendelést kapott. Az egyik a nagysikerű Hamy Popper 8. részének, a másik pedig a Csöpögő Szívek romantikus regény kötetének nyomtatása. A kinyomtatott könyvek 60%-a Hamy Popper-példány, amelynek esetében egy-egy újabb könyv kinyomtatása 500 pénzegységgel növeli a nyomda költségeit. A másik könyv határköltsége 200 pénzegység. A nyomda negyedéves fix költsége 10 000 pénzegység.
    a) Írjuk fel a nyomda negyedéves költségfüggvényét!
    b) Érvényesül-e a termelésben az adott arányok melletti méretgazdaságosság (sugár menti méretgazdaságosság)? Válaszunkat számításokkal támasszuk alá!
    c) Számítsuk ki a választékgazdaságosság mutatószámát! Értelmezzük a kapott eredményt!

53. Egy vállalat termelésének 20 százalékát az „A” termék, 80 százalékát a „B” termék adja. A termelés költségfüggvénye $TC = 4000 + 2q_A + 10q_B$.
    a) Határozzuk meg a termelés sugár menti átlagköltségfüggvényét!
    b) Érvényesül-e a termelésben a méret- és választékgazdaságosság?
    c) Határozzuk meg az „A” termék esetében az átlagos költségnövekményt!

54. Egy vállalat két terméket gyárt q_1, illetve q_2 mennyiségben. A vállalat költségfüggvénye a következő: $C(q_1, q_2) = 500 + 2q_1 + q_2 + 0,5q_2^2$.
    a) Mekkora a sugármenti átlagköltség, ha 1 : 4 arányban állítja elő az 1-es, illetve a 2-es terméket?
    b) Mekkora a minimálisan hatékony üzemméret, ha mindkét terméket termeli?
    c) Mekkora a minimálisan hatékony üzemméret, ha csak az 1-es terméket termeli?
    d) És ha csak a 2-es terméket?
    e) Érvényesül-e a választékgazdaságosság?
    f) Mekkora az 1-es termék átlagos költségnövekménye?
    g) Milyen az 1-es termék termelése esetén a termékspecifikus mérethozadék?

55. Üzletvárosban egy külföldi befektető egy újabb hatalmas ruhabolt nyitásán gondolkodik. Három különböző alapterületű csarnok bérlése jöhet szóba. Egy 1000, egy 2000 és egy 3000 m^2-esé. A havi bérleti díj m^2-enként 400 Ft. Ha T négyzetméternyi csarnokot bérel a befektető, és havi forgalma q darab eladott ruha, akkor változó költsége $c_v(q) = q^2/T$ (használhatjuk az $AVC(q)$ jelölést is).
    a) Rajzoljuk fel a befektető átlag- és határköltségfüggvényét 1000 m^2 csarnok bérlése esetén! Ilyen boltméret mellett mekkora forgalom esetén lesz az átlagköltsége minimális?
    b) A két másik üzemméret esetén mikor lesz minimális az átlagköltség?
    c) Rajzoljuk fel a hosszú távú átlag- és határköltségfüggvényeket, ha az előző három csarnokméret jöhet csak szóba!

56. Egy vállalat rövid távú átlagköltségfüggvénye a bérelt terület k ezer négyzetméterétől és az y termelési szinttől függően:
    $c(y,\ k) = 2(y-k)^2 + 2k^2 + y^2 - 20y + 60$
    (ahol a k üzemméretet akkor választják, ha a tervezett termelés $y > \frac{4k+20}{6}$).
    A bérelt területre vonatkozó szerződést évenként kötik meg.
    a) Mekkora területet kell a vállalatnak bérelnie, ha a következő évben 20 egység terméket kívánnak gyártani?
    b) Az a) pontban meghatározott területű üzem bérlése esetén mekkora lesz a 10, illetve a 20 egység termeléséhez tartozó rövid távú teljes, átlag- és határköltség?
    c) Mekkora lesz y termeléstől függően az optimális üzemméret?
    d) Adjuk meg a hosszú távú költségfüggvény és a határköltségfüggvény egyenletét!

Költségfüggvény és termelési függvény meghatározása, átfogó feladatok

57. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = \min[2L, K]$. A rövid távon felhasznált tőke mennyisége 20 egység. Mind a munka, mind a tőke egységára 500 pénzegység.
    a) Határozzuk meg a munka határtermékét!
    b) Mekkora lesz a vállalat termelésének határköltsége, ha $L \leq 10$?
    c) Határozzuk meg a vállalat rövid távú átlagköltségfüggvényét!
58. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 5\sqrt{KL}$. A vállalat által rövid távon felhasznált tőke mennyisége 16. A felhasznált munka egy egységének ára 10, a tőke ára pedig 50 pénzegység. Határozzuk meg a vállalat rövid és hosszú távú költségfüggvényeit!
59. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 2\sqrt{KL}$. A vállalat által rövid távon felhasznált tőke mennyisége 25. A felhasznált munka egy egységének ára 625, a tőke ára pedig 2000. Hogyan változik meg a vállalat átlagköltségfüggvénye és határköltségfüggvénye rövid távon, ha
    a) az állam 10 000 egységnyi egyösszegű adót vet ki a vállalatra;
    b) az állam 20 egységnyi mennyiségi adóval terheli a vállalatot?
60. Egy vállalat termelési függvénye $Q = 4L^{1/4}K^{1/2}$. A munka ára 5 pénzegység, a tőke ára 2 pénzegység.
    a) Határozzuk meg a vállalat hosszú távú határköltségfüggvényét!
    b) Határozzuk meg a tőke parciális rugalmasságát!
61. Egy textilgyár napi termelési függvénye: $Q = 30\sqrt{KL}$, ahol L a felhasznált munkaórák mennyisége, Q az előállított textilanyagok mennyisége méterben. A rövid távon rendelkezésre álló tőke mennyisége, $K = 4$, egy órai munka ára 720 Ft, egységnyi tőke ára 4500 Ft.
    a) Írjuk fel a vállalat rövidtávú termelési függvényét!
    b) Írjuk fel a vállalat változó- és teljesköltségfüggvényét rövid távon!
    c) Írjuk fel a vállalat átlagos változó, átlagos fix és átlag költségfüggvényét, valamint a határköltségfüggvényt!
    d) Mekkora költséggel állítható elő 720 egységnyi output rövid távon?
    e) Mekkora költséggel állítható elő 720 egységnyi output hosszú távon? Adjunk magyarázatot a különbségre!
    f) Mekkora a textilanyag méterének ára hosszú távon, ha a vállalat termel?
62. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = (KL)^{3/2}$.
    a) A termelési függvény alapján hogyan fog alakulni a vállalat hosszú távú átlagköltsége a termelés növelésekor?
    b) Mennyivel változik a termelés, ha a felhasznált munka mennyiségét a vállalat 1 százalékkal növeli?
63. Egy vállalat termelési függvénye $Q = 4K + L$
    a) Határozzuk meg a vállalat költségfüggvényét, ha $p_K = 10$ és $p_L = 2$!
    b) Hogyan alakulnak a vállalat költségei, ha $p_K = 10$ és $p_L = 3$?

c) Amennyiben $p_K = 10$ és $p_L = 3$, akkor milyen outputárak mellett nem termel a vállalat?

64. Egy vállalat termelési függvénye $Q = K^2L$. A rövid távon felhasznált tőke mennyisége: $K = 5$. A munka egységének ára 500, a tőke egységének ára pedig 2000.
   a) Határozzuk meg a vállalat rövid távú átlagköltségfüggvényét!
   b) A vállalat pillanatnyilag 2000 db terméket tud értékesíteni termékének piacán. Ebben az esetben mennyi lesz a felhasznált munka mennyisége és a termelés változó költsége?
   c) Változna-e hosszú távon a vállalat optimális munkaerőfelhasználása? Válaszunkat indokoljuk meg!
   d) Határozzuk meg mindkét termelési tényező parciális rugalmasságát!

65. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = 5\sqrt{KL}$.
   a) Milyen mérethozadék jellemzi a termelési függvényt?
   b) Írjuk fel annak az isoquant-görbének az egyenletét, ahol $Q = 100$!
   c) Határozzuk meg a tőke és munka határtermékfüggvényét, valamint mindkét termelési tényező parciális rugalmasságát! Értelmezzük a kapott eredményt!
   d) Írjuk fel a parciális termelési függvényt, ha a rövid távon felhasznált tőke mennyisége $K = 100$!
   e) Határozzuk meg azt a minimális költséget, amely mellett 100 egységnyi termék előállítható, ha a tőke egységének ára 200, a munka ára pedig 50!
   f) Adjuk meg a költségfüggvényt, ha a a tőke egységének ára 200, a munkáé pedig 50!
   g) Határozzuk meg a maximálisan elérhető kibocsátást, ha a vállalat termelési költsége 10 000!

66. Egy vállalat termelési függvénye: $Q(L, K) = L^2K^2$. Bizonyos körülmények következtében a vállat biztosan nem termelhet 1000 egységnél többet. Egy munkaegység költsége 50 pénzegység, egy tőkeegységé pedig 100 egység.
   a) Határozzuk meg a termelés költségfüggvényét!
   b) A munka árát p_L-lel jelölve, írjuk fel a munka feltételes tényezőkeresleti függvényét, ha a tőke ára 100 pénzegység!
   c) Mutassuk meg mind a termelési függvény, mind a költségfüggvény segítségével, hogy a termelés növekvő mérethozadékú! Mit jelentene ez az optimális termelési nagyságot illetően, ha nem lenne korlátos a megtermelhető mennyiség?

67. Egy vállalat termelési függvénye: $Q = \min[L, 5K]$. Egységnyi tőke ára 200, egységnyi munkáé pedig 20.
   a) Határozzuk meg az optimális inputkombinációt, ha a termelési költség 76 500 Ft!
   b) Határozzuk meg az optimális inputkombinációt, ha $Q = 1275$!
   c) Határozzuk meg az előző alpont optimumában a technikai helyettesítési határrátát!
   d) Határozzuk meg a költségfüggvényt!

68. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Határozzuk meg a tényezőkeresleteket és a termékből kínált mennyiséget a termék bármely p ára esetén, ha az első termelési tényező ára $w_1 = 4$, a második termelési tényező ára pedig $w_2 = 3$!
    b) Határozzuk meg a tényezőkeresleteket a termék bármely y termelt mennyisége esetén, valamint a költség- és határköltségfüggvényeket, ha az első termelési tényező ára $w_1 = 4$, a második termelési tényező ára pedig $w_2 = 3$!
    c) Határozzuk meg bármely p termékár és w_1, w_2 tényezőárak mellett a tényezőkeresleteket!
    d) Határozzuk meg bármely p termékár, és w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínált mennyiségeket!
    e) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    f) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!
69. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = x_1^{1/4} x_2^{1/4}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Határozzuk a tényezőkeresleteket és a termékből kínált mennyiséget a termék bármely p ára esetén, ha az első termelési tényező ára $w_1 = 16$, a második termelési tényező ára pedig $w_2 = 25$!
    b) Határozzuk a tényezőkeresleteket a termék bármely y termelt mennyisége esetén, valamint a költség- és határköltségfüggvényeket, ha az első termelési tényező ára $w_1 = 4$, a második termelési tényező ára pedig $w_2 = 3$!
    c) Határozzuk meg bármely p termékár és w_1, w_2 tényezőárak mellett a tényezőkeresleteket!
    d) Határozzuk meg bármely p termékár és w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínált mennyiséget!
    e) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    f) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!
70. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = \sqrt{\min\{2x_1; 3x_2\}}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Határozzuk meg a tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg bármely p termékár és w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínált mennyiséget!
    c) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    d) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!
71. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = \sqrt{x_1 + 10x_2}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Határozzuk meg bármely w_1, w_2 tényezőárak mellett a tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg bármely w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínálati függvényt!
    c) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    d) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!!

72. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = x_1^{0,2}x_2^{0,6}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Határozzuk meg a tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg bármely p termékár, és w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínált mennyiséget!
    c) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    d) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!
    e) Mutassuk meg, hogy a határköltségfüggvényből származtatott kínálati függvény azonos a profitmaximalizálásból kapott kínálati függvénnyel! (Ha ez a kérdés problémás, térjen vissza a tökéletes versenyre vonatkozó fejezetrész feldolgozása után!)
73. Egy vállalat termelési technológiáját az $y = x_1^{0,5}x_2^{0,1}$ termelési függvénnyel jellemezhetjük.
    a) Határozzuk meg a tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg bármely p termékár és w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínált mennyiséget!
    c) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    d) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!
74. Egy bizonyos vállalat termelési technológiáját az általános $y = x_1^a x_2^b$ Cobb–Douglas termelési függvény jellemzi ($a > 0$, $b > 0$ valamint $(a + b < 1)$.
    a) Határozzuk meg a tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg bármely p termékár, és w_1, w_2 tényezőárak mellett a kínált mennyiséget!
    c) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    d) Határozzuk meg a költség- és határköltségfüggvényt!!
75. Egy vállalatnak ismerjük a feltételes tényezőkeresleti függvényeit: $x_1(w_1, w_2, y) = \left(3\frac{w_2}{w_1}\right)^{0,5} y^{2,5}, x_2(w_1, w_2, y) = \left(\frac{w_1}{3w_2}\right)^{0,5} y^{2,5}$. Határozzuk meg a vállalat költségfüggvényét!
76. Egy vállalat költségfüggvénye: $C(w_1, w_2, y) = 50w_1^{0,3}w_2^{0,7}y^{1,5}$.
    a) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg a termelési függvényt!
77. Egy vállalat költségfüggvénye: $C(w_1, w_2, y) = (\frac{w_1}{2} + w_2)y$
    a) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg a termelési függvényt!
78. Egy vállalat költségfüggvénye $C(w_1, w_2, y) = \min\left(\frac{w_1}{2};\ w_2\right) y$.
    a) Határozzuk meg a feltételes tényezőkeresleti függvényeket!
    b) Határozzuk meg a termelési függvényt!
79. Tekintsük a következő, pozitív argumentumokkal rendelkező függvényt: $c(w_1, w_2, y) = w_1^\alpha w_2^\beta y$. A kitevők milyen értékei mellett tekinthető ez a függvény költségfüggvénynek?
80. Tekintsük a következő függvényt: $f(q) = 4+3q-5q^2+q^3$. Feltételezhető-e, hogy ez a függvény költségfüggvény?

2.3. Termeléselmélet – Megoldások

Tesztkérdések

1. E	2. A	3. A	4. D	5. C	6. C	7. D	8. C	9. D	10. D
11. C	12. B	13. E	14. B	15. D	16. E	17. D	18. A	19. B	20. B
21. B	22. C	23. D	24. C	25. B	26. C	27. C	28. A	29. A	30. D
31. A	32. D	33. C	34. D	35. B	36. C	37. B	38. D	39. C	40. D
41. C	42. B	43. A	44. B	45. C	46. C	47. B	48. B	49. E	50. A
51. E	52. A	53. D	54. D	55. D	56. B	57. E	58. B	59. C	60. D
61. B	62. C	63. E	64. A	65. A	66. D	67. C	68. B	69. B	70. D
71. C	72. D	73. C	74. A	75. E	76. B	77. D	78. B	79. A	80. B
81. A	82. B	83. A	84. D	85. D	86. B	87. B	88. D	89. A	90. D
91. D	92. B	93. B	94. C	95. A	96. D	97. B	98. C	99. B	100. A

Számítási feladatok

1. Nagyon rövid táv: semelyik input nem változtatható, a készletek változása viszont lehetséges nagyon rövid távon is (eladják vagy sem). Rövid táv: ennek időtartama a termelés körülményeitől függően más és más, de az adott feladatban a munkások létszámát lehet jóval rövidebb idő alatt megváltoztatni, mint a tőke nagyságát. Így a rövid táv jelen esetben az az időtartam, ami alatt a munkások létszáma megváltozik. Hosszú táv pedig az az időtartam, ami alatt a tőke nagysága is módosítható. Nagyon hosszú táv (definíció szerint) az az időtartam, ami alatt a technológia is megváltoztatható.
2. a) Az egyes technológiákat összehasonlítva megállapítható, hogy technikailag nem hatékony az A, B és C. Ennek megfelelően a D és E technológia technikailag hatékony. Közülük a költségek alapján lehet választani.
   b) A D technológia alkalmazása alacsonyabb költséggel jár. ($\mathrm{TC}_D = 132\ 000$, $\mathrm{TC}_E = 140\ 000$)
3. a) A parciális termelési függvény $Q = 20L$. Ez az L–Q koordinátarendszerben egy origóból induló, 20 meredekségű egyenes.
   b) 100 egységnyi kibocsátás előállítható 5 egységnyi munkaerővel a termelési függvény alapján, ezért 6 fő esetén egy fő felesleges, így a termelés technikailag nem hatékony.
   c) A munka határterméke állandó, $\mathrm{MP}_L = 20$, ezért nem érvényesül a csökkenő hozadék törvénye.
   d) A munka parciális rugalmassága mindenütt 1, ami azt jelenti, hogy a felhasznált munkaerő mennyiségének 1%-os növelésével a termelés éppen 1%-kal fog nőni.
4. a) A parciális termelési függvény $Q = 20\sqrt{L}$, ebből $MP_L = \frac{10}{\sqrt{L}}$, az átlagtermék $AP_L = \frac{20}{\sqrt{L}}$. A munka átlagterméke nagyobb, mint a határtermék. L növelésével mindkettő értéke csökken, tehát érvényesül a csökkenő hozadék törvénye.

b) A munka parciális rugalmassága 0,5. Ez alapján kb. 20%-kal kell emelni a munka mennyiségét. A 20%-os munkamennyiség-növekedés azonban relatíve sok ahhoz, hogy egész pontos eredményt kapjunk. A parciális termelési függvény alapján: ha $Q = 20\sqrt{L}$, akkor $1,1Q = 20\sqrt{\alpha L}\ \sqrt{a} = 1,1$, azaz $\alpha = 1,21$, s a munkamennyiséget 21%-kal kell növelni.

5. a) C
   b) D
   c) B
   d) B–D
   e) A parciális termelési függvény D ponttól jobbra eső része.
   f) C-D

6.

	L	MP_L	AP_L	Q	ϵ_L
A munka határtermékének maximuma	2	96	94	188	≈1,02
A munka átlagtermékének maximuma	3	94,5	94,5	283,5	1
A termelés maximuma	10	0	70	700	0

7.

Q	20	34	46	56	64	70	72	72	70
L	4	6	8	10	12	14	16	18	20
MP_L	5	7	6	5	4	3	1	0	-1
AP_L	5	17/3	5,75	5,6	16/3	5	4,5	4	3,5

   a) Hatodik fő „után, közelében”.
   b) $L = 18$ „közelében”.
   c) Körülbelül 8 fő.
   d) Körülbelül 18 fő esetében.
   e) Körülbelül 8 fő esetében.

8. a) Cobb–Douglas
   b) $MP_L = 10$
   c) A munka termelési rugalmassága 1.
   d) Se a munka átlagterméke, se határterméke nem változik.

9. a) $Q = x_1 + 0,5x_2$.
   b) Tökéletesen helyettesítő inputokat tartalmazó termelési függvény.

10. $Q(L, K) = \min(L; 4K)$ Tökéletesen kiegészítő inputokat tartalmazó, vagy más néven Leontief-féle termelési függvény.

11. CES függvény, $\rho = \ln t$.
   a) $t = e$
   b) $t \to 0$
   c) $t \to 1$.

12. a) $\rho = 1$
   b) $\rho \to -\infty$
   c) $\rho \to 0$

13.

Termelési függvény	*Optimális inputkombináció*	*Parciális termelési függvény*
$Q = \min(L, 4K)$	$K = \frac{50}{3}$ és $L = \frac{200}{3}$	$Q = L$ ha $L \leq 40$, különben $Q = 40$
$Q = 3L + K$	$L = 100$ és $K = 0$	$Q = 3L + 10$
$Q = L + 3K$	$K = 50$ és $L = 0$	$Q = L + 30$
$Q = L^2 + K^2$	$L = 100$ és $K = 0$	$Q = 100 + L^2$
$Q = L^{1/5}K^{2/5}$	$K = L = \frac{100}{3}$	$Q = 10^{2/5}L^{1/5}$
$Q = LK^2$	$K = L = \frac{100}{3}$	$Q = 100L$

14. a) Az $x_1 = 10, x_2 = 5$ pont körüli koncentrikus körök, de a szóba jöhető – nem negatív – termelést figyelembe véve, a körök maximum $\sqrt{50}$ sugárral rendelkeznek.
    b) $y = 50, x_1 = 10, x_2 = 5$
    c) $MP_1 = 20 - 2x_1, MP_2 = 10 - 2x_2$
15. $L = 64$
16. a) $L = 64$, $Q = 32$
    b) A realizálható profit: 24 000.
    c) Az isoprofit-függvény meredeksége $\frac{1}{2}$.
17. Csak további tanulás esetén számíthat jelesre. A 0,5 meredekségű isoprofit-egyenes a (8,7) ponton átmenve alacsonyabban metszi a kibocsátás tengelyét, mintha a (3,5) ponton menne át. Azaz a (3,5) pontban az új helyzetben magasabb lenne a profit, és ha az első megállapítás helyes, akkor a (3,5) pont egyben egy technológiailag megvalósítható input–output kombináció. Azaz a hallgató vagy az első, vagy a második megállapításában tévedett.
18. Nem, mert a profitmaximalizálás gyenge axiómájának következtében $\Delta Q \cdot \Delta p$ nem lehet negatív.
19. a) Az isoprofit-egyenes egyenlete: $q = \frac{\pi}{1000} + \frac{1}{2}L$
    b) A felhasznált munka mennyisége 4, a termelés mennyisége 4, a realizálható profit 2000.
    c) Adott profitszint mellett a függőleges tengelymetszet 2, a függvény meredeksége pedig $\frac{1}{2}$.
    d) A felhasznált munka mennyisége 6,25, a termelés mennyisége 5, a realizálható profit pedig 2300.
    e) az input keresleti függvény mindkét esetben megegyezik: $L = \frac{1\ 000\ 000}{p_L^2}$
20. a) $Q = 100L$
    b) $K = \frac{100}{\sqrt{L}}$
    c) Növekvő mérethozadékú, emellett még speciális is, mert harmadfokú homogén.
    d) $MRTS(L) = (\sqrt{\frac{Q}{L}})' = -0,5\frac{\sqrt{Q}}{L^{3/2}}$, és ez a kifejezés negatív, abszolút értékben adott Q mellett az L csökkenő függvénye. Vagyis a termelési függvény konvex technológiájú.

21. a) $Q = 6$
    b) Az $500 = L^{1/3}K^{2/3}$ egyenlőséget átrendezve $K = \sqrt{\frac{500^3}{L}}$. Az ábrázolás az L–K térben történik, segítségképpen néhány L érték mellett számítsuk ki a K nagyságát. A kérdéses isoquant egy negatív meredekségű hiperbola lesz.
    c) $Q = 4L^{\frac{1}{3}}$, és ez az L–Q koordinátarendszerben egy origóból induló konkáv görbe.
    d) $MP_L = \frac{K^{2/3}}{3L^{2/3}}$ és $MP_K = \frac{2L^{1/3}}{3K^{1/3}}$. Mind a munka, mind a tőke határtermékfüggvénye csökkenő. A kérdéses pontban $MP_L = \frac{4}{27}$ és $MP_K = 1$.
    e) $MRTS = -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{Q^{3/2}}{2L^{3/2}}$, ugyanezt a kifejezést megkaphatjuk úgy is, hogy a $K(L)$ isoquant-függvény deriváltját tekintjük. Adott termelési szinten az $MRTS$ abszolút értékben csökken, mert a nevező az L növekedésével növekszik.
    f) konstans mérethozadékú
    g) $Q = 3,2 + 0,1\Pi + 0,2L$
    h) Azt a pontot keressük, ahol a konkáv parciális termelési függvény meredeksége megegyezik az isoprofit meredekségével, azaz 0,2-vel. $MP_L = \frac{4}{3L^{2/3}} = 0,2$, azaz $L \approx 17,21$.
22. 0,4375-tel többet
23. $x_1 = 3125 \;\; x_2 = 2000;\; y = 50;\; \pi = 100\,000$
24. $x_1 = \infty$, $x_2 = \infty$; $y = \infty$; $\pi = \infty$. Természetesen egy reális helyzetben a termelésnek létezik egy kapacitáskorlátja, vagy egyéb körülmények következtében nem lehet a termelés végtelen nagy.
25. a) $Q = \min(\frac{\text{láb}}{3}; \frac{\text{lap}}{2})$
    b) Tökéletesen kiegészítő inputok, L alakú isoquantok. Az isoquantok töréspontjai a láb/3=lap/2 egyenes mentén helyezkednek el.
    c) Az optimális inputfelhasználás az isoquantok csúcspontjában van. Az inputok költsége azonban a csúcspontban is meghaladja a székért kapható bevételt, így $x_1 = 0, x_2 = 0; y = 0; \pi = 0$
    d) Ebben az esetben egy szék utáni bevétel nagyobb, mint a ráfordított input ára, végtelen sokat érdemes termelni, végtelen sok input felhasználásával.
26. a) $Q = \min(\frac{M}{2}, R, 2C)$ azaz tökéletesen kiegészítő inputokról van szó.
    b) A termelési függvény konstans mérethozadékú.
    c) $Q = R$, ha $R \leq 25$ és $Q = 25$, ha $R > 25$. Az R–Q koordinátarendszerben a parciális termelési függvény egy töröttvonal, amely egy, az origóból induló, a (25, 25) pontig tartó, 1 meredekségű szakaszból, és egy, a (25, 25) pontból induló vízszintes félegyenesből áll.
    d) A rendelkezésre álló porcukorból a többi összetevő megfelelő mennyisége esetén épp 25 üveg lekvár készíthető. Az M–R koordinátarendszerben az isoquant két olyan merőleges félegyenesből áll, melyek közös pontja a (50, 25) pontban van.
    e) Az M–R koordinátarendszer (50; 25) pontjában nem értelmezhető az MRTS, a vízszintes száron értéke zérus, a függőlegesen mínusz végtelen.

27. a) $Q = B + \frac{2}{3}R$, azaz tökéletesen helyettesítő jószágokról van szó.
    b) $2 = B + \frac{2}{3}R$-ből $B = 2 - \frac{2}{3}R$, mely a B–R koordináta-rendszerben $-2/3$ meredekségű szakaszból álló isoquantot határoz meg.
    c) $MRTS = -\frac{2}{3}$, állandó d) konstans mérethozadékú
    d) $Q = 1 + \frac{2}{3}R$
28. a) Tökéletesen helyettesítő inputokról van szó. Pl. az 5 termelési szinthez tartozó isoquant a 25 adatrögzítőnél és a 2,5 számítógépnél metszi az inputok tengelyét. Amennyiben egy rögzítő napi m rekordot rögzít, akkor r-rel a rögzítők számát, g-vel a számítógépek számát jelölve, a naponta előállított a adatbázisok mennyisége: $a = \sqrt{(r + 10g)m}$.
    b) $r = 0,\ g = 250m;\ y = 50m$
    c) $r = 625m,\ g = 0;\ y = 25m$
29. a) Rövid távú összefüggéseket a táblázat egy-egy sora, vagy egy-egy oszlopa fejez ki, hiszen ilyenkor az egyik input rögzítve van, míg a másik változik. Hosszú távú összefüggések is kiolvashatók, hiszen egy-egy kockában lévő szám azt a kibocsátást mutatja meg, amely különböző inputkombinációval elérhető adott technológia mellett.
    b) Kiválasztjuk a táblázatból a 30-as termelési szinthez tartozó munka és tőkemennyiségeket, és ezeket a mennyiségeket a munka–tőke koordinátarendszerben ábrázoljuk, majd „érzéssel" összekötjük. Így kapjuk a kérdéses isoquant hozzávetőleges ábráját. A kérdéses isoquanton lefelé mozdulva kiszámíthatók a technikai helyettesítési ráta értékek: -3, -1, $-1/3$.
    c) A vízszintes tengelyen a munka, a függőleges tengelyen a termelés mennyisége szerepel. A táblázat $K = 4$ oszlopához tartozó termelési értékeket ábrázoljuk a megfelelő munkamennyiségnél, majd „érzéssel" összekötve ezeket a pontokat, kapjuk a kért parciális termelési függvényt. Kiszámítva a kért három függvény értékét (ami természetesen közelítés a diszkrét adatok alapján), továbbra is a munkát a vízszintes tengelyen ábrázolva készítjük el a grafikonokat.
30.

Termelési függvény	MP_L	MP_K	$MRTS$
$Q = 5KL$	$5K$	$5L$	$-\frac{K}{L}$
$Q = K + 2L$	2	1	-2
$Q = K^{1/4}L^{3/4}$	$\frac{3}{4}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{4}K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{3}{4}}$	$-\frac{3K}{L}$
$Q = 2KL^3$	$6KL^2$	$2L^3$	$-\frac{3K}{L}$
$Q = K^{1/4}L^{1/3}$	$\frac{1}{3}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{4}K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{3}}$	$-\frac{4K}{3L}$
$Q = \min[L, K]$	1, ha $L \leq K$	1, ha $K \leq L$	$L > K$ esetén 0, $L < K$ esetén $-\infty$, $L = K$ esetén nem értelmezhető
$Q = CK^aL^b$	$CbL^{b-1}K^a$	$CaK^{a-1}L^b$	$-\frac{bK}{aL}$

Termelési függvény	MP_L	MP_K	$MRTS$
$Q = aK + bL$	b	a	$-\frac{b}{a}$
$Q = \min[aL, bK]$	a, ha $L \leq \frac{b}{a}K$	b, ha $K \leq \frac{a}{b}L$	$aL > bK$ esetén 0, $aL < bK$ esetén $-\infty$, $aL = bK$ esetén nem értelmezhető
$Q = \sqrt{L} + K$	$\frac{1}{2\sqrt{L}}$	1	$-\frac{1}{2\sqrt{L}}$
$Q = (2K + 3L)^{1/2}$	$\frac{3}{2}(2K + 3L)^{-\frac{1}{2}}$	$(2K + 3L)^{-\frac{1}{2}}$	$-\frac{3}{2}$

Termelési függvény	*mérethozadék*
$Q = 5KL$	növekvő
$Q = K + 2L$	állandó
$Q = K^{1/4}L^{3/4}$	állandó
$Q = 2KL^3$	növekvő
$Q = K^{1/4}L^{1/3}$	csökkenő
$Q = \min[L, K]$	állandó
$Q = CK^aL^b$	$a + b>1$ esetén növekvő, $a + b<1$ esetén csökkenő, $a + b = 1$ esetén állandó
$Q = aK + bL$	állandó
$Q = \min[aL, bK]$	állandó
$Q = \sqrt{L} + K$	nem határozható meg.
$Q = (2K + 3L)^{1/2}$	csökkenő

31. A vállalat 2,5-szer több munkát használ fel, mint tőkét.

32. a) A két input tökéletesen kiegészíti egymást, $10L = K$. A termelésben felhasznált munka mennyisége tized része a felhasznált tőke mennyiségének.
    b) $Q = 10L$, ha $L \leq 5$ és $Q = 50$, ha $L > 5$.
    c) $L = 20$, $K = 200$
    d) Tetszőleges K-ra a munka határtermékfüggvénye: $MP_L = 10$, ha $L < \frac{1}{10}K$, különben $MP_L = 0$.
    e) állandó mérethozadék

33. Az ábra alapján növekvő a mérethozadék az A és a B, a B és a C, a C és a D, a D és az E, az E és az F pontok közt, de csökkenő a mérethozadék az F és a G, valamint a G és a H pont között. Természetesen a termelési függvény ismerete nélkül csak hozzávetőleges válasz adható a kérdésre.

34. a) Az isoquantok $-1/4$-es meredekségű egyenesek, a technikai helyettesítési határráta abszolút értékben 4.
    b) A rövid távú termelési függvény függőleges tengelymetszete: $Q = 80$, meredeksége pedig 1.
    c) a parciális termelési függvény: $Q = 80 + L$, a hosszú távú termelési függvény pedig: $Q = 4K + L$.

35. $\rho = \frac{d \ln \frac{x_2}{x_1}}{d \ln |TRS|}$

36. a) Rövid távú, mert van fix költség.
    b) $FC = 30$
    c) $VC\,(q) = 20q - 5q^2 + q^3$, $AVC\,(q) = 20 - 5q + q^2$, $AC = \frac{30}{q} - 20 - 5q + q^2$ és $MC = 3q^2 + 10q - 20$

37. $VC = 25q^2$, $AVC = 25q$ és $MC = 50q$

Q	AVC	VC	MC	TC
0	–	0	–	10 000
20	500	10 000	1000	20 000
50	1250	62 500	2500	72 500

38. A gazdasági profit 2000 (bevételből a gazdasági költségek), a számviteli profit 2500 (gazdasági profit, plusz az implicit költségekből nem elszámolható rész; a feladatban elszámolható implicit költség az amortizáció), a normálprofit pedig 500 (az implicit költségekből nem elszámolható rész, ez az ami az inputok után az adott körülmények közt „normálisan jár").

39. A normálprofit 2,6 (a másutt elszalasztott bér és a tőke után elszalasztott kamatjövedelem), a gazdasági profit pedig 11,4 (bevételből a számlával igazolható költségek, a másutt elszalasztott bér és a tőke után elszalasztott kamatjövedelem).

40.

L	Q	AP_L	MP_L	MC	AC	AVC	AFC	VC	FC	TC
0	0	–	–	–	–	–	–	0	5000	5000
5	100	20	20	60	110	60	50	6000	5000	11 000
10	250	25	30	40	68	48	20	12 000	5000	17 000
15	510	34	52	23,08	45,01	35,3	9,8	18 000	5000	23 000
20	600	30	18	66,67	48,3	40	8,33	24 000	5000	29 000

41. a) C pont
    b) $q \geq q_A$
    c) q_B
    d) q_A
    e) q_B termelés esetén B–D pont

42. a) $VC(q) = 138q - 28q^2 + 2q^3$, $FC(q) = 256$, $AC(q) = \frac{256}{q} + 138 - 28q + 2q^2$, $AVC(q) = 138 - 28q + 2q^2$, $AFC(q) = \frac{256}{q}$, valamint $MC(q) = 138 - 56q + 6q^2$.
    b) $q = 8$ és $AC(8) = 74$
    c) $q = 7$ és $AVC(7) = 40$

43. a) $VC(y) = 3y^3 - 36y^2 + 180y$, $FC = 294$, $AVC(y) = 3y^2 - 36y + 180$, $AFC(y) = \frac{294}{y}$, $AC(y) = \frac{294}{y} + 3y^2 - 36y + 180$, $MC(y) = 9y^2 - 72y + 180$
    b) A két módszer: vagy függvényvizsgálattal meghatározzuk a szóban forgó két függvény minimumhelyét és értékét, vagy kihasználjuk azt a tényt, hogy a határköltség a minimumpontjában metszi mind az

AC mind az AVC függvényeket. Az AC esetében a minimum helye $y = 7$, és $AC(7) = 117$, és AVC esetében a minimum helye $y = 6$, és $AVC(6) = 72$.

c) Mindkét függvény jobb oldali határértéke a zérusban 180.

d) Az ábra az y–AVC koordináta rendszerben készül. Itt ábrázoljuk a kérdéses grafikonokat. Az MC mind az AC, mind az AVC minimumán keresztül megy, az AC és az AVC nagyon nagy termelési értékek esetén nagyon közel van egymáshoz, az AVC és az MC ugyanabból a pontból indul ki. Az AC és az AVC különbsége épp az AFC.

44. $MC = \frac{500}{8} = 62,5$

45. A fix költség: 484 000 Ft, $AVC = MC = 3$, $TC = 484\,000 + 3Q$. $TR = TC$ alapján meghatározható az a termelési mennyiség, amely mellett az összköltség megtérül. $Q = 121\,000$ db.

46. a)

Q	*„A" technológia TC-je*	*„B" technológia TC-je*	*„C" technológia TC-je*
1	2600	2800	3200
2	5000	5200	5600
3	7400	7600	8000
4	10 200	10 000	10 800
5	14 200	13 600	14 000
6	19 800	18200	17 600
7	27 200	24 200	21 800

b)

Q	LTC	LAC	LMC
1	2600	2600	-
2	5000	2500	2400
3	7400	7400/3	2400
4	10 000	2500	2600
5	13 600	2720	3600
6	17 600	8800/3	4000
7	21 800	21 800/7	4200

47. a) Mivel rövid távon $VC(q) = 5q + q^2$ (használhatjuk az $SVC(q)$ jelölést is), ezért $c(q) = 4 + 5q + q^2$. (Használhatjuk a $TC(q)$ vagy $STC(q)$ jelölést is.)

b) Amennyiben az 4 kvázifix költség (majdnem állandó költség), akkor a teljes költség: $LTC(q) = 4 + 5q + q^2$ ha $q > 0$, és $LTC(q) = 0$, ha $q = 0$.

48. a) $LAC(q) = 2q$ és $SAC = \frac{4F}{q} + \frac{q^3}{4F}$ valamint $LMC = 4q$ és $SMC = \frac{q^3}{F}$. A rövid távú átlagköltség ugyan U alakú, de a hosszú távú folyamatosan növekszik. Hosszú távon sehol nem érvényesül a csökkenő méretho-zadék. A határköltséget illetően a rövid és a hosszú távú határköltség is növekvő.

b) $4q = \frac{q^3}{F}$, azaz $q = 2\sqrt{F}$, és ennél a termelési értéknél valóban megegyezik a két költségfüggvény.

c) $LMC'(2\sqrt{F}) = 4$ és $SMC'(2\sqrt{F}) = 12$ vagyis a rövid távú határköltség meredekebb, mint a hosszú távú. A rövid távú teljes költség jobban nő, mint a hosszú távú teljes költség.

49. Az egyes technológiákhoz tartozó költségfüggvényekbe behelyettesítve a rendelési mennyiségeket kiszámítható, hogy a „B" technológiával tudjuk a megrendelést alacsonyabb költségek mellett kielégíteni.

50. a) $MC_B = 0,1q_B + 50$ és $MC_M = 0,4q_M + 10$, a határköltségfüggvényeket q-ra rendezzük, majd horizontálisan összegezzük. $q = q_B + q_M = = 12,5MC - 525$. A kapott összefüggést MC-re rendezve megkapjuk a vállalat határköltségfüggvényét: $MC(q) = 0,08q + 42$. Az értékesíthető termelési mennyiség 605 db, amelyet behelyettesítve a határköltségfüggvénybe $MC = 90,4$. Ezzel egyenlővé tesszük az egyes telephelyek határköltség függvényét, így megkapjuk a telephelyek termelési mennyiségét. $q_B = 404$ és $q_M = 201$.
b) A termelés összköltsége 338 351.

51. $c(q) = 25 + \frac{2}{3}q^2 + \frac{5}{3}q - \frac{1}{2}$ ha $q \geq \frac{1}{4}$, különben $c(q) = 25 + q + 2q^2$.

52. a) $TC = 10\ 000 + 500q_1 + 200q_2$
b) $RAC = \frac{10\ 000}{q} + 380$, ha q nő, akkor a sugármenti átlagköltség csökken, ezért ilyen kibocsátási arány esetén érvényesül a növekvő mérethozadék.
c) $SC = \frac{100}{100+5q_1+2q_2}$, mivel SC nagyobb, mint nulla, ezért érvényesül a választékgazdaságosság.

53. a) $TC = 4000 + 8,4q$ $RAC = \frac{4000}{q} + 8,4$
b) Mind a méretgazdaság, mind pedig a választékgazdaságosság érvényesül, $SC = \frac{2000}{2000+q_A+5q_B}$.
c) átlagos költségnövekmény: $AIC_A = 2$

54. a) $RAC(q) = \frac{500}{q} + 1,2 + 0,32q^2$
b) $q_1 = 5\sqrt{2,5} \approx 7,91; q_2 = 20\sqrt{2,5} \approx 31,62$
c) nincs MES
d) $q_2 = 10\sqrt{5} \approx 22,36$
e) Igen, mert $SC = 500/(500 + 2q_1 + q_2 + 0,5q_2^2) > 0$.
f) $AIC_1 = 2$ állandó
g) 1

55. a) Általánosan T üzemméret esetén $AC(q) = \frac{q}{T} + \frac{400T}{q}$. Ennek minimuma $q = 20T$ értéknél van, így $T = 1000$ esetén $q = 20\ 000$. Az 1000 m^2-hez tartozó $MC(q) = \frac{q}{500}$
b) A másik két üzemméret esetén 40 000 és 60 000 ruha eladásánál lesz a minimális az átlagköltség.
c) A q–AC koordináta-rendszeben kell ábrázolni a három átlagköltséget. Az első üzemméret alapján számított átlagköltség releváns, míg ez a legkisebb, a második és harmadik üzemméretthez tartozó átlagköltség szintén azokon a termelési szinteken releváns, amíg ezek az átlagköltségek a legkisebbek. Ez alapján a hosszú távú átlagköltség töréspontja: $q = \sqrt{8} \cdot 10^4$, majd $q = \sqrt{24} \cdot 10^4$.

56. a) A $c(k) = 2(20-k)^2 + 2k^2 + 60$ függvényt kell k szerint minimalizálni, $k = 10$.

b)

	c	AC	MC
$y = 10$	160	16	0
$y = 20$	460	23	60

c) A $c(y,\ k) = 2(y-k)^2 + 2k^2 + y^2 - 20y + 60$ függvényben k szerint minimalizálva: $k = 0,5y$.

d) A c) pont eredményét behelyettesítve a költségfüggvénybe: $LTC(y) = 2y^2 - 20y + 60$, és $MC(y) = 4y - 20$.

57. a) $\mathrm{MP}_L = 2$, ha $\mathrm{L} \leq 10$

b) $MC = 250$, felhasználva a határtermék és a határköltség közötti összefüggést.

c) $L = \frac{Q}{2}$, $TC = 10\ 000 + 250Q$, ebből $AC = \frac{10\ 000}{Q} + 250$, ha $0 < Q \leq 20$.

58. Rövid távú költségfüggvények:
$TC = 800 + \frac{q^2}{40}$, ebből $FC = 800$ és $VC = \frac{q^2}{40}$.
Az $AFC = \frac{800}{q}$, $AVC = \frac{q}{40}, MC = \frac{q}{20}$.
Hosszú távú költségfüggvények:
$LTC = 4\sqrt{5}q$, ebből $LAC = LMC = 4\sqrt{5}$.

59. A megadott adatok alapján az alaphelyzetben: $AC = \frac{50\ 000}{q} + 6,25q^2$, $MC = 12,5q$.

a) Fix összegű adó esetén: $AC = \frac{60\ 000}{q} + 6,25q^2$, $MC = 12,5q$ (AC nőtt, MC változatlan).

b) 20 egységnyi mennyiségi adó esetén:
$AC = \frac{50\ 000}{q} + 6,25q^2 + 20$, $MC = 12,5q + 20$ (AC és MC is nőtt).

60. a) $LMC = (1,25Q)^{1/3} \approx 1,077Q^{1/3}$

b) A tőke parciális rugalmassága: $\frac{1}{2}$.

61. a) $Q = 60\sqrt{L}$

b) $TC = 18\ 000 + 0,2q^2$, $VC = 0,2q^2$

c) $AC = \frac{18\ 000}{q} + 0,2q$, $MC = 0,4q$, $AFC = \frac{18\ 000}{q}$

d) $TC = 121680$

e) $LTC = 86400$, a különbség azért alakul ki, mert hosszú távon a felhasznált tőke mennyisége is változtatható.

f) $p \geqq 120$

62. a) A termelési függvényt növekvő mérethozadék jellemzi, ezért a termelés növelésével az LAC csökken.

b) A munka parciális rugalmassága 1,5, vagyis a felhasznált termelési tényező 1%-os növelésekor a termelés 1,5%-kal nő.

63. a) $c(Q) = 2Q$

b) $c(Q) = 2,5Q$

c) $p < 2,5$

64. a) $AC = \frac{10\ 000}{q} + 20$

b) $L = 80$, $VC = 40\ 000$

c) $L = 20$-ra csökkenne.
d) A munka parciális rugalmassága 1, a tőke parciális rugalmassága pedig 2.

65. a) állandó
b) $L = \frac{400}{K}$
c) $MP_L = \frac{5\sqrt{K}}{2\sqrt{L}}$, $MP_K = \frac{5\sqrt{L}}{2\sqrt{K}}$, mindkét termelési tényező parciális rugalmassága 1/2.
d) Parciális termelési függvény: $Q = 50\sqrt{L}$
e) minimális összköltség: 4000
f) $c(Q) = 40Q$
g) maximális kibocsátás: 250.

66. a) $c(Q) = 100\sqrt[4]{4Q}$.
b) $L = 0,1Q^{0,25}\sqrt{p}$
c) Az optimális termelés végtelen nagy lenne, mert a profitfüggvénynek nem lenne maximuma.

67. a) $K = 255$ és $L = 1275$
b) $K = 255$ és $L = 1275$
c) nem értelmezhető, mivel a két input tökéletesen kiegészítő kapcsolatban áll egymással, és az optimum épp az isoquant töréspontjában van.
d) $c(Q) = 60Q$

68. a) $x_1(p) = \frac{p^3}{1296}$, $x_2(p) = \frac{p^3}{972}$, $y(p) = \frac{p^2}{108}$
b) $x_1(y) = \frac{\sqrt{3}y^{3/2}}{2}, x_2(y) = \frac{2\sqrt{3}y^{3/2}}{3}, C(y) = 4\sqrt{3}y^{3/2}, MC(y) = 6\sqrt{3y}$
c) $x_1(w_1, w_2, p) = \frac{p^3}{27w_1^2w_2}, x_2(w_1, w_2, p) = \frac{p^3}{27w_1w_2^2}$
d) $y(w_1, w_2, p) = \frac{p^2}{9w_1w_2}$
e) $x_1(w_1, w_2, y) = \sqrt{\frac{w_2}{w_1}}y^{3/2}, x_2(w_1, w_2, y) = \sqrt{\frac{w_1}{w_2}}y^{3/2}$
f) $C(w_1, w_2, y) = 2\sqrt{w_1w_2}\ y^{3/2}$; $MC(w_1, w_2, y) = 3\sqrt{w_1w_2y}$

69. a) $x_1(p) = \frac{p^2}{5120}$, $x_2(p) = \frac{p^2}{8000}$, $y(p) = \frac{p}{80}$
b) $x_1(y) = \frac{\sqrt{3}y^2}{2}, x_2(y) = \frac{2\sqrt{3}y^2}{3}, C(y) = 4\sqrt{3}y^2, MC(y) = 8\sqrt{3}y$
c) $x_1(w_1, w_2, p) = \frac{p2}{16w_1^{3/2}w_2^{1/2}}, x_2(w_1, w_2, p) = \frac{p^2}{16w_1^{1/2}w_2^{3/2}}$
d) $y(w_1, w_2, p) = \frac{p}{4\sqrt{w_1 \cdot w_2}}$
e) $x_1(w_1, w_2, y) = \sqrt{\frac{w_2}{w_1}}y^2$, $x_2(w_1, w_2, y) = \sqrt{\frac{w_1}{w_2}}y^2$
f) $C(w_1, w_2, y) = 2\sqrt{w_1w_2}y^2$; $MC(w_1, w_2, y) = 4\sqrt{w_1w_2}y$

70. a) $x_1(w_1, w_2, p) = \frac{p^2}{2\left(w_1+\frac{2}{3}w_2\right)^2}$, $x_2(w_1, w_2, p) = \frac{p^2}{3\left(w_1+\frac{2}{3}w_2\right)^2}$
b) $y(w_1, w_2, p) = \frac{p}{w_1+\frac{2}{3}w_2}$
c) $x_1(w_1, w_2, y) = \frac{y^2}{2}, x_2(w_1, w_2, y) = \frac{y^2}{3}$
d) $C(w_1, w_2, y) = \left[\frac{w_1}{2} + \frac{w_2}{3}\right]y^2$; $MC(w_1, w_2, y) = 2\left[\frac{w_1}{2} + \frac{w_2}{3}\right]y$

71. a) $x_1(w_1, w_2, p) = \frac{p^2}{4w_1^2}$, $x_2(w_1, w_2, p) = 0$, ha $\frac{w_1}{w_2} < 0,1$ és
$x_1(w_1, w_2, p) = 0$, $x_2(w_1, w_2, p) = \frac{5p^2}{2w_2^2}$, ha $\frac{w_1}{w_2} > 0,1$

b) $y(w_1,w_2,p)=\frac{p}{2w_1}$, ha $\frac{w_1}{w_2}<0,1$ és $y(w_1,w_2,p)=\frac{5p}{2w_2}$, ha $\frac{w_1}{w_2}>0,1$

c) $x_1(w_1,w_2,y)=\frac{y^2}{2}$, $x_2(w_1,w_2,y)=0$, ha $\frac{w_1}{w_2}<0,1$ és
$x_2(w_1,w_2,y)=\frac{y^2}{10}, x_1(w_1,w_2,y)=0$, ha $\frac{w_1}{w_2}>0,1$

d) $C(w_1,w_2,y)=w_1y^2$; $MC(w_1,w_2,y)=2w_1y$, ha $\frac{w_1}{w_2}<0,1$ és
$C(w_1,w_2,y)=w_2y^2/5$; $MC(w_1,w_2,y)=w_2y/20$, ha $\frac{w_1}{w_2}>0,1$

72. a) $x_1(w_1,w_2,p)=0,0003456\frac{p^5}{w_1^2w_2^3}$, $x_2(w_1,w_2,p)=0,02592\frac{p^5}{27w_1w_2^4}$

b) $y(w_1,w_2,p)=0,0432\frac{p^4}{w_1w_2^3}$

c) $x_1(w_1,w_2,y)=\left(\frac{w_2}{3w_1}\right)^{0,75}y^{1,25}$, $x_2(w_1,w_2,y)=\left(\frac{3w_1}{w_2}\right)^{0,25}y^{1,25}$

d) $C(w_1,w_2,y)=\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{0,75}+3^{0,25}\right]w_1^{0,25}w_2^{0,75}y^{1,25}$;
$MC(w_1,w_2,y)=1,25\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{0,75}+3^{0,25}\right]w_1^{0,25}w_2^{0,75}y^{0,25}$

e) $MC=p$ összefüggésből átrendezéssel kapjuk ugyanazt a kínálati függvényt.

73. a) $x_1(w_1,w_2,p)=\frac{p^{2,5}w_2^{0,25}}{2^{2,5}5^{1/4}w_1^{2,25}}$, $x_2(w_1,w_2,p)=\frac{5^{1,25}w_2^{1,25}p^{2,5}}{w_1^{1,25}}$

b) $y(w_1,w_2,p)=\frac{0,5^{1,25}0,1^{0,25}p^{1,5}}{w_1^{1,25}w_2^{0,25}}$

c) $x_1(w_1,w_2,y)=\left(5\frac{w_2}{w_1}\right)^{1/6}y^{5/3}, x_2(w_1,w_2,y)=\left(\frac{w_1}{5w_2}\right)^{5/6}y^{5/3}$

d) $C(w_1,w_2,y)=\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{5/6}+5^{1/6}\right]w_1^{5/6}w_2^{1/6}y^{5/3}$;
$MC(w_1,w_2,y)=\frac{5}{3}\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{5/6}+5^{1/6}\right]w_1^{5/6}w_2^{1/6}y^{2/3}$.

74. a) $x_1(w_1,w_2,p)=\frac{a^{\frac{b-1}{a+b-1}}w_2^{\frac{b}{a+b-1}}}{b^{\frac{b}{a+b-1}}w_1^{\frac{b-1}{a+b-1}}}p^{\frac{1}{1-a-b}}$,
$x_2(w_1,w_2,p)=\frac{b^{\frac{a-1}{a+b-1}}w_1^{\frac{a}{a+b-1}}}{a^{\frac{a}{a+b-1}}w_2^{\frac{a-1}{a+b-1}}}p^{\frac{1}{1-a-b}}$

b) $y(w_1,w_2,p)=\left[\frac{a^ab^bp^{a+b}}{w_1^aw_2^b}\right]^{\frac{1}{1-a-b}}$

c) $x_1(w_1,w_2,y)=\left(\frac{aw_2}{bw_1}\right)^{\frac{b}{a+b}}y^{\frac{1}{a+b}}, x_2(w_1,w_2,y)=\left(\frac{bw_1}{aw_2}\right)^{\frac{a}{a+b}}y^{\frac{1}{a+b}}$

d) $C(w_1,w_2,y)=\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{a}{a+b}}\right]w_1^{\frac{a}{a+b}}w_2^{\frac{b}{a+b}}y^{\frac{1}{a+b}}$;
$MC(w_1,w_2,y)=\frac{1}{a+b}\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{a}{a+b}}\right]w_1^{\frac{a}{a+b}}w_2^{\frac{b}{a+b}}y^{\frac{1-a-b}{a+b}}$

e) $MC=p$ összefüggésből átrendezéssel kapjuk ugyanazt a kínálati függvényt.

75. $C(w_1,w_2,y)=w_1\left(3\frac{w_2}{w_1}\right)^{0,5}y^{2,5}+w_2\left(\frac{w_1}{3w_2}\right)^{0,5}y^{2,5}=$
$=(3^{0,5}+3^{-0,5})w_1^{0,5}w_2^{0,5}y^{2,5}$

76. a) $x_1(w_1,w_2,y)=15\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{0,7}y^{3/2}$, $x_2(w_1,w_2,y)=35\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{0,3}y^{3/2}$

b) A fenti két egyenletből kifejezve, majd kiküszöbölve az árarányt, átrendezéssel kapjuk: $y=3^{2/9}2^{20/27}7^{14/27}x_1^{2/9}x_2^{14/27}$.

77. a) $x_1 = \frac{y}{2}$ és $x_2 = y$
    b) $y = \min(2x_1; x_2)$

78. a) $x_1 = \frac{y}{2}$ ha $\frac{w_1}{2} < w_2$, és ekkor $x_2 = 0$, továbbá $x_2 = y$ ha $\frac{w_1}{2} > w_2$, és ekkor $x_1 = 0$. Amennyiben $\frac{w_1}{2} = w_2$, akkor a két előzőleg kiszámított inputkombinációk által meghatározott szakasz bármely pontja optimális.
    b) $y = 2x_1 + x_2$

79. Mivel a költségfüggvény az árakban nem csökkenő, ezért a kitevők nem lehetnek negatívak. Mivel a költségfüggvény az árakban konkáv, a kitevők értéke 1-nél kisebb. Mivel a költségfüggvény az árakban elsőfokú homogén, ezért a kitevők összege 1.

80. Ha a megadott függvény költségfüggvény lenne, akkor mindenütt növekvőnek kellene lennie. A megadott függvény deriváltja, mely a költségfüggvény esetén egyben a határköltségfüggvény lenne: $f'(q) = 3 - 10q + 3q^2$, melynek minimumhelye $q = \frac{10}{6}$, minimumértéke $f'(\frac{10}{6}) = \frac{16}{3} \approx -5,33$, ami azt jelenti, hogy ebben a pontban az $f(q)$ függvény csökken. Azaz az $f(q)$ függvény semmiképp nem lehet költségfüggvény.

3. fejezet

Bizonytalanság

A bizonytalan körülmények közti döntés napjainkban már az alapszintű mikroökonómiai kurzusokon is tananyag, igaz, csak a legelemibb fogalmak erejéig. Ezért fejezetünk sok egyszerű, pusztán a várható hasznosság fogalmára épülő, illetve a kockázattal szembeni viselkedést vizsgáló példát tartalmaz. Emellett azonban az érdeklődő olvasó nehezebb feladatokat is talál, olyanokat, melyek a Neumann–Morgenstern-féle várható hasznossági függvény létezéséhez szükséges feltételekkel, a várható hasznossághoz kapcsolódó paradoxonokkal, az állapottérrel, vagy a kockázatkerülés mértékével, illtve a biztosítás díjának meghatározásával foglalkoznak. A bizonytalanság elmélete megalapozza az információs aszimmetrával foglalkozó, későbbi fejezetben található feladatokat, és a játékelméleti kérdések tárgyalásakor is nélkülözhetetlen.

3.1. Tesztkérdések

1. Ha a várható jövedelmet a vízszintes tengelyen, annak szórását pedig a függőleges tengelyen ábrázoljuk, akkor a kockázatkerülő egyén közömbösségi görbéi
   a) pozitív meredekségűek;
   b) vízszintesek;
   c) negatív meredekségűek;
   d) függőlegesek.
2. Ha a várható jövedelmet a vízszintes tengelyen, annak szórását pedig a függőleges tengelyen ábrázoljuk, akkor a kockázatsemleges egyén közömbösségi görbéi
   a) pozitív meredekségűek;
   b) vízszintesek;
   c) negatív meredekségűek;
   d) függőlegesek.

3. A várható hasznossági függvény
   a) egyedi;
   b) invariáns a pozitív affin transzformációkra;
   c) első deriváltja konstans;
   d) második deriváltja konstans.
4. Tekintsük az állapottér-diagramot, ahol a vízszintes tengelyen az egyik, a függőleges tengelyen a másik természeti állapot vagyoni helyzetére vonatkozó kimeneteket ábrázoljuk a fogyasztó szempontjából. Ebben a rendszerben a kockázatkerülő fogyasztó (aki a több pénzt többre értékeli) közömbösségi görbéi
   a) alulról konvexek;
   b) alulról konkávok;
   c) negatív meredekségű egyenesek;
   d) pozitív meredekségű egyenesek.
5. Tekintsük az állapottér-diagramot, ahol a vízszintes tengelyen az egyik, a függőleges tengelyen a másik természeti állapot vagyoni helyzetére vonatkozó kimeneteket ábrázoljuk a fogyasztó szempontjából. Ebben a rendszerben a tökéletes biztosítás pontjai
   a) egy egyenesen vannak, és a biztosítás összegétől függő, de azonos távolságban metszik mindkét tengelyt;
   b) a két tengelyen vannak;
   c) egy origóból induló, a tengelyekkel 45 fokot bezáró egyenesen vannak;
   d) egy origóból induló, a tengelyekkel nem feltétlen 45 fokot bezáró egyenesen vannak.
6. Tekintsük az állapottér-diagramot, ahol a vízszintes tengelyen az egyik, a függőleges tengelyen a másik természeti állapot vagyoni helyzetére vonatkozó kimeneteket ábrázoljuk a fogyasztó szempontjából. Ebben a rendszerben a kockázattal szemben közömbös biztosító isoprofit-egyenesei
   a) pozitív meredekségűek, jobbra nagyobb profitot reprezentálnak;
   b) negatív meredekségűek, jobbra nagyobb profitot reprezentálnak;
   c) nem is léteznek, az azonos profitot képviselő pontok általában nem egy egyenesen fekszenek;
   d) negatív meredekségűek, az origóhoz közeledve nagyobb profitot reprezentálnak.
7. Tekintsük az állapottér-diagramot, ahol a vízszintes tengelyen az egyik, a függőleges tengelyen a másik természeti állapot vagyoni helyzetére vonatkozó kimeneteket ábrázoljuk a fogyasztó szempontjából. Ebben a rendszerben határozzuk meg a kockázatkerülő fogyasztó döntését, ha a kockázattal szemben közömbös biztosító egy tisztességes biztosítást ajánl a számára.
   a) A fogyasztó választása valamelyik tengelyen lesz.
   b) A fogyasztó választása a teljes biztosítás egyenesén lesz.
   c) A fogyasztó nem fog biztosítást vásárolni.
   d) Egyéb adatok hiányában nem tudunk semmi pontosat mondani a fogyasztó választásáról.

8. Tekintsük azt a rendszert, ahol a fogyasztó választásának három biztos kimenete van. Az ezekre vonatkozó fogyasztói preferencia egyértelműen meghatározott, semelyik két kimenet nem közömbös a fogyasztó számára. Tekintsük az egységnyi magasságú szabályos háromszöget. Ennek pontjai megfeleltethetők azoknak a lutriknak, amelyek kimenete a szóban forgó három biztos esemény. Egy lutrit az a pont reprezentál, melynek a háromszög oldalaitól való távolsága az egyes kimenetek lutribeli valószínűsége. A fogyasztó által azonosan értékelt lutrik pontjait összekötve közömbösségi térképet kapunk. Az így megszerkesztett közömbösségi görbék
   a) semmiképpen nem lehetnek egymással párhuzamos egyenesek;
   b) amennyiben teljesülnek a várható hasznossági függvény konstrukciójához szükséges axiómák, akkor biztosan egymással párhuzamos egyenesek;
   c) csak akkor lesznek egymással párhuzamosak, ha a várható hasznossági függvény létezéséhez szükséges axiómákon kívül további feltétel is teljesül a fogyasztói választásra;
   d) a függetlenségi axióma teljesülése esetén nem lesznek párhuzamosak egymással.
9. Tekintsünk két összetett lutrit. Az egyik az L_1 lutri konvex lineáris kombinációja az L_3 lutrival, a másik az L_2 lutri konvex lineáris kombinációja az L_3 lutrival. Az L_3 lutri együtthatója mindkét összetett lutriban azonos. Amennyiben az L_1 lutri jobb, mint az L_2 lutri, akkor a függetlenségi axióma értelmében az az összetett lutri, amelyben az L_1 szerepel
   a) csak akkor jobb a másik összetett lutrinál, ha az L_3 nem jobb sem az L_1 sem az L_2 lutrinál;
   b) mindenképpen jobb a másik összetett lutrinál;
   c) rosszabb, mint a másik összetett lutri;
   d) a másik összetett lutri értékétől függetlenül, jobb, rosszabb és ugyanolyan is lehet a fogyasztó számára.
10. Tekintsük a következő biztos kimeneteket: 1. díj: 2 500 000 Ft, 2. díj: 500 000 Ft 3. díj: nincs nyeremény. Az Allais-paradoxon esete áll fenn, ha a fenti eseményekkel kifejezett $L_1 = (0; 1; 0)$ és $L_1' = (0{,}1; 0{,}89; 0{,}01)$, valamint $L_2 = (0; 0{,}11; 0{,}89)$ és $L_2' = (0{,}1; 0; 0{,}9)$ vonatkozásában egy fogyasztó döntése
   a) $L_1 \succ L_1'$ és $L_2 \succ L_2'$;
   b) $L_1' \succ L_1$ és $L_2' \succ L_2$;
   c) $L_1 \succ L_1'$ és $L_2' \succ L_2$.
   d) Az Allais-paradoxon nem vonatkozhat a fenti szituáció megítélésére.

11. Indukált preferenciák esetén a várható hasznossági függvénnyel történő értékelés
    a) félrevezető, mert figyelmen kívül hagy valamilyen releváns körülményt, és emiatt nem teljesül a függetlenségi axióma;
    b) minden esetben jól modellezi a fogyasztói választást;
    c) mindig a fogyasztó tényleges értékítéletével ellentétes eredményre vezet;
    d) lehetővé teszi, hogy bizonyos előre nem látható fogyasztói döntések után is a várható hasznossági függvénnyel jellemezzük a fogyasztói viselkedést.
12. Lilla jövedelme 30% eséllyel 9 egység és 70% eséllyel 4 egység. Hasznossági függvénye $u(y) = \sqrt{y}$. Mekkora az a kockázatmentes jövedelem, amely közömbös számára jelenlegi keresetével?
    a) 2,3
    b) 5,5
    c) 5,29
    d) $\sqrt{2{,}3}$
13. Egy döntéshozó hasznossági függvénye $u(y) = \sqrt{y}$. Lehetősége van egy kockázatos aktívába fektetni a pénzét. Ha befektet az aktívába, akkor a vagyona p valószínűséggel y_1, $1-p$ valószínűséggel y_2 lesz. Mekkora az a kockázatmentes összeg, amely számára közömbös ezzel a kockázatos aktívába történő befektetéssel?
    a) $py_1 + (1-p)y_2$
    b) $\sqrt{py_1 + (1-p)y_2}$
    c) $p\sqrt{y_1} + (1-p)\sqrt{y_2}$
    d) $\left(p\sqrt{y_1} + (1-p)\sqrt{y_2}\right)^2$
14. Bianka naponta egy magánórát ad, amivel alkalmanként 3600 forintot keres. Az órára busszal utazik, hazafelé inkább sétál, így csak az odaútra kell megvennie a jegyet. Ha jegy nélkül utazik, 25% az esélye annak, hogy ellenőrrel találkozik, és 2000 forintos büntetést fizet. Hasznossági függvénye: $u(w) = \sqrt{w}$. Legfeljebb mennyit hajlandó Bianka egy buszjegyért fizetni?
    a) 400 forintot
    b) 500 forintot
    c) 575 forintot
    d) 2000 forintot
    e) Semennyit, bármilyen jegyár mellett potyázni fog.
15. János 5 forintban fogad. Ha nyer, akkor a tét kétszeresét kapja vissza. Ha nem nyer, akkor elveszti a tétet. A fogadás előtt 20 forintja volt. Hasznossági függvénye $u(w) = w^2$. Legalább mekkora esélyt tulajdonít János annak, hogy nyer?
    a) 6/16
    b) 7/16
    c) 8/16
    d) 9/16

16. Egy döntéshozó hasznossági függvénye $u(y) = y^2$. Lehetősége van egy kockázatos aktívába fektetni a pénzét. Ha befektet az aktívába, akkor a vagyona p valószínűséggel y_1, $1 - p$ valószínűséggel y_2 lesz. Mekkora az a kockázatmentes összeg, amely számára közömbös ezzel a kockázatos aktívába történő befektetéssel?
    a) $py_1 + (1-p)y_2$
    b) $\sqrt{py_1^2 + (1-p)y_2^2}$
    c) $py_1^2 + (1-p)y_2^2$
    d) $py_1 + (1-p)y_2$
17. Ha egy befektető rendelkezik X cég részvényeivel, kockázatát akkor csökkentheti a legjobban Y cég részvényeinek vásárlásával, ha
    a) a két részvény hozama negatívan korrelál;
    b) a két részvény hozama független egymástól;
    c) a két részvény hozama pozitívan korrelál;
    d) újabb részvény megvásárlása mindig növeli a kockázatot.
18. Balázs jelenlegi munkahelyén minden hónapban 150 ezer forintot keres. A különböző nagyságú havi jövedelmek melletti hasznosságát az alábbi táblázat mutatja.

jövedelem	90 000	110 000	130 000	150 000	170 000	190 000	210 000
hasznosság	27	39	49	57	66	75	83

    Balázsnak lehetősége van arra, hogy jelenlegi munkahelyét otthagyva ügynöki munkát vállaljon. Ügynökként minden hónapban 0,3 valószínűséggel 210 ezer forintot és 0,7 valószínűséggel 110 ezret keresne. Ha ugyanannyit keresne, akkor Balázs a két állást egyformán jónak ítélné. Állást változtate Balázs?
    a) igen
    b) nem
    c) Közömbös számára, hogy melyik munkahelyen dolgozik.
    d) A rendelkezésre álló adatok alapján ez nem dönthető el.
19. Tekintsük a következő négy lutrit: $L_1 = (4; 1)$, $L_2 = (20, 4, 0; \frac{1}{10}, \frac{89}{100}, \frac{1}{100})$, $L_3 = (4, 0; \frac{11}{100}, \frac{89}{100})$, $L_4 = (20, 0; \frac{1}{10}, \frac{9}{10})$. Az alkalmazott jelölés: (kimenet$_1$, ..., kimenet$_n$; 1. kimenet valószínűsége, ..., n-edik kimenet valószínűsége). Egy, a várható hasznosságát maximalizáló döntéshozó preferenciáiról tudjuk, hogy $L_1 \succ L_2$. Ekkor L_3 és L_4 között milyen reláció áll fenn?
    a) $L_3 \succ L_4$
    b) $L_3 \prec L_4$
    c) $L_3 \sim L_4$
    d) Preferenciarendezéstől függően $L_3 \succ L_4$, $L_3 \prec L_4$ és $L_3 \sim L_4$ is igaz lehet.

20. Vince jelenleg nem rendelkezik vagyonnal, de lehetősége van résztvenni egy szerencsejátékban, amelynek révén vagyona 0,2 valószínűséggel 2500, illetve 0,3 valószínűséggel 1600 és 0,5 valószínűséggel 400 forint lesz. Mennyiért hajlandó lemondani a játékban való részvételi jogáról, ha a hasznossági függvénye $u(w, m) = \sqrt{w}$, ahol w a vagyona?
    a) 32 forintért
    b) 1024 forintért
    c) 1180 forintért
    d) 1500 forintért

21. Tekintsük a következő lutrikat: $L_1 = (50, 100; 1/2, 1/2)$, $L_2 = (0, x; 1/2, 1/2)$. Egy döntéshozó Neumann–Morgenstern hasznossági függvénye $u(w) = w^\varphi$, ahol $0 < \varphi < 1$. Az x paraméter mely értéke esetén lesz a döntéshozó számára közömbös ez a két lutri?
    a) 150
    b) $\sqrt[\varphi]{50^\varphi + 100^\varphi}$
    c) $\frac{50^\varphi + 100^\varphi}{2}$
    d) $50^\varphi + 100^\varphi$

22. Flórának jelenleg 625 petákja van és ebből idén már nem akar költeni. A teljes összeget befektetheti egy részvénybe, amit jövőre 1/2 valószínűséggel 400 és 1/2 valószínűséggel 900 petákért tud eladni. Neumann–Morgenstern hasznossági függvénye $u(y) = \sqrt{y}$. Hogyan dönt Flóra, ha a kamatláb zérus?
    a) Készpénzben tartja a 625 petákját, mert kockázatkerülő.
    b) Közömbös számára, hogy befekteti-e a pénzt.
    c) Befekteti a pénzt, mert akkor várható értékben több pénze lesz jövőre.
    d) A rendelkezésre álló információk alapján nem lehet megválaszolni a kérdést.

23. Bélának jelenleg 10 batkája van, és ebből idén már nem akar költeni. A teljes összeget befektetheti egy részvénybe, amit jövőre 1/2 valószínűséggel 7 és 1/2 valószínűséggel 12,5 batkáért tud eladni. Neumann–Morgenstern hasznossági függvénye $u(y) = y^2$. Hogyan dönt Béla, ha a kamatláb zérus?
    a) Nem fektet be, mert akkor várható értékben több pénze lesz jövőre.
    b) Közömbös számára, hogy befekteti-e a pénzt.
    c) Befekteti a pénzt, habár ezáltal várható értékben kevesebb pénze lesz jövőre.
    d) A rendelkezésre álló információk alapján nem lehet megválaszolni a kérdést.

24. Laura egy futam eredményére 20 000 forintban fogad a lóversenypályán. Ha a kedvenc lova nyer, akkor a tét kétszeresét kapja vissza. Ha a lova nem nyer, akkor Laura elveszti a tétet. A fogadás előtt 100 000 forintja volt. Hasznossági függvénye $u(w) = \ln w$. Legalább mekkora esélyt tulajdonít Laura annak, hogy a kedvenc lova nyer?
    a) $\frac{\ln 5 - \ln 4}{\ln 3 - \ln 2}$
    b) 0,5
    c) $\frac{\ln 6 - \ln 5}{\ln 3 - \ln 2}$
    d) 0,75

25. Bálint gazda arról dönt, hogy kukoricát, cukorrépát vagy rizst termeljen a következő évben a földjén. A jövő év 0,5 valószínűséggel csapadékos, 0,5 valószínűséggel aszályos lesz. Az időjárástól és a termesztett növénytől függően az éves jövedelme a következőképpen alakul:

	csapadékos év	*aszályos év*
kukorica	3 000 000	1 800 000
cukorrépa	1 200 000	3 400 000
rizs	3 800 000	1 000 000

Bálint gazda hasznossági függvénye $u(w) = \ln w$. Mit termeljen Bálint gazda, ha csak egyféle terményt választhat?
a) kukoricát
b) cukorrépát
c) rizst
d) kukoricát vagy rizst

26. A jövő nyár divatszíne a zöld vagy a kék lesz: mindkét kimenetnek 50 százalékos az esélye. Egy ruhabolt vezetőjének - aki természetesen annál boldogabb, minél nagyobb a jövedelme - most kell leadnia a jövő évi rendeléseit. A divatos színű pólókon 2000 Ft haszna van a boltosnak, a kevésbé divatos színű pólókon 1000 Ft haszna. Ha kockázatkerülő, akkor
a) csak kék pólókat rendel.
b) csak zöld pólókat rendel
c) fele-fele arányban rendel zöld és kék pólókat
d) rendelését csak hasznossági függvénye ismeretében lehetne megállapítani.

27. Négy döntéshozó Neumann–Morgenstern-féle hasznossági függvénye $w > 0$ esetén: $u_A(w) = -1/w$, $u_B(w) = w^2$, $u_C(w) = 2w$, $u_D(w) = \sqrt{w}$. Tekintsük a következő két lutrit: $L_1 = (1,49; 1/2, 1/2)$, $L_2 = (9,36; 1/2, 1/2)$. Mely döntéshozók preferálják az L_1 lutrit az L_2-vel szemben?
a) B, C
b) B, D
c) A, C
d) A, C, D

28. Hat döntéshozó Neumann–Morgenstern hasznossági függvényei a következők: $u_A(w) = -1/w$, $u_B(w) = w^2$, $u_C(w) = 2w$, $u_D(w) = \sqrt{w}$, $u_E(w) = -e^{-2w}$, $u_F(w) = e^{\ln 2w}$. A döntéshozók közül kockázatkerülő
a) A, D;
b) A, D, E;
c) A, D, F;
d) A, D, E, F.

29. Ha valaki biztosítást és lottót is vásárol, akkor
a) biztosan kockázatsemleges;
b) biztosan kockázatkerülő;
c) biztosan közömbös a kockázattal szemben.
d) Egyik fenti válasz se helyes.

30. Fricinek jelenleg 10 000 forintja van. Lehetősége van olyan fogadást kötni, amit 70%-os eséllyel megnyer. Ha megnyeri a fogadást, akkor 15 000 forintja lesz, ha veszít, akkor csak 5000 forinttal fog rendelkezni. Válasszuk ki az alábbi állítások közül az igazat!
    a) Ha Frici kockázatkerülő, akkor nem fogad.
    b) Ha kockázatsemleges, akkor közömbös számára, hogy fogad-e.
    c) Ha kockázatkerülő, akkor a rendelkezésre álló adatok alapján nem lehet megmondani, hogy fogad-e. Ha pedig kockázatkedvelő vagy kockázatsemleges, akkor biztosan fogad.
    d) Ha kockázatkerülő vagy kockázatsemleges, akkor a rendelkezésre álló adatok alapján nem lehet megmondani, hogy fogad-e. Ha pedig kockázatkedvelő, akkor biztosan fogad.
31. Ha valaki kockázatkerülő, akkor
    a) minden kockázatot bármi áron elkerül;
    b) nem vásárol biztosítást;
    c) csak aktuáriusan méltányos áron vásárol biztosítást;
    d) az aktuáriusan méltányos árnál magasabb árat is hajlandó fizetni a biztosításért.
32. A kockázatkedvelő fogyasztó
    a) számára a játék várható értékének haszna nagyobb, mint a játék várható hasznossága;
    b) számára a játék várható értékének haszna kisebb, mint a játék várható hasznossága;
    c) számára a játék várható értékének haszna megegyezik a játék várható hasznosságával;
    d) hasznossági függvénye konkáv.
33. A kockázatsemleges fogyasztó hasznossági függvénye
    a) szigorúan konvex;
    b) szigorúan konkáv;
    c) a vagyonban csökkenő;
    d) lineáris.
34. Ha a fogyasztó kockázat melletti döntése során vagyonának várható értéket maximalizálja, akkor
    a) kockázatkerülő;
    b) kockázatsemleges;
    c) kockázatkedvelő.
    d) Nem lehet megállapítani.
35. Egyik fogyasztó globálisan kockázatkerülőbb, mint a másik, ha
    a) lokális kockázatkerülési mutatója mindenütt magasabb;
    b) ha várható hasznossági függvénye a másiknak monoton konkáv transzformációja;
    c) ha kockázati prémiuma mindig magasabb.
    d) Mindhárom fenti válasz igaz.

36. A kockázatkerülés Arrow–Pratt-féle abszolút mutatója, ha a fogyasztó hasznosságát az $u(x)$ kétszer differenciálható hasznossági függvény jelzi
    a) $-\frac{u'(x)}{u''(x)}$;
    b) $-\frac{u''(x)}{u'(x)}$;
    c) $-u''(x)u'(x)$;
    d) $-\frac{1}{u''(x)u'(x)}$.
37. A kockázatkerülés relatív mutatója, ha a fogyasztó hasznosságát az $u(x)$ kétszer differenciálható hasznossági függvény jelzi, a kockázatkerülés Arrow–Pratt-féle abszolút mutatója pedig $r_A(x)$
    a) $r_R(x,u) = -u''(x) \cdot r_A(x)$;
    b) $r_R(x,u) = -u\prime(x) \cdot r_A(x)$;
    c) $r_R(x,u) = -x \cdot r_A(x)$;
    d) $r_R(x,u) = x \cdot r_A(x)$.
38. Tegyük fel, hogy a fogyasztó jelenlegi vagyona 100. Melyik hasznossági függvény mellett a legmagasabb a kockázatkerülés mértéke?
    a) $u(x) = x$
    b) $u(x) = x^2$
    c) $u(x) = \sqrt{x}$
    d) $u(x) = \ln x$
39. Egy bizonyos fogyasztó hasznossági függvénye a következő: $u(c_1, c_2, p) = c_1^p c_2^{1-p}$, ahol az első természeti állapotban c_1, a másodikban c_2 a vagyona, és az első állapot bekövetkezésének valószínűsége p. Ekkor a fogyasztó
    a) kockázatkerülő;
    b) kockázatsemleges;
    c) kockázatkedvelő.
    d) Nem lehet meghatározni.
40. Ha egy játék várható értéke negatív, akkor kompenzáció nélkül
    a) senki nem hajlandó részt venni benne;
    b) csak a kockázatkerülők vesznek részt benne;
    c) csak a kockázatsemlegesek vesznek részt benne;
    d) legfeljebb egyes kockázatkedvelő játékosok vesznek részt benne.
41. Ha a pénz határhaszna egy egyén számára szigorúan monoton csökkenő, akkor
    a) csak pozitív várható összegű szerencsejátékokban vesz részt;
    b) egy szerencsejáték nyereményének pozitív várható értékét szívesebben elfogadja, mintsem részt vesz magában a játékban;
    c) kockázatkerülő.
    d) Az összes fenti válasz helyes.

42. Jóska vagyona 100 000 Ft. A bűnügyi statisztikák alapján 10 százalék annak az esélye, hogy kirabolják (ekkor elveszti minden pénzét). Amikor barátja megkérdezte, hogy nem akar-e teljes biztosítást kötni ez ellen, azt mondta, hogy igen, de 10 000 Ft-nál nem fizetne többet érte. Tudjuk, hogy Jóska kockázattal szembeni viselkedése minden jövedelmi szint esetén azonos. Ennek alapján Jóska
    a) kockázatkerülő;
    b) irracionális;
    c) kockázatkedvelő;
    d) kockázatsemleges.

43. Helena pólóboltot nyit, ahol 75 százalék valószínűséggel havi 200 ezer forintot, 25 százalék valószínűséggel pedig havi egymillió forintot keres. Tudjuk, hogy elutasította Tamás javaslatát, hogy a bombagyárban dolgozzon, ahol havi 450 ezer forintot kereshetne. Megállapíthatjuk, hogy Helena
    a) kockázatkedvelő;
    b) kockázatsemleges;
    c) lehet kockázatsemleges vagy kockázatkedvelő is;
    d) kockázatkerülő.

44. Hat döntéshozó Neumann–Morgenstern hasznossági függvényei a következők: $u_A(w) = -1/w$, $u_B(w) = w^2$, $u_C(w) = 2w$, $u_D(w) = \sqrt{w}$, $u_E(w) = -e^{-2w}$, $u_F(w) = e^{\ln 2w}$. A döntéshozók közül kockázatkedvelő
    a) B;
    b) B, E;
    c) B, E, F;
    d) E, F.

45. Hat döntéshozó Neumann–Morgenstern hasznossági függvényei a következők: $u_A(w) = -1/w$, $u_B(w) = w^2$, $u_C(w) = 2w$, $u_D(w) = \sqrt{w}$, $u_E(w) = -e^{-2w}$, $u_F(w) = e^{\lg 2w}$. A döntéshozók közül kockázatsemleges
    a) C;
    b) C, F;
    c) C, E, F;
    d) F.

46. Tekintsük a következő két lutrit: $L_1 = (100, w; 1/2, 1/2)$, $L_2 = (60; 1)$. Válasszuk ki az alábbi állítások közül az igazat!
    a) Egy kockázatkerülő döntéshozó L_2-t részesíti előnyben L_1-gyel szemben, ha $w < 20$.
    b) Ha egy kockázatkedvelő döntéshozó a két lutri közül L_1-et részesíti előnyben, akkor biztosan teljesül a $w > 20$ reláció.
    c) Ha $w = 31$ esetén egy döntéshozó a két lutri közül L_1-et választja, akkor biztosan nem kockázatsemleges.
    d) Ha egy döntéshozó a két lutri közül L_2-t választja, akkor biztosan nem kockázatkerülő.

47. Az állapottérben jelezze a vízszintes tengely a jó eset, a függőleges tengely a rossz eset melletti vagyont. A kár ellen lehet védekezni, de nem minden fogyasztó teszi ezt meg. Két típusú fogyasztó létezik: óvatos és vakmerő. A két fogyasztó vagyonon értelmezett hasznossági függvénye aznos. Az óvatos fogyasztó esetében a kár kisebb valószínűséggel következik be. Ugyanazon állapottérben ábrázolva a két tipikus fogyasztó egy-egy állapottér közömbösségi görbéjét, a közös pont az A. Az óvatos fogyasztó közömbösségi görbéjének abszolút értékben vett meredeksége A-ban
    a) nagyobb, mint a vakmerő fogyasztóé;
    b) kisebb, mint a vakmerő fogyasztóé;
    c) ugyanolyan mint a vakmerő fogyasztóé;
    d) bármelyik fenti eset előfordulhat.
48. Aktuáriusan méltányos biztosítás esetén a kockázatkerülő fogyasztó egy olyan pontot választ az állapottérben, ahol
    a) jó esetben több a vagyona;
    b) jó és rossz esetben is azonos a vagyona;
    c) rossz esetben több a vagyona.
    d) Csak további információk alapján lehet eldönteni, hogy milyen pontot választ.

3.2. Számítási feladatok

1. Tegyük fel, hogy egy döntéshozó A, B, C és D kimenetekre vonatkozó preferenciarendezése a következő: $A \prec B \prec C \prec D$. Számára közömbös az $(A, D; 1/2, 1/2)$ lutri, és a biztosan bekövetkező B kimenet. Azt is tudjuk, hogy számára közömbös a $(B, D; 2/3, 1/3)$ lutri, és a biztosan bekövetkező C kimenet. Rendeljünk olyan Neumann–Morgenstern hasznossági értékeket a kimenetekhez, amelyek megfelelnek a leírtaknak!
2. Az alábbi táblázat az X, X' és X'' kimenetre vonatkozóan tartalmazza két különböző hasznossági függvény szerinti értékeket

	1. hasznossági függvény: $U(X)$	*2. hasznossági függvény:* $V(X)$
X *hasznossági értéke*	10	14
X' *hasznossági értéke*	7	8
X'' *hasznossági értéke*	4	6

    a) Milyen preferencia-sorrendet mutat az $U(x)$, és milyet a $V(x)$ hasznossági függvény szerint történő értékelés?
    b) Melyik hasznossági függvény esetén közömbös a fogyasztó számára a 0,5 valószínűséggel megvalósuló X kimenet, illetve a 0,5 valószínűséggel megvalósuló X'' kimenet, valamint a biztosan megvalósuló X' kimenet?
    c) Az a) részre adott választ is figyelembe véve értékelje a b) részre adott választ. A várható hasznossági függvény mely tulajdonságát illusztrálja a két válasz összevetése?

3. Önként jelentkező kísérleti alanyoknak a következő kérdést tették fel. Melyik lutrit fogadnák el szívesebben (és a lutrit valóban fel is kínálták nekik): az alább leírt A-t, vagy B-t. Az A lutrival 0,8 valószínűséggel nyerhetnek 8 ezer Ft-ot, azonban 0,2 valószínűséggel zérus a nyeremény. A B lutrival biztosan kapnak 6 ezer Ft-ot. Egy hónap múlva ugyanezeket a kísérleti alanyokat ismét behívták, és most a következő kérdést tették nekik fel. Melyik lutrit fogadnák el szívesebben (és a lutrit valóban fel is kínálták nekik): az alább leírt C-t, vagy D-t. A C lutrival 8 ezer Ft-ot nyerhetnek 0,2 valószínűséggel, és semmit se kapnak 0,8 valószínűséggel. A D lutrival 6 ezer Ft-ot nyerhetnek 0,25 valószínűséggel, és semmit se kapnak 0,75 valószínűséggel. (Feltételezzük, hogy a kísérleti személyek preferenciái az eltelt idő alatt nem változtak meg.) Az első alkalommal a B lutrit, a másodiknál a C lutrit választotta a kísérleti alanyok többsége. Konzisztens volt-e a kísérleti alanyok döntése a várható hasznossági függvény által meghatározható értékekkel? (Tegyük fel, hogy a kísérlet során elért hasznossági helyzetüket egyébként rendelkezésükre álló vagyonuktól függetlenül értékelték.)
4. Önként jelentkező kísérleti személyeknek két urnát mutattak. Mindkettőben összesen 80–80 golyó volt, valamennyi fehér és kék. Megmondták, hogy az első urnában a fehér és kék golyók aránya 1:1, de a másodikra vonatkozóan csak annyit árultak el, hogy abban biztosan van fehér golyó is meg kék golyó is. Külön-külön fogadást ajánlottak arra, hogy az első urából kihúzott golyó fehér, majd arra, hogy a második urnából kihúzott golyó fehér. Aki megnyerte a fogadást, az kapott 10 ezer Ft-ot, de mindenki csak az egyik urnára vonatkozó fogadásban vehetett részt. Megkérdezték, hogy melyik fogadásra vállalkoznának szívesebben. A kísérleti személyek döntő többsége az első urnára vonatkozó fogadást választotta. Egy hónap múlva újra behívták ugyanezeket a személyeket, és megkérdezték tőlük, hogy – találat esetén szintén 10 ezer Ft jutalomért –, hasonló módon mint korábban, melyik urnát választanák, ha a kék golyóra kell fogadniuk. (Feltételezzük, hogy a kísérleti személyek preferenciái az eltelt idő alatt nem változtak meg.) A kísérleti alanyok többsége most is az első urnát választotta. Konzisztens volt-e a kísérleti alanyok döntése a várható hasznossági függvény által meghatározható értékekkel? (Tegyük fel, hogy a kísérlet során elért hasznossági helyzetüket egyébként rendelkezésükre álló vagyonuktól függetlenül értékelték.)
5. Bernoulli 1732-ben konstruált játékának ötletét feldolgozva, 198 ezer Ft vagyonnal rendelkező, önként jelentkező kísérleti alanyoknak a következő játéklehetőséget ajánlották fel. Egy érmét dobtak fel újra és újra, egész addig, amíg először nem esett úgy le, hogy az írás volt felül. Ha ez az első feldobásnál történt, a játékos 4 ezer Ft-ot kapott, és a játék befejeződött; ha a második feldobásnál került felülre az írás, akkor 8 ezer Ft-ot kapott, és befejeződött a játék; ha a harmadiknál, akkor 16 ezer Ft volt a nyereség, és így tovább. A játékosoknak egy számértékkel kellett jellemezniük az egyes helyzetek hasznosságát, úgy, hogy a számukra előnyösebb helyzethez nagyobb számértéket kellett rendelniük. Az egyik játékos a következő értékekkel töltötte ki a táblázatot:

Vagyon (ezer Ft)	*Hasznosság*	*Vagyon (ezer Ft)*	*Hasznosság*
192	195	199	199,6325
193	195,7905	200	200
194	196,55	201	200,306
195	197,2895	202	200,6
196	198	203	200,804
197	198,6375	204	201
198	199,25	205 és több	201

a) Mekkora a játék várható pénzbeli kifizetése?
b) Ezerrel osztható ár esetén maximum mennyit hajlandó fizetni a szóban forgó kísérleti alany a játékért?
c) Értelmezze az a) és b) részre adott választ!

6. Adjon meg olyan hasznossági függvényt, amelyre a kockázatkerülés Arrow–Pratt-féle abszolút mutatója konstans!

7. Számítsuk ki az $U(x) = -e^{-ax}$ hasznossági függvény relatív kockázatkerülési értékét az x helyen.

8. Az Egyetem megelégelte a hallgatók puskázását, és a korábbinál komolyabb büntetést kíván életbe léptetni. A legjobban a hallgatók távközlési eszközökkel történő puskázását kívánják megtorolni. Ezt azonban nagyon nehéz leleplezni, megfelelő műszeres eszköz szükséges hozzá. Ha valakit lelepleznek, akkor automatikusan elégtelen jegyet kap a vizsgán, és ismétlő vizsgát kell tennie. Az ismétlő vizsga 10 ezer forintba kerül. Két tervet fontolgatnak. a) terv: felemelik az ismétlő vizsgadíját 20 ezer Ft-ra, és nem vesznek újabb műszert a puskázás leleplezésére; b) terv: változatlan vizsgadíj mellett újabb műszert vesznek a puskázás leleplezésére, és ezáltal kétszer olyan valószínűvé válik, hogy a távközlési eszközzel puskázó hallgatókat elkapják. Tudjuk, hogy a hallgatók, beleértve a távközlési eszközzel puskázókat is, kockázatkerülők, hasznossági helyzetüket csak a vagyonuk határozza meg. Az ismétlő vizsgára mindenki felkészül, és sikeresen veszi az akadályokat. Melyik intézkedésterv szorítaná vissza jobban a hallgatók távközlési eszközzel történő puskázását? Feltételezzük, hogy a hallgatók a rendelkezésükre álló pénzből mind a 10, mind a 20 ezer Ft-os ismétlő vizsga díját ki tudják fizetni.

9. Egy fogyasztó különböző vagyoni helyzetéhez tartozó preferenciáit állapottér-közömbösségi térképen reprezentáljuk. Az állapottér koordinátarendszerének vízszintes tengelye a lopás nélküli helyzet vagyonát jelzi, a függőleges tengely pedig az elszenvedett lopás melletti vagyont. Tekintsünk egy másik fogyasztót is, aki a már kiválasztott fogyasztónkkal azonos körülmények közt él, vagyonon értelmezett hasznossági függvénye teljesen azonos a másik fogyasztóéval. Ábrázoljuk mindkettejük állapottér-közömbösségi görbéit ugyanabban a koordinátarendszerben! Egyikük komoly biztonsági berendezésekkel igyekszik megakadályozni, hogy lakását kirabolják. Másikuk nem szerel fel semmifajta különleges védelmi berendezést. Válasszuk ki

az állapottér egy tetszőleges belső pontját, és tekintsük mindkét fogyasztó ezen a ponton átmenő állapottér-közömbösségi görbéjét. Melyikük helyettesítési határrátájának nagyobb az abszolút értéke?

10. Öt döntéshozó Neumann–Morgenstern hasznossági függvényei a $w > 0$ értékekre a következők: $u_A(w) = -1/w$, $u_B(w) = w^2$, $u_C(w) = 2w$, $u_D(w) = \sqrt{w}$, $u_E(w) = -e^{-2w}$. Tekintsük a következő két lutrit: $L_1 = (10, 30; 1/2, 1/2)$, $L_2 = (5, 20, 40; 1/2, 1/3, 1/6)$.
    a) Számítsuk ki minden döntéshozó esetén a két lutri biztos ekvivalensét!
    b) Mely döntéshozók választják az L_1 lutrit az L_2 lutrival szemben?
11. Egy cégnek benyújtanak egy projekttervet. A projekt siker esetén 20 millió Ft hasznot hoz, ha nem sikerül, akkor viszont a cég 5 millió Ft veszteséget szenved el. Nem ismerjük a siker valószínűségét. Milyen döntést hozzon a cégvezető a maximin-kritérium alapján?
12. Egy cégnek benyújtanak egy projekttervet. A projekt siker esetén 20 millió Ft hasznot hoz, ha nem sikerül, akkor viszont 5 millió Ft a veszteség. Nem ismerjük a siker valószínűségét. Milyen döntést hozzon a cégvezető a minimális megbánás kritériuma alapján?
13. Bea bejáró: Pomáz és Pest közt ingázik. Ha HÉV-vel utazik, akkor 50 perc alatt ér be a munkahelyére. Ha gépkocsiba ül, akkor $\frac{1}{2}$ valószínűséggel 30 perc alatt megérkezik, viszont $\frac{1}{2}$ valószínűséggel dugóba kerül, ekkor pedig 1 óra alatt ér be.
    a) Ha Bea kockázatsemleges és csupán az utazás várható idejét akarja minimalizálni, melyik közlekedési eszközt választja?
    b) Ha az autóút költsége 500 Ft, és Bea 1 percnyi időt 50 Ft-ra értékel, legfeljebb mennyi pénzt hajlandó fizetni egy HÉV-jegyért, amennyiben az utazás pénzben kifejezett várható „áldozatát” kívánja minimalizálni?
14. Alfréd és Borbála nyugdíjasok. Különböző nyugdíjpénztártól kapják a nyugdíjukat. Mindketten havi 120 ezer forint nyugdíjat kapnak. Mindkét nyugdíjpénztár 10%-os eséllyel csődbe megy. Ha egy nyugdíjpénztár csődbe megy, az ügyfelei nem kapnak nyugdíjat. Alfréd Neumann–Morgenstern hasznossági függvénye $u_A(w_A) = \sqrt{w_A}$, Borbála Neumann–Morgenstern hasznossági függvénye $u_B(w_B) = \sqrt[3]{w_B}$.
    a) Számítsuk ki Alfréd várható hasznosságát!
    b) Számítsuk ki Borbála várható hasznosságát!
    c) Alfréd és Borbála megegyeznek, hogy ha valamelyikük nyugdíjpénztára csődbemegy, akkor a másikuk nyugdíját megfelezik egymás között. Számítsuk ki Alfréd és Borbála várható hasznosságát!
    d) Vizsgáljuk meg, hogy megéri-e mindkettejüknek belemenni a fenti egyezségbe!
15. Egy kockázatkerülő döntéshozó úgy döntött, hogy a $(w - a, w + b; p, 1 - p)$ lutrival szemben a $(w; 1)$ lutrit választja $(a, b > 0,\ a < 2b,\ 0 < p < 1)$. Hogyan dönt ez a döntéshozó, ha a $(w - 2a, w + 2b; p, 1 - p)$ és a $(w; 1)$ lutri közül kell választania?

16. Lutri Lajos preferenciái a következő Neumann–Morgenstern-hasznosságfüggvénnyel reprezentálhatóak: $u(x) = (x)^{0,5}$. Jelenleg Lajos 10 000 Ft-tal és egy sorsjeggyel rendelkezik. A sorsjeggyel $\frac{1}{10}$ esélye van, hogy 4400 Ft-ot nyerjen, egyébként a sorsjegy értéktelen. Mekkora összeget kellene legalább Lajosnak kapnia, hogy cserébe megváljon a sorsjegytől?
17. Mázlis Mária hasznosságfüggvénye $u(x) = \sqrt{x}$, ahol x a rendelkezésére álló pénz mennyisége. Jelenleg nincs pénze. A következő lutrit ajánlják neki: p valószínűséggel nyerhet 10 000 forintot és $(1 - p)$ valószínűséggel nem kap semmit. Milyen p érték mellett lenne közömbös a lutri és a biztos 6400 forintos kifizetés között?
18. Konfúz Károly a biztos 1000 forint és a 90 százalék eséllyel 1500 forintot, egyébként pedig semmit nem fizető lutri közül az elsőt választja. Amikor viszont arról kérdezték, hogy az 50 százalék eséllyel 1000 forintot, 50 százalék eséllyel nulla forintot fizető lutrit választja, vagy pedig a 45 százalék eséllyel 1500 forintot, 55 százalék eséllyel nulla forintot fizető lutrit, akkor az utóbbit választotta. Megfelel-e Károly döntése a várható hasznosság maximalizálásának? Miért?
19. Bizonytalan Botond előtt három pénzt rejtő aktatáska fekszik. Tudja, hogy az első aktatáskában 100 000 Ft van és azt is, hogy a három aktatáska összesen 300 000 Ft-ot rejt. Amikor megkérdezik, hogy az első vagy a harmadik aktatáskában levő pénzösszeget választaná-e, akkor az első aktatáskát választja. Amikor megkérdezik, hogy az első és a második aktatáskában rejlő összeget, vagy a második és harmadik táskában rejlő összeget (amelyről tehát biztosan tudja, hogy 200 000 Ft) választaná-e, akkor az utóbbi lehetőséget választja. Megfelel-e Botond döntése a várható hasznosság maximalizálásának? Miért?
20. Kaszinó Klára számára a krupié felajánlja, hogy biztosan kap 2000 Ft-ot, vagy pedig 1/5 valószínűséggel kap 10 000 Ft-ot. Klára a biztos 2000 Ft-ot választja. Egy következő alkalommal a krupié 10 000 Ft-ot ad Klárának, cserében viszont egy játékban kell résztvennie. A játékban vagy fizet 8000 Ft-ot és kiszáll, vagy pedig 4/5 valószínűséggel elveszti a teljes összeget. Klára az utóbbit választja. Megfelel-e Klára döntése a várható hasznosság maximalizálásának? Miért?
21. Egy egyszerű szerencsejáték szabályai a következők. Egy dobókockával kétszer egymás után dobunk. Ha mindkét dobás páros, akkor 200 forintot nyerünk. Ha mindkét dobás páratlan, 160 forintot veszítünk. Ha az első dobás páros és a második páratlan, akkor 110 forintot nyerünk, míg ha az első dobás páratlan és a második páros, akkor 90 forintot veszítünk.
    a) Mennyi a szerencsejáték várható értéke?
    b) Tegyük fel, hogy már belefogtunk a játékba, és az első dobás páros lett. Mennyi pénzért adnánk át a helyünket a játékasztalnál, ha kockázatsemlegesek vagyunk?

22. Marcell vagyona 100 000 forint. A következő hónapban 200 000 forintot tud keresni, ha nem betegszik meg. Sajnos 0,05 valószínűséggel beteg lesz és nem keres semmit. Betegbiztosítást köthet, ami 20 000 forintos biztosítási díj ellenében betegség esetén 100 000 forintot fizet. Marcell Neumann–Morgenstern hasznossági függvénye $u(y) = \sqrt{y}$. Megköti-e Marcell a betegbiztosítást?

23. Lajos vagyona 50 millió forint. Lehetősége van arra, hogy ezt a pénzt egy ásatásba fektesse, melynek célja Attila király kincsesládájának felkutatása. Szakértői vélemény szerint az ásatásra kiszemelt helyen 0,75 valószínűséggel nem találnak semmit. A szakértők szerint Attila kincseit 0,1 valószínűséggel találják meg, melynek értéke 900 millió forint. A szakértők 0,15-re becslik annak valószínűségét, hogy kevésbé értékes lelet kerül elő a föld alól, ami 225 millió forintot fog érni. Lajos várható hasznosságát maximalizálja.
    a) Számítsuk ki Lajos várható hasznosságát, ha vagyonát befekteti az ásatásba, és hasznossági függvénye $u(w) = w/1\ 000\ 000$! Megéri befektetnie az ásatásba?
    b) Számítsuk ki Lajos várható hasznosságát, ha vagyonát befekteti az ásatásba és hasznossági függvénye $u(w) = (w/1\ 000\ 000)^2$! Megéri befektetnie az ásatásba?
    c) Számítsuk ki Lajos várható hasznosságát, ha vagyonát befekteti az ásatásba és hasznossági függvénye $u(w) = \sqrt{w/1\ 000\ 000}$! Megéri befektetnie az ásatásba?

24. Zénó egy kvízműsorban utolsó döntését fogja meghozni. Választhat, hogy a műsorvezető által felajánlott 1 000 000 forintot viszi haza, vagy az asztalon levő három táska egyikének tartalmát. Az egyik táskában 2 250 000 forint, egy másikban 1 210 000 forint, a harmadikban 10 000 forint van. Ha Zénó nem kéri a műsorvezető egymillió forintját, akkor a három táska közül véletlenszerűen választ, mivel a három táska egyformán néz ki és zárva van.
    a) Várható értékben mennyi pénzzel megy haza Zénó, ha az egyik táskát viszi el?
    b) Hogyan döntene egy kockázatsemleges döntéshozó Zénó helyében?
    c) Hogyan dönt Zénó, ha hasznossági függvénye $u(y) = \sqrt{y/1\ 000\ 000}$, és Zénó vagyona a döntés meghozatala előtt 0?
    d) Mi az a legkisebb pénzösszeg, amit a műsorvezetőnek fel kell ajánlania ahhoz, hogy Zénó ne a táskát, hanem a pénzt válassza? (Hasznossági függvénye ugyanaz, mint a c) pontban.)

25. Viola vagyona 400 tallér. Fogadást kötött egy szabályos érme feldobásának eredményére. Ha a dobás eredménye fej, akkor kap 41 tallért. Ha írás jön ki, akkor veszít 39 tallért. Hasznossági függvénye $u(y) = \sqrt{y}$.
    a) Mennyi pénze lesz várható értékben?
    b) Mekkora a várható hasznossága?
    c) Mekkora a várható hasznossága, ha írás esetén 41 tallért veszít?
    d) Mennyit hajlandó fizetni azért, hogy visszaléphessen a fogadástól, ha írás esetén 41 tallért veszít?

26. Péter 240 000 forinttal rendelkezik. Úgy tervezi, hogy a közelgő Madár–Kokó bokszmeccsre fogadást köt. Azt találja, hogy 3000 Ft-ért olyan szelvényt tud vásárolni, ami 5000 forintot fizet, ha Madár nyer. Egy másik helyen olyan szelvényre bukkan, ami 5000 forintot fizet, ha Kokó nyer. Ezekből 2000 forintba kerül egy szelvény. Péter úgy véli, hogy bármelyik fél győzelmének 0,5 a valószínűsége. Péter kockázatkerülő, aki vagyona természetes alapú logaritmusának várható értékét maximalizálja. Hány, és milyen szelvényt vesz?

27. Totó Ottó kockázatkerülő. Vasárnap kedvenc csapata, a Bakony-csoportban focizó Padragkút a Csorna együttesét fogadja. Mivel Ottó minden nap lelkesen látogatja az aranylábú fiúk edzéseit, tájékozott a csapat formájával kapcsolatban. Szent meggyőződése, hogy $\frac{2}{3}$ valószínűséggel megnyerik a meccset, $\frac{1}{3}$ valószínűséggel viszont a vendégcsapat diadalmaskodik. Barátja, Buki Balázs fogadást ajánl neki. Ha X összeget tesz Padragkút győzelmére, akkor a fiúk győzelme $0,5X$ nyereséget jelent számára, a vendégek sikere viszont X veszteséget. De feltehet X összeget a csornaiak győzelmére is. Ekkor a vendégek által elrabolt három pont $2X$ összeggel teszi Ottót gazdagabbá, míg a hazai diadal után X-szel lesz könnyebb a pénztárcája. Melyik lehetőséget választja Ottó: Padragkútra fogad, Csornára fogad, vagy egyáltalán nem fogad?

28. Vizsga Viktória szigorlatra készül. 20 tételt kellene megtanulnia a vizsgára. Mivel remek jegyzetei vannak, egy tétel elsajátítása csupán 30 percet (azaz fél órát) vesz igénybe. Hasznossága $u = 100 - x^2$, ha olyan tételt húz, amit megtanult és $u = -x^2$, ha olyan tételt húz, amit nem tanult meg. Az x a tanulásra fordított órák számát jelöli. Ha bármelyik tétel kihúzásának ugyanannyi a valószínűsége, akkor hány tételt fog megtanulni Viktória?

29. Közepes Kálmán hármast kapott a mikroökonómia vizsgán. Ha javítóvizsgát tesz, akkor 20 százalék a valószínűsége, hogy egyest kap, 50 százalék valószínűséggel kap hármast, és 30 százalék valószínűséggel ötöst.
    a) Ha a hallgató hasznosságfüggvénye $u = \ln m$, ahol m a hallgató mikroökonómiából megszerzett jegye, megéri-e javítóvizsgát tenni?
    b) Ha a hallgató hasznosságfüggvénye $u = \sqrt{m}$, ahol m a hallgató mikroökonómiából megszerzett jegye, megéri-e javítóvizsgát tenni?

30. Gerzson vagyona 10 millió forint. Úgy gondolja, hogy 25 százalék az esélye annak, hogy egy villámcsapás tönkreteszi az elektromos berendezéseit, és ily módon 1 millió forintos kára keletkezik. Hasznossági függvénye $u(w) = \ln w$. Lehetősége van egy villámkár ellen védő berendezés felszereltetésére, amely a kár valószínűségét 0,1-re csökkenti. Ez a berendezés a beszerelési költséggel együtt 80 ezer forintba kerül.
    a) Megveszi Gerzson a villámcsapás ellen védő készüléket?
    b) Tegyük fel, hogy Gerzsonnak lehetősége van biztosítást kötni villámkárra. A biztosítás díja a kár várható értékének és a biztosító adminisztratív költségeit fedező 5000 forintnak az összegével egyenlő. Ezért a biztosítási díjért a káresemény bekövetkeztekor a biztosító egy összegben kifizeti a teljes kárt (vagyis a biztosítási díjat még le kell vonni

a kártérítésből). A biztosítótársaság 0,25 kárvalószínűséggel számol, akár van Gerzsonnak védőberendezése, akár nincs. Számítsuk ki, hogy megéri-e Gerzsonnak biztosítást kötnie, és megvásárolja-e a villámcsapás ellen védő berendezést!

c) Most tételezzük fel, hogy a biztosítás megkötésekor a biztosítótársaság 0,1 kárvalószínűséggel számol, ha Gerzson a biztosítás megkötésekor igazolja, hogy beszereltette a villámcsapás káros hatásai ellen védő berendezést. Ezt a berendezést utólag nem lehet kiszerelni és máshol üzembe helyezni. Ha Gerzson ilyen igazolást nem mutat be, akkor a kár valószínűségét 0,25-nak tekinti a társaság. Biztosítást köt-e ekkor Gerzson és beszerelteti-e a villámcsapástól védő készüléket?

31. Beatrix imád motorral száguldozni. Ha nem lépi túl a megengedett sebességet, akkor 0,1 valószínűséggel okoz balesetet. Sajnos gyorshajtás esetén annak valószínűsége, hogy balesetet okoz 0,25. Ha balesetet okoz, akkor 2 750 000 forintos kártérítést kell fizetnie. Ha nincs baleset, a vagyona 9 millió forint. Beatrix hasznossága, ha száguldozik $\sqrt{w}$, ha pedig megengedett sebességgel utazik, akkor $\sqrt{w - 500\ 000}$, ahol w a vagyona.

a) Mutassuk meg, hogy a várható hasznosságát maximalizáló Beatrix nem tartja be a sebességkorlátozást!

b) Ha Beatrix balesetet okoz és kiderül, hogy gyorsan hajtott, akkor a kártérítésen kívül büntetést is kell fizetnie. Határozzuk meg azt a legkisebb büntetést, amely mellett Beatrix nem hajt gyorsan!

32. Tibor vagyona a nyolcmillió forintot érő autójából és egymillió forint készpénzből áll. Az autót 0,4 valószínűséggel ellopják. Tibor biztosítást köthet lopáskárra. A biztosító 1 millió forintos biztosítási díj megfizetése esetén vállalja, hogy 2,5 millió forint kártérítést fizet (vagyis a biztosítási díjat még le kell vonni a kártérítésből), ha ellopják az autót. Tibor hasznossági függvénye $u(w) = \left(\frac{w}{1\ 000\ 000}\right)^2$.

a) Megköti-e a biztosítást Tibor?

b) Legalább mekkora kártérítést kellene fizetnie a biztosítónak a kár bekövetkezése esetén ahhoz, hogy Tibor hajlandó legyen kifizetni az egymillió forintos biztosítási díjat?

33. Béni egyetemi hallgató. Most 800 000 forintja van a bankban. Jelenleg nem fizet költségtérítést, így megélhetési költségeit fedezi a szüleitől rendszeresen kapott összeg. Ha rosszul sikerülnek a vizsgái, akkor a következő félévben költségtérítést kell fizetnie, aminek összege 400 000 forint lesz. A vizsgaidőszakban tanulhat szorgalmasan, vagy lehet lusta. Az e változó a tanulás során kifejtett erőfeszítését mutatja: $e = 1$, ha Béni szorgalmas, és $e = 0$, ha lusta. Béni hasznossága a bankban levő megtakarításától és a tanulásra fordított erőfeszítésétől a következő módon függ: $u(w, e) = \sqrt{w} - 4e$. Ha Béni a vizsgaidőszakban szorgalmas, akkor 1/5 valószínűséggel kell költségtérítést fizetnie a következő félévben. Ha lusta, akkor annak a valószínűsége, hogy költségtérítést fog fizetni 2/3. Derítsük ki, hogy Béni szorgalmasan fog-e tanulni a vizsgaidőszakban!

34. Frédi egyetemi hallgató. Most 800 000 forintja van a bankban. Jelenleg nem fizet költségtérítést, így megélhetési költségeit fedezi a szüleitől rendszeresen kapott összeg. Annak a valószínűsége, hogy rosszul sikerülnek a vizsgái 2/3, és ekkor a következő félévben költségtérítést kell fizetnie, aminek összege 400 000 forint lesz. Frédi hasznossága a bankban levő megtakarításától a következő módon függ: $u(w) = \sqrt{w}$. Egy biztosítótársaság felfigyelt az egyetemi tanulmányok során a diákok által elszenvedett kockázatokra, és biztosítást kínál a számukra. A biztosítás díja 150 000 forint, ezért az összegért a biztosító vállalja, hogy 300 000 forintot fizet ügyfelének, ha a rossz vizsgák miatt a következő félévben költségtérítést kell fizetni. Ha a hallgatónak nem kell költségtérítést fizetnie, akkor nem kap pénzt a biztosítótól.
    a) Megköti a biztosítást Frédi?
    b) Legalább mekkora kártérítést kell fizetnie a biztosítónak a rossz vizsgák esetén ahhoz, hogy Frédi megkösse a biztosítást?

35. Kutyaütő Kázmér egy másodosztályú futballcsapat, a Sintér FC játékosaként évi 3 millió Ft-ot keres. Sajnos foglalkozása nem veszélytelen: $\frac{1}{10}$ valószínűsége van annak, hogy a következő szezonban megsérül. Ebben az esetben felmerülő költségei (az egészségügyi kiadások, valamint az elmaradt prémiumok) 500 ezer Ft-ra rúgnak. A hasznosságfüggvénye az alábbi: $u(V) = \ln V$, ahol V a sportoló éves jövedelmét jelöli.
    a) Ha egy zéró profitot elérő biztosító ajánlana neki biztosítást, mekkora lenne a teljes biztosítás díja? Mennyi biztosítást vásárolna Kázmér?
    b) Ha a biztosító az előző részben kiszámoltnál 10 százalékkal drágább biztosítást ajánlana, mennyi biztosítást vásárolna Kázmér?

36. Tőzsde Tóni 100 darab részvényt vásárol. Pénzét a Fürdőruha Zrt. és az Esernyő Művek papírjaiba fekteti. A papírok hozama a nyári hónapok időjárásától függ. Ha kánikula lesz nyáron, a fürdőruharészvények hozama 1600 Ft lesz, az esernyőcég papírjaié 900 Ft. Ha azonban egész nyáron esni fog, a fürdőruharészvények csak 500 forintot hoznak a konyhára, míg az esernyőcég papírjai 2000 Ft hozamot biztosítanak. Tóni Neumann–Morgenstern hasznosságfüggvénye $u(v) = v^{0,5}$, ahol v a jövedelme, esetünkben a papírok hozama. Hogyan alakítsa ki portfólióját Tóni, ha az előrejelzések alapján ugyanolyan a valószínűsége az esős nyárnak és a kánikulának?

37. Bálint gazda arról dönt, hogy kukoricát vagy cukorrépát termeljen a következő évben a földjén. A jövő év 0,5 valószínűséggel csapadékos, 0,5 valószínűséggel aszályos lesz. Az időjárástól és a termesztett növénytől függően az éves jövedelme a következőképpen alakul:

	csapadékos év	*aszályos év*
kukorica	3 000 000	1 800 000
cukorrépa	1 200 000	3 400 000

Bálint gazda hasznossági függvénye $u(w) = \ln w$.

a) Mit termeljen Bálint gazda, ha csak egyféle terményt választhat?
b) Ha meg tudja osztani a birtokát a két termény között, a föld hányad részén termesszen kukoricát?
c) Bálint gazda most újra csak egyféle terménnyel ültetheti be a földet, de lehetősége van olyan biztosítást kötni, amely minden egyes forintnyi biztosítási díj után 2 forint kártérítést fizet aszály esetén, csapadékos évben pedig nem fizet a biztosító. A biztosítási díj összegét Bálint gazda tetszése szerint megválaszthatja. Milyen összegű biztosítási díjat fizessen, és mit ültessen?

38. Benedek gazda arról dönt, hogy kukoricát vagy cukorrépát termeljen a következő évben a földjén. A jövő év 0,5 valószínűséggel megfelelően csapadékos, 0,5 valószínűséggel aszályos lesz. Az időjárástól és a termesztett növénytől függően az éves jövedelme a következőképpen alakul:

	csapadékos év	*aszályos év*
kukorica	3 000 000	1 800 000
cukorrépa	1 200 000	3 400 000

Benedek gazda hasznossági függvénye $u(w) = \sqrt{w}$.
a) Mit termeljen Benedek gazda, ha csak egyféle terményt választhat?
b) Ha meg tudja osztani a birtokát a két termény között, a föld hányad részén termesszen kukoricát?
c) Tegyük fel, hogy Benedek birtokának felét kukoricával, másik felét cukorrépával ülteti be. Lehetősége van biztosítást kötni a kukoricatermésre. A biztosítási díj 20 000 forint. A biztosítás megkötése esetén a biztosító 40 000 forintot fizet Benedeknek aszály esetén, és nem fizet semmit, ha csapadékos az év. Megköti Benedek a biztosítást?

39. Agrár Aladárnak döntést kell hoznia arról, hogy jövőre csiperkét vagy gyapotot termeljen. Bevétele döntésén kívül az időjárástól is függ. Az időjárás függvényében jövő évi nettó bevétele, a két termék esetén a következőképpen alakul:

	Csiperke	*Gyapot*
Esős	700 000	200 000
Átlagos	600 000	600 000
Napsütéses	500 000	1 000 000

Az esős időjárás valószínűsége $\frac{1}{4}$, az átlagos időjárásé $\frac{1}{2}$, a napsütéses időjárásé $\frac{1}{4}$.
a) Mekkora a várható nettó bevétel az egyes termények esetében?
b) Tegyük fel, hogy Aladár a nettó bevételen kívül még 250 000 Ft agrártámogatást is kap jövőre. Tegyük fel továbbá, hogy hasznosságfüggvénye a következő: $u(J) = \sqrt{J}$, ahol J az éves jövedelme. Csiperkét vagy gyapotot fog Aladár termelni?

c) A falugazdász azt tanácsolja Aladárnak: lehet, hogy jobban jár, ha nem csak egyféle terménnyel próbálkozik. Ha Aladár földje h hányadán termel csiperkét, és $1-h$ hányadán gyapotot, akkor hogyan osztja meg termelését?

40. Kende w összegű vagyonát egy évre egy kockázatos és egy kockázatmentes aktívába fekteti. Minden egyes, a kockázatos aktívába fektetett forint egy év alatt 0,5 valószínűséggel megduplázódik. Szintén 0,5 annak a valószínűsége, hogy egy év múlva a kockázatos aktíva értéke az abba fektetett összeggel lesz egyenlő. A kockázatmentes aktíva a befektetett összegen felül 30 százalékos kamatot fizet egy év múlva.
   a) Tegyük fel, hogy Kende hasznossági függvénye $u(y) = -e^{-0,1y}$, ahol y Kende vagyona a következő évben. Vizsgáljuk meg, hogy a kockázatos aktívába fektetett összeg hogyan változik w növekedésével!
   b) Tegyük fel, hogy Kende hasznossági függvénye $u(y) = \ln y$. Vizsgáljuk meg, hogy a kockázatos aktívába fektetett összeg hogyan változik w növekedésével!

41. Vencel gazda gyümölcsösét 0,5 valószínűséggel k összegű jégkár éri jövőre. Ha nem veri el a jég a termést, akkor a gazda évi jövedelme m lesz. Vencel gazda az $u(w) = \ln w$ függvény várható értékét maximalizálja. Tegyük fel, hogy Vencel gazda biztosítást köthet jégkárra. A biztosítás ára p, azaz a gazda a káresemény bekövetkezésekor x összegű kártérítést kap a biztosítótól, ha a biztosítás megkötésekor px díjat fizet ($0 < p < 1$). Vezessük le a gazda biztosítás iránti keresleti függvényét!

42. Zita azon gondolkodik, hogy fogorvosnak tanuljon, vagy popénekesnői karriert építsen. Ha a fogorvosnak megy, akkor életpálya-jövedelme 500 peták lesz. Ha inkább popénekesnői karriert próbál meg befutni, akkor 0,1 valószínűséggel sikeres lesz, és életpályáján 2500 petákot keres, de 0,9 valószínűséggel nem fut be, és 400 peták lesz az életpálya-jövedelme. Zita az $u(y) = -\frac{1}{y}$ függvény várható értékét maximalizálja. Melyik pályát választja Zita?

43. Szorgos Szimonetta az egyetem mellett diákmunkákkal egészíti ki szerény ösztöndíját. Vállalhat kisegítő munkát az egyetemi könyvtárban havi 16 000 forintért, de próbálkozhat munkát keresni a diákmunka-szövetkezeten keresztül is. Itt azonban változó a kínálat: $\frac{1}{2}$ valószínűséggel olyan munkát talál, amely havi 9000 forintot fizet, $\frac{1}{2}$ valószínűséggel viszont olyat, ami 25 000 forintot. Szimonetta hasznosságfüggvénye a következő: $u(x) = \ln x$, ahol x Szimonetta havi keresete.
   a) Szimonetta a könyvtárban vállal munkát, vagy a diákszövetkezetet keresi fel?
   b) Barátnője, Dolgos Dóri, a következő hasznosságfüggvénnyel bír: $u(x) = \sqrt{x}$, ahol x Dóri havi keresete. Ő vajon hol keres munkát?
   c) Az a) és b) kérdésre adott válaszai alapján ki a kockázatkerülőbb, Szimonetta, vagy Dóri?

44. Egy friss közgazdászdiplomával rendelkező fiatal, Rizikós Richárd a jövőjén gondolkodik. Lehetősége van arra, hogy banki alkalmazott legyen: ekkor éves jövedelme biztosan 2,5 millió forint lesz. Indíthat saját vállalkozást is, ennek sikere azonban függ az üzleti környezettől is. Fellendülés esetén (aminek az esélye 50 százalék) 3,5 millió Ft-ot kereshet, ha azonban recesszió lesz (aminek szintén 50 százalék az esélye), akkor csupán 1,5 millió forintot tehet zsebre.
    a) Tegyük fel, hogy Richárd kockázatkerülő, hasznosságfüggvénye $U = J^{1/2}$, ahol J az éves jövedelme millió forintban. Melyik lehetőséget választaná Richárd?
    b) Ha nem merülne fel benne a banki munka lehetősége, és biztosan vállalkozást indítana, akkor mennyit fizetne egy olyan biztosításért, ami 2,5 milliós jövedelmet garantál minden esetben?
    c) Amikor a vállalkozás vagy a banki munka lehetőségét fontolgatja, akkor mennyit fizetne azért az információért, amiből biztosan megtudja, hogy a jövő évben fellendülés vagy recesszió következik?
    d) Most tegyük fel, hogy Richárd kockázatkedvelő, hasznosságfüggvénye $U = J^2$, ahol J most is az éves jövedelme millió forintban. Így melyik lehetőséget választaná?
    e) A d) esetet nézve, ha vállalkozást indítana, mennyit fizetne egy olyan biztosításért, ami 2,5 milliós jövedelmet garantál minden esetben?
    f) Szintén a d) esetben, mennyit fizetne azért az információért, amiből biztosan megtudja, hogy a jövő évben fellendülés vagy recesszió lesz?
    g) Most a kockázatsemlegességet tegyük fel Richárdról, hasznosságfüggvénye $U = J$, ahol J továbbra is az éves jövedelme millió forintban. Ekkor melyik lehetőséget választaná?
    h) Ha vállalkozást indítana, akkor a g) eset hasznossági függvénye mellett mennyit fizetne egy olyan biztosításért, ami 2,5 milliós jövedelmet garantál minden esetben?
    i) Szintén a g) eset hasznossági függvényét tekintve, mennyit fizetne azért az információért, amiből biztosan megtudja, hogy a jövő évben fellendülés, vagy recesszió lesz?

45. Egy vállalat fejvadászcégen keresztül keres egy új asszisztenst a vezérigazgató mellé. A fejvadászcég csak olyan jelölteket küld el az állásinterjúra, akik hajlandóak elfogadni az állást. A fejvadászcég 20 000 forintot kér a vállalattól minden egyes új jelöltért. Az állást kínáló vállalat az állásinterjú alapján pontértéket rendel a jelöltekhez. Ez a pontérték 0 és 100 között tetszőleges (nem feltétlenül egész) értéket vehet fel. A fejvadászcég adatbankjában fellelhető, az adott pozíció betöltésére alkalmas jelöltek megoszlása ezen az intervallumon egyenletes. Az állást kínáló vállalat számára 4000 forintot ér, ha adott jelölt pontszámához képest 1 ponttal nagyobb pontszámmal rendelkező munkatársat tud alkalmazni. Ha a fejvadászcég az adatbankjából véletlenszerűen választja ki az állásinterjúra elküldött jelöltet, akkor a vállalat milyen pontszámú jelölt után nem kér újabb jelöltet a fejvadászcégtől?

46. Nekeresd országban folyamatosan változtatják az oktatáspolitikát, beleértve a felsőoktatásit is. Szerencsére a fiatal emberek rendkívül rugalmasak, és hamar kitalálják a számukra optimális kurzusválasztási és kurzusabszolválási stratégiát. Okoska egy féléves Erasmus-képzésen szeretne részt venni Bergengóciában. Emiatt otthon halasztania kell egy évet, és fél, hogy ezáltal lemaradva évfolyamáról, az éppen aktuális új rendszerben már nem fogadják el korábbi teljesítményét. Nem szeretne egyik tárgyból se újra vizsgázni (különösen nem mikroökonómiából). Hasznosságfüggvénye: $U(a, b, M) = [30 + (2a)^3 - b]^{0,5} - M$, ahol $a = 0$ vagy 1, az Erasmus-félévek száma; b a hazajövetelekor a diplomázáshoz még teljesítendő kurzusok száma; M az Erasmus-képzésre fizetett nettó összeg 100 ezer Ft-ban (az összes, a képzéssel kapcsolatos plusz költség, mínusz a Bergengóciában végezhető hallgatói munka ellenértéke). Ha nem megy Bergengóciába, akkor még 5 kurzust kell teljesítenie a diplomázáshoz. Ha elmegy Bergengóciába, 3/4 valószínűséggel nem változik közben a Nekeresd országbeli oktatási rend, sőt, a kint teljesített tárgyak közül néhányat Nekeresd országban is elfogadnak, és így már csak 2 kurzust kell teljesítenie a diplomáig. Sajnos azonban 1/4 a valószínűsége annak, hogy megváltozik a tanrend, és ekkor még 22 kurzust kell teljesítenie. Ha elmegy Bergengóciába, akkor az egyik Nekeresd országbeli származású ottani tanár segítségével a könyvtárban olyan hallgatói munkához juthat, hogy nettó plusz kiadása zérus lesz. Ezzel a lehetőséggel kiutazása esetén egész biztos élni fog.
    a) Mi lesz Okoska hasznossági helyzete, ha nem megy Erasmus képzésre Bergengóciába?
    b) Mi lesz Okoska hasznossági helyzete, ha elmegy Erasmus-képzésre Bergengóciába?
    c) Elmegy-e Okoska az Erasmus-képzésre. Miért?
    d) Okoska egyik ismerőse az Oktatási Minisztériumban dolgozik. A nagy tapasztalatú szakember pontosan meg tudja mondani, hogy egy éven belül lesz-e tanrendváltozás, vagy sem. Maximum mennyit hajlandó Okoska fizetni ezért az információért?

47. Henrik festőművész. Azon gondolkodik, hogy a továbbiakban a saját festményeiből, vagy híres festmények hamisításából éljen-e. A saját szignójával ellátott festményekből tapasztalata szerint évi 3 millió forintot keres, míg a hamisítás évi 12 milliót hoz a konyhára, ha nem bukik le. A lebukás esélye 90%. Ez a kockázat 50%-ra csökkenthető, ha lefizeti az árverezőház szakértőjét. A szakértő évi 6 millió Ft-tal fizethető le. Ha Henrik lebukik, akkor húszmillió forintos büntetést kap, és nem származik jövedelme a festésből. Henrik vagyona jelenleg 30 millió Ft, Neumann–Morgenstern hasznossági reprezentációja: $U = \left(\frac{c}{1\ 000\ 000}\right)^2$, ahol c a vagyona 1 év múlva. Mit tesz Henrik?

48. Egy döntéshozó élete két periódusból áll. Jövedelme csak az 1. periódusban van. Az 1. időszakbeli jövedelme 100 pénzegység. Az 1. periódusban el nem költött jövedelmét egy kockázatos értékpapírba fekteti. A 2. periódusban a fogyasztása így $c_2 = 100 - c_1 + \varepsilon$, ahol az ε valószínűségi változó értéke 0,5 valószínűséggel 5 és 0,5 valószínűséggel -5. A döntéshozó az $u(c_1) + u(c_2)$ függvény várható értékét maximalizálja, ahol $u(c_t) = \frac{-1}{c_t}$. Mennyi lesz a döntéshozó első időszaki fogyasztása?

49. Tegyük fel, hogy egy kockázatsemleges fogyasztó hasznosságfüggvénye $u(V, v) = V - v$, ahol V a fogyasztó vagyona, v pedig a vesztesége, ami azonban csak π valószínűséggel következik be, $(1-\pi)$ valószínűséggel nincs vesztesége. A fogyasztó ugyanis e költségű erőfeszítést tehet a veszteség elkerülésére. Ha $e \in [0; 1]$ költségű erőfeszítést tesz, akkor a veszteség bekövetkezésének valószínűsége $\pi = 1 - \sqrt{e}$.
    a) Biztosítás hiányában mekkora erőfeszítést tesz a fogyasztó?
    b) Tegyük fel, hogy γ összegért teljes biztosítást lehet vásárolni. Ha a fogyasztó már vásárolt biztosítást, mekkora erőfeszítést fog tenni a veszteség elkerülése érdekében?
    c) Ha a fogyasztó a b) pontnak megfelelő erőfeszítést tesz, milyen γ díjat kell kikötnie a biztosítónak, hogy zéró profitot érjen el?

50. Egy járvány ellen létezik védőoltás, de az nem teljesen kockázatmentes. Annak a valószínűsége, hogy kitör a járvány, 1%. A Tisztiorvosi Szolgálat megpróbálja kialakítani általános álláspontját a kérdésben. Négy lehetséges kimenet van:
    (i) Nem tör ki a járvány, és nem oltják be az embereket.
    (ii) Feleslegesen oltják be az embereket.
    (iii) Beoltják az embereket, és így megfékezik a járványt.
    (iv) Nem oltják be az embereket, és kitör a járvány.
    A tisztiorvosi szolgálat egyértelműen előnyben részesíti az (i) kimenetet a (iv) kimenettel szemben. Közömbös a biztos (ii) kimenet és aközött, hogy valamilyen adott $p \in (0, 1)$ valószínűséggel az (i) kimenet, $(1 - p)$ valószínűséggel pedig a (iv) kimenet következik be. Szintén közömbös aközött, hogy a biztos (iii) kimenet vagy valamilyen adott $q \in (0, 1)$ valószínűséggel a (ii) kimenet, $(1 - q)$ valószínűséggel pedig a (iv) kimenet következik be.
    a) Adjon meg egy olyan hasznossági függvényérték-rendszert, melynek segítségével a várható hasznossági értékek a tisztiorvosi szolgálat preferenciáit reprezentálják.
    b) Tegyük fel, hogy két lehetséges akciótervet követhet a tisztiorvosi szolgálat. Az X akcióterv segítségével a járvány kitörésére számítva az esetek 90 százalékában, a járvány elmaradását feltételezve az esetek 10 százalékában oltanák be az embereket. Az Y akcióterv alapján a járványra számítva az esetek 95 százalékában, a járvány elmaradását feltételezve az esetek 5 százalékában oltanák be az embereket. Értékelje a két akcióterv sikerét az Ön által megadott hasznossági függvény alapján!

51. A J legjobb lutri 10 000 forint biztos jövedelmet jelent, míg az R legrosszabb lutri 0 forint jövedelmet. A Neumann–Morgenstern hasznossági függvény $u(v) = v^{0,5}$. Adjon meg egy olyan $w(v)$ Neumann–Morgenstern hasznossági függvényt, ami az alábbi feltételeket teljesíti:
(I) a $w(v)$ függvény ugyanolyan preferenciákat reprezentál a lutrikon, mint az $u(v)$ függvény.
(II) a $w(v)$ függvény a legjobb és a legrosszabb lutri szerint normalizált, azaz $w(J) = 1, w(R) = 0$.

52. Tegyük fel, hogy a fogyasztó kezdeti vagyona V. Egy káreseménynek, ami számára v veszteséget okoz, a bekövetkezési valószínűsége π. A fogyasztó vásárolhat (tetszőleges mennyiségben) biztosítási kötvényt, ami b forintot fizet számára kár esetén. A prémium p, tehát egy b forintot fizető kötvényért $p \cdot b$ összeget kell kifizetnie.
   a) Írja fel a fogyasztó – a vásárolt biztosítás mértékére vonatkozó – várható hasznonmaximalizálási problémáját, majd a haszonmaximalizálás elsőrendű feltételét.
   b) Tegyük fel, hogy a biztosító zéró profitot ér el, a fogyasztó pedig kockázatkerülő! Mennyi biztosítást vásárol ebben az esetben a fogyasztó?

3.3. Bizonytalanság – Megoldások

Tesztkérdések

1. A	2. D	3. B	4. A	5. C	6. D	7. B	8. B	9. B	10. C
11. A	12. C	13. D	14. C	15. B	16. B	17. A	18. B	19. A	20. B
21. B	22. B	23. C	24. A	25. A	26. C	27. A	28. B	29. D	30. C
31. D	32. B	33. D	34. B	35. D	36. B	37. D	38. D	39. A	40. D
41. D	42. D	43. A	44. A	45. B	46. A	47. A	48. B		

Számítási feladatok

1. Egy lehetséges megoldás: $u(A) = 0$, $u(B) = 150$, $u(C) = 200$, $u(D) = 300$
2. a) Mindkét hasznossági függvénnyel $X \succ X' \succ X''$.
   b) Az $U(X)$ hasznossági függvény szerint.
   c) A $V(X)$ hasznossági függvény szerint X' rosszabb a feladatban leírt összetett lutrinál, annak ellenére, hogy a kimenetek közti preferenciasorrendet mindkét hasznossági függvény ugyanúgy értékeli. Amennyiben a biztos kimenetek hasznosságára egy monoton növekvő transzformációt alkalmazunk, akkor az új esetben számszerűsített várható hasznosság már nem biztos, hogy az eredeti várható hasznosság tulajdonságait adja vissza, lehet hogy a lutrik preferenciasorrendje is megváltozik.

3. Az első döntést a várható hasznossággal értékelve a következő összefüggésnek kell fennállnia. $0{,}8U(8) + 0{,}2U(0) < U(6)$ ezt az egyenlőtlenséget átrendezve kapjuk: $0{,}2U(8) + 0{,}8U(0) < 0{,}25U(6) + 0{,}75U(0)$, mely épp ellentétes a második döntéssel. Az ún. Allais-paradoxon esete áll fenn a kérdéses példában.
4. Legyen a többséghez tartozó egyik kísérleti alany hasznossági függvénye $U(.)$. Ez a személy úgy gondolja, hogy a második urnában x arányban vannak fehér golyók. Ekkor az első urnára vonatkozó döntése alapján: $0{,}5U(10) + 0{,}5U(0) > xU(10) + (1-x)U(0)$. Ez épp ellentétes a második esetre vonatkozó döntésével. A példa az ún. Ellsberg-paradoxont írja le.
5. a) A játék várható pénzbeli kifizetése végtelen.
   b) Az adott játékos várható haszna 6 ezer Ft kifizetése esetén: $0{,}5 \cdot 198 + 0{,}25 \cdot 200 + 0{,}125 \cdot 201 + 0{,}125 \cdot 201 = 199{,}25$ ami pont megegyezik azzal, amennyi a játékba való belépés nélküli hasznossága. Ennél többet a vagyoni helyzet csökkenő határhaszna miatt biztos nem fizet.
   c) Bár a játék várható pénzbeli kifizetése végtelen, a csökkenő határhaszonfüggvénnyel rendelkező játékosok biztos nem hajlandók végtelen mennyiségű pénzt fizetni a játékért.
6. Pl. $U(x) = -e^{-ax}$, ahol a egy pozitív konstans, e pedig az Euler-féle szám (vagy más néven Napier-állandó).
7. $R_r(x) = ax$
8. Mind a két intézkedés azonos várható vagyoni helyzetbe hozza a puskázó hallgatót. A bírság felemelése viszont az azonos vagyoni helyzetet nagyobb szórással valósítja meg, ami a kockázatkerülő hallgatók számára kisebb várható hasznosságot eredményez. Ezért inkább az a) tervet érdemes az Egyetemnek megvalósítania. (És ekkor nem is kell új, drága műszert se vásárolni.)
9. Egy állapottér-közömbösségi görbe mentén a várható hasznosság konstans: $\Pi_{\text{lopásmentes}} \cdot u(w_{\text{lopásmentes}}) + (1 - \Pi_{\text{lopásmentes}}) \cdot u(w_{\text{lopás}}) = \text{konstans}$. Az állapottér-közömbösségi görbe meredeksége abszolút értékben: $\frac{\Pi_{\text{lopásmentes}}}{1-\Pi_{\text{lopásmentes}}} \cdot \frac{u'(w_{\text{lopásmentes}})}{u'(w_{\text{lopás}})}$. Az $\frac{u'(w_{\text{lopásmentes}})}{u'(w_{\text{lopás}})}$ értéke a két azonos hasznossági függvénnyel rendelkező fogyasztó esetében az állapottér ugyanazon pontjában azonos, és mivel az óvatos fogyasztó óvintézkedéseivel megnövelte a lopásmentes eset valószínűségét, az ő közömbösségi görbéje nagyobb meredekségű.
10. a) L_1 biztos ekvivalense A számára 15, B számára $10\sqrt{5} \approx 22{,}4$, C számára 20, D számára $10+5\sqrt{3} \approx 18{,}7$, E számára $\ln \sqrt{\frac{2}{e^{-20}+e^{-60}}} \approx 10{,}4$. L_2 biztos ekvivalense A számára $240/29 \approx 8{,}3$, B számára $\sqrt{412{,}5} \approx$ $\approx 20{,}3$, C számára $95/6 \approx 15{,}8$, D számára $(\frac{7+2\sqrt{2}}{6}\sqrt{5})^2 \approx 13{,}4$, E számára $\ln \sqrt{\frac{6}{3e^{-10}+2e^{-40}+e^{-80}}} \approx 5{,}3$.
    b) A, B, C, D, E

11. A cégvezető maximalizálja a minimális lehetséges kimenetet. Ha nincs projekt, zérus a kimenet, ha van, akkor rossz esetben 5 millió veszteség a kimenet. Ennek alapján elutasítja a projektet. Amennyiben ennek a feladatnak a megoldása problémát okoz, térjen rá vissza a játékelméleti fejezet után.
12. Ha beruház és bukik, akkor a nem beruházáshoz képest 5 millió Ft-ot veszít. Ha nem ruház be, és beruházáskor sikeres lenne, akkor ehhez képest 20 millió Ft-ot veszít. Ezért inkább elindítja a projektet.
13. a) $50 > 0{,}5 \cdot 30 + 0{,}5 \cdot 60$, gépkocsival megy.
    b) $-50 \cdot 50 - p \geq -500 + 0{,}5 \cdot (-30 \cdot 50) + 0{,}5 \cdot (-60 \cdot 50)$; $p \leq 250$ Ft
14. a) $0{,}9\sqrt{120\ 000} \approx 311{,}8$
    b) $0{,}9\sqrt[3]{120\ 000} \approx 44{,}4$
    c) $Eu_A = 0{,}81\sqrt{120\ 000} + 0{,}18\sqrt{60\ 000} \approx 324{,}7$,
    $Eu_B = 0{,}81\sqrt[3]{120\ 000} + 0{,}18\sqrt[3]{60\ 000} \approx 47$
    d) Megéri, mert mindkettejüknek nagyobb lesz a várható hasznossága, mint egyezség nélkül.
15. $(w-a, w+b; p, 1-p) \preccurlyeq (w; 1) \iff Eu(w-a, w+b; p, 1-p) \leq Eu(w; 1)$
$\iff Eu(w-a, w+b; p, 1-p) - Eu(w; 1) =$
$= p\,[u(w-a) - u(w)] + (1-p)\,[u(w+b) - u(w)] \leq 0$. Mivel a döntéshozó kockázatkerülő, ezért u konkáv, amiből $\frac{u(w-2a)+u(w)}{2} \leq u\left(\frac{(w-2a)+w}{2}\right) =$
$= u(w-a)$, így $u(w-2a) - u(w) \leq 2\,[u(w-a) - u(w)]$. Hasonlóan megmutatható, hogy $u(w+2b) - u(w) \leq 2\,[u(w+b) - u(w)]$. E két egyenlőtlenség felhasználásával:
$Eu(w-2a, w+2b; p, 1-p) - Eu(w; 1) =$
$= p\,[u(w-2a) - u(w)] + (1-p)\,[u(w+2b) - u(w)] \leq$
$\leq 2p\,[u(w-a) - u(w)] + 2(1-p)\,[u(w+b) - u(w)]$, a jobb oldali összegről korábban beláttuk, hogy nem pozitív, így
$Eu(w-2a, w+2b; p, 1-p) \leq Eu(w; 1)$, azaz $(w-2a, w+2b; p, 1-p) \preccurlyeq (w; 1)$.
16. 404 Ft
17. 0,8
18. Nem, ugyanis a második két lutri mindegyike előállítható az első lutri egyikéből és egy biztos 0 kifizetésből 50–50 százalékos esélyekkel képzett lutriként.
19. Nem. Az első döntése alapján úgy véli, hogy a harmadik táskában kevesebb, mint 100 000 Ft van, így második döntése nem konzisztens az elsővel.
20. Nem. A két döntés gyakorlatilag azonos, csupán az egyik esetben nyereségként, a második esetben veszteségként van „tálalva" a bizonytalanság.
21. a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 200 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-160) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 110 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-90) = 15$ (Ft)
    b) $\frac{1}{2} \cdot 200 + \frac{1}{2} \cdot 110 = 155$ (Ft)
22. nem köt
23. a) $123{,}75 > 50$, megéri befektetni
    b) $88593{,}75 > 2500$, megéri befektetni
    c) $5{,}25 < 7{,}07$, nem éri meg

24. a) 1 156 666,7 Ft-tal
    b) a táskák közül választana
    c) az 1 000 000 forintot választja
    d) 810 000
25. a) 401 tallér
    b) 20
    c) $\frac{21+\sqrt{359}}{2} \approx 19{,}97$
    d) $400 - \left(\frac{21+\sqrt{359}}{2}\right)^2 \approx 1{,}05$ tallér
26. Madár-szelvényt egyáltalán nem vesz, mert azon jó esetben 2000 Ft nyeresége, rossz esetben 3000 Ft vesztesége van, és mindkét eset valószínűsége 0,5. A Kokó-szelvények számát x-szel jelölve várható hasznossága: $0{,}5\ln(240\ 000 + 3000x) + 0{,}5\ln(240\ 000 - 2000x)$. Ezt maximalizálva kiszámolhatjuk, hogy 20 db Kokó-szelvényt vesz.
27. Ha kötelező lenne a fogadás, akkor Padragkútra fogadna, de még így is rosszabbul járna, mintha egyikre se fogadna. Természetesen a fogadást nem tehetik kötelezővé a fogyasztó részére, így a fentiek alapján egész biztos nem fog fogadást kötni.
28. Amennyiben x órát tanul, akkor annak a valószínűsége, hogy a kihúzott tételt tudja, $\frac{x}{10}$. Várható hasznossága ekkor: $\frac{x}{10}(100 - x^2) + \frac{10-x}{10}(-x^2)$. Ez akkor lesz maximális, ha 10 tételt tanul meg.
29. a) nem
    b) igen
30. a) megveszi
    b) Megveszi a berendezést és nem köt biztosítást.
    c) Megveszi a berendezést és nem köt biztosítást.
31. a) $EU(\text{betartja}) = \sqrt{57\ 500} + \sqrt{765\ 000} \approx 2863{,}7$,
    $EU(\text{nem tartja be}) = 2875$
    b) legalább 223 565,58 Ft
32. a) Nem köti meg.
    b) 5 147 815 Ft-ot.
33. Amennyiben szorgos, akkor várható hasznossága: ≈ 838, amennyiben nem, akkor pedig $\approx 719{,}8$, vagyis szorgos lesz.
34. a) köt
    b) 207 728 Ft-ot
35. a) A várható kár $\frac{1}{10} \cdot 500\ 000 = 50\ 000$ Ft. A teljes biztosítás díja tehát 50 000 Ft, amennyiben csak x összegű díjat fizet, akkor a kártérítés csak $\frac{x}{50\ 000} 500\ 000 = 10x$. Várható hasznossági függvényét maximalizálva x szerint adódik $x = 50\ 000$. (A kockázatkerülő fogyasztó aktuáriusan méltányos biztosítás esetén a teljes biztosítást választja.)

b) Amennyiben $10 \cdot x$ kárra vásárol biztosítást, ($10x$ maximális értéke 500 000 Ft), akkor várható hasznossága:
$\frac{9}{10}\ln(3\,000\,000 - 1,1x) + \frac{1}{10}\ln(2\,500\,000 + 8,9x)$.
Várható hasznosságának maximumhelye $x = 19\,918{,}28$.
A kifizetett biztosítási díj $1,1 \cdot 19918,28 \approx 21\,910$ Ft.

36. Amennyiben a fürdőruha-részvények számát x-szel jelöljük, Tőzsde Tóni a következő várható hasznossági függvényt maximalizálja:
$0{,}5\sqrt{1600x + 900(100 - x)} + 0{,}5\sqrt{500x + 2000(100 - x)}$, melynek maximuma az x negatív értékénél van, a nemnegatív x-ek közül az $x = 0$ adja a legnagyobb várható hasznosságot. Azaz csak esernyő részvényt vásárol.

37. a) kukoricát
b) Amennyiben a kukorica részarányát x-szel jelöljük, akkor a várható hasznossági függvény:
$0,5\ln(3\,000\,000x + 1\,200\,000(1-x)) + 0,5\ln(1\,800\,000x + 3\,400\,000(1-x))$.
Ennek maximuma $x = 0,7292$, azaz a föld 72,92%-át kukoricával veti be.
c) 600 000 Ft díjat fizessen és kukoricát ültessen.

38. a) kukoricát
b) 81,1%
c) megköti

39. a) 600 000 Ft, 600 000 Ft
b) csiperkét
c) 80% csiperke, 20% gyapot

40. a) Jelölje x a kockázatos aktívába fektetett összeget. Ekkor várható hasznossági függvénye: $0{,}5(-e^{-0{,}1(2x+1{,}3(w-x))}) + 0{,}5(-e^{-0{,}1(x+1{,}3(w-x))})$.
A maximális értéket adó x:
$x = \begin{cases} 10\ln\frac{7}{3} & \text{, ha } w > 10\ln\frac{7}{3} \\ w & \text{, ha } w \leq 10\ln\frac{7}{3} \end{cases}$
b) A várható hasznossági függvény x szerinti deriváltja minden $x \leq w$ esetén pozitív, ezért a maximum helye $x = w$.

41. $x = 0{,}5(\frac{m}{p} - \frac{m-k}{1-p})$

42. $-\frac{1}{500} > 0{,}1 \cdot (-\frac{1}{2500}) + 0{,}9(-\frac{1}{400})$, így a fogorvosi pályát választja.

43. a) A könyvtárban.
b) Közömbös a két lehetőséggel kapcsolatban.
c) Szorgos Szimonetta

44. a) alkalmazott
b) 104 356 Ft
c) Ekkor a jó esetet azt jelenti, hogy a vállalkozás jövedelme 3,5 millió Ft, a rossz esetben pedig alkalmazott lesz. Ily módon ennek a bizonytalan kimenetű jövedelmi helyzetnek a hasznosságát kell szembeállítani az alkalmazotti munka jövedelmének hasznosságával. Ennek alapján maximum 475 000 Ft-ot hajlandó fizetni.
d) vállalkozás

e) semmit
f) Ekkor a jó esetet azt jelenti, hogy a vállalkozás jövedelme 3,5 millió Ft, a rossz esetben pedig alkalmazott lesz. Ily módon ennek a bizonytalan kimenetű jövedelmi helyzetnek a hasznosságát kell szembeállítani a vállalkozói munka jövedelmének hasznosságával. Ennek alapján 354 249 Ft-ot hajlandó fizetni.
g) Közömbös a két lehetőséggel kapcsolatban.
h) semmit
i) 500 000 Ft

45. Jelölje x az eddig meghallgatott jelöltek pontszámainak maximumát. A következő jelölt pontszáma $\frac{100-x}{100}$ valószínűséggel magasabb x-nél, és ekkor a következő jelölt pontszámának (feltételes) várható értéke $\frac{100+x}{2}$. Így a vállalatnak $\frac{100-x}{100}\left(\frac{100+x}{2}-x\right)\cdot 4000+\frac{x}{100}\cdot 0$ forintot ér egy új jelölt meghallgatása. Nem éri meg új jelöltet kérni, ha $\frac{100-x}{100}\left(\frac{100+x}{2}-x\right)\cdot 4000+\frac{x}{100}\cdot 0\le 20\,000$, amiből $x\ge 100-10\sqrt{10}\approx 68{,}4$.

46. a) $U=5$
b) Várható hasznossága 5,5.
c) Elmegy, mert várható haszna ekkor lesz több.
d) $0{,}75(36^{0{,}5}-p)+0{,}25(25^{0{,}5}-p)\ge 5{,}5$ innen $p\le 0{,}25$ azaz maximum 25 000 Ft-ot fizet.

47. Amennyiben hamisításból él, és lefizeti az ellenőrt, nagyobb lesz a várható hasznossága, mintha nem fizetné le, de a saját festményeinek jövedelméből származó hasznossága ennél is több.

48. Jelöljük az első időszaki fogyasztást c-vel. A fogyasztó várható hasznossága $-\frac{1}{c}-0{,}5\frac{1}{100-c+5}-0{,}5\frac{1}{100-c-5}$. Ezt a kifejezést c szerint maximalizálva, az első időszaki fogyasztás 49,63. (Az elsőrendű feltételből adódó egyenletet érdemes számítógépes algoritmussal megoldani.)

49. a) Várható hasznossága e függvényében $(1-\sqrt{e})(V-e-v)+\sqrt{e}(V-e)$ aminek maximumhelye $e=\frac{v^2}{4}$, de e értelmezési tartománya miatt e maximum 1 lehet, azaz $e=\min\{\frac{v^2}{4};1\}$.
b) Teljes biztosítás esetén az erőfeszítés nem változtatja meg a fogyasztó veszteségi szintjét, az erőfeszítés viszont költséges. Így az erőfeszítés 0 lesz.
c) A biztosító profitja $\Pi=\gamma-((1-0)v)=0$, innen $\gamma=v$.

50. a) Egy lehetséges hasznossági függvényérték-rendszer:
$u(i)=1;\ u(ii)=p;\ u(iii)=pq;\ u(iv)=0$.
b) Az X akcióterv várható hasznossága: $0{,}9\cdot 0{,}01\cdot u(iii)+0{,}9\cdot 0{,}99\cdot u(i)+0{,}1\cdot 0{,}01\cdot u(iv)+0{,}1\cdot 0{,}99\cdot u(ii)$. Az Y akcióterv hasznossága: $0{,}95\cdot 0{,}01\cdot u(iii)+0{,}95\cdot 0{,}99\cdot u(i)+0{,}05\cdot 0{,}01\cdot u(iv)+0{,}05\cdot 0{,}99\cdot u(ii)$, az egyes $u(.)$ függvények helyére behelyettesítve az a) pontban megadott értékeket, kiderül, hogy az Y akcióterv a jobb.

51. $w(v)=a+b\cdot v^{0{,}5}$; $w(10\,000)=1$; $w(0)=a+0=0$. Ebből a két egyenletből kiszámítható az a és b konstansok értéke, és így $w(v)=\frac{v^{0.5}}{100}$.

52. a) $\pi \cdot u(V - v - p \cdot b + b) + (1 - \pi) \cdot u(V - p \cdot b) \to \max$, ahol a maximalizálás b szerint történik; az elsőrendű feltétel:
$\pi \cdot u'(V - v - p \cdot b + b) \cdot (1 - p) - (1 - \pi) \cdot u'(V - .p \cdot b) \cdot p = 0.$

b) A biztosító zérus profitja mellett $\pi = p$, és ekkor az elsőrendű feltétel alapján, ha a fogyasztó szigorúan kockázatkerülő ($u'' < 0$, vagyis u' szigorúan monoton csökken), akkor $b = v$. A kockázatkerülő fogyasztó ebben az esetben teljes biztosítást vásárol.

4. fejezet

Teljes információs játékok

A nem kooperatív játékelmélettel ma már a legtöbb alapfokú mikroökonómia tankönyv is foglalkozik. A nem kooperatív játék szereplőinek viselkedése ugyanis hasonlít a neoklasszikus mikroökonómia szereplőinek viselkedésére: saját helyzetüket szeretnék optimálisan kialakítani az adott körülmények közt. A neoklasszikus mikroökonómiában a körülmények a modellen kívül definiálódnak, a nem kooperatív játékelméletben viszont a körülmények formálásában maguk a szereplők is részt vesznek. Alkalmazott stratégiájukkal nem csak saját jólétüket befolyásolják, hanem a többi szereplő lehetőségeit is. Példatárunkban külön fejezetbe gyűjtöttük össze a teljes és külön a hiányos információjú játékokat. A teljes információjú játékokban a szereplők számára ismert a játék szabálya, a többi játékos típusa, a lehetséges akciók, illetve stratégiák és a véghelyzetek kifizetései, bár a teljes információs szekvenciális játékok esetében a játékosok nem feltétlen tudják, hogy mi volt az előttük lépő játékos választott akciója. Valamennyi teljes információs feladatban a játék megadása, és a játékosok racionalitása köztudott tudás. A teljes információs játékok egyensúlyi kimenetének meghatározásakor alkalmazott technikák a piacelméleti fejezeteinkben nélkülözhetetlenek, ezért javasoljuk készségszintű elsajátításukat. Jelen fejezetünk feladataink többsége logikailag nem nehéz, inkább az alapfogalmak ismeretét követeli meg. Ízelítőül készítettünk néhány – definíció szintű – kooperatív játékelméleti tesztkérdést is. Számítási feladataink közt – itt csak nem kooperatív játékelméleti problémákat gyűjtöttünk össze – találnak egy-egy klasszikus (és általában logikailag nehéz) kérdést is, ezekre vonatkozóan leírtuk a hivatkozott művek bibliográfiai adatait.

4.1. Tesztkérdések

Statikus (nem kooperatív) játék, tiszta stratégiák

1. A stratégiaprofilok halmaza
   a) a játékosok stratégia halmazainak Descartes-szorzata;
   b) a játékosok stratégiahalmazán értelmezett valószínűségeloszlás;
   c) az egyensúlyi stratégiák halmaza;
   d) a szigorúan dominált stratégiák kiküszöbölése során megmaradt stratégiák halmazainak Descartes-szorzata.
2. Ha egy játékban egy információ köztudott tudás, akkor
   a) minden játékos ismeri a kérdéses információt, de elképzelhető, hogy arról nem tud, hogy társai is az adott ismeret birtokában vannak;
   b) a játékban nem résztvevő személyek is biztosan ismerik a játékra vonatkozó szóban forgó információt;
   c) minden játékos ismeri a kérdéses információt, és tudja, hogy a többi játékos is az adott információ birtokában van;
   d) nem befolyásolja a szereplők választott stratégiáját, hisz ha az adott információ köztudott, akkor az irreleváns a játék megoldása szempontjából.
3. A $G = \{S_1, ..., S_n, u_1, ..., u_n\}$ normál formájú játékban az i-edik játékos $s_i^{'}$ stratégiája szigorúan dominált egy $s_i^{''}$ stratégia által, ha
   a) az i-edik játékos kifizetése mindig szigorúan kisebb az $s_i^{'}$ stratégia választásakor, mint ha az $s_i^{''}$ stratégiáját játszaná, függetlenül attól, hogy a többi játékos milyen stratégiát választ;
   b) az i-edik játékos kifizetése szigorúan kisebb, ha az $s_i^{''}$ stratégiát választja, mint ha az $s_i^{'}$ stratégiáját játssza, függetlenül attól, hogy a többi játékos milyen stratégiát választ;
   c) egyensúlyban az $s_i^{''}$ mindig kisebb kifizetést eredményez, mint az $s_i^{'}$;
   d) az $s_i^{'}$ biztosan egyensúlyi stratégia.
4. Valamely játékos domináns stratégiája
   a) egy olyan stratégia, amely a többi játékos választásától függetlenül mindig a lehető legmagasabb kifizetéseket eredményezi;
   b) a Nash-egyensúly egy speciális esete;
   c) egy olyan stratégia, amely valamely játékos kifizetését úgy maximalizálja, hogy közben a többi játékos kifizetését a lehető legkisebbre csökkenti.
   d) Mind a) mind b) igaz.
5. A domináns stratégiai egyensúly
   a) olyan stratégiapofil, amelyben minden játékos választása optimális, függetlenül a többi játékos választott stratégiájától;
   b) nem feltétlenül Nash-egyensúly;
   c) zérus összegű játékok esetében biztosan nem Nash-egyensúly;
   d) biztosan Pareto-hatékony megoldáshoz vezet.

6. Melyik igaz az alábbi állítások közül?
   a) A játékosok akcióhalmazai és stratégiahalmazai mindig egybeesnek.
   b) A játék kevert bővítésén a megoldás mindig ugyanazon stratégiaprofilokat tartalmazza, mint a tiszta stratégiák alapján nyert egyensúlyi stratégiaprofilok.
   c) A kifizetések pozitív affin transzformációjával kapott játék megoldása és az eredeti játék megoldása megegyezik.
   d) A stratégiaprofilok halmaza az egyes játékosok stratégiahalmazainak uniója.
7. Amennyiben egy szimultán játéknak domináns stratégiai egyensúlya van, akkor
   a) sohasem létezik Pareto-javítása a domináns stratégiának;
   b) mindig létezik legalább egy Pareto-javítása a domináns stratégiának;
   c) elképzelhető, hogy létezik Pareto-javítása az adott egyensúlynak;
   d) csak akkor létezhet Pareto-hatékony javítása a domináns stratégiának, ha a szóban forgó játékot egymás után végtelen sokszor megismétlik.
8. Az A és a B vállalat egymás vetélytársa egy bizonyos termék piacán. Amennyiben mindkét vállalat magasan áraz, akkor a vállalatok által elérhető maximális profit kétmillió forint vállalatonként. Amennyiben mindkét vállalat alacsony áron árulja a termékét, akkor ötszázezer forint nagyságú profitra tesznek szert egyenként. Amennyiben valamely vállalat magas áron áraz, míg vetélytársa alacsonyan, akkor a magas áron értékesítő kétmillió forint nagyságú veszteséget szenved el, míg vetélytársa ötmillió nagyságú profitot realizál. Ha a vállalatok profitmaximalizálók, akkor
   a) az A vállalatnak domináns stratégiája, hogy magas áron árazzon;
   b) a vállalatok számára domináns stratégia, hogy alacsony árat válasszanak;
   c) egyensúlyban mindkét vállalat magas áron áraz;
   d) egyensúlyban az egyik vállalat magas, a másik alacsonyan áraz.
9. Két taxitársaság terjeszkedése során ugyanazon várost szemelte ki potenciális célpontként. Amennyiben mindkét társaság szolgáltatást indítana az adott városban, akkor mindketten évi kétmillió profitra tehetnének szert, míg ha csak az egyikük, akkor az évi ötmillió forint nyereséget jelentene a szolgáltatónak és nullát a távol maradónak. Ha egyik cég sem terjeszkedik, akkor mindkettő nulla profitot ér el. Tudjuk továbbá, hogy a vállalatok a szóbanforgó városban elérendő profitjukat maximalizálják. Amennyiben a vállalatok egyidőben választanak stratégiát, akkor
   a) mindkét társaság be fog lépni a piacra;
   b) biztosan csak az egyik vállalat fog szolgáltatni;
   c) egyik vállalat sem fog terjeszkedni;
   d) az adott játéknak két egyensúlyi kimenetele lesz a tiszta stratégiák halmazán.

10. Melyik állítás igaz a dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésének eljárására?
    a) Csak akkor vezet az iteratív lépések bármely sorrendje esetén ugyanarra az eredményre, ha a gyenge dominancia alapján végezzük.
    b) Csak akkor vezet az iteratív lépések bármely sorrendje esetén ugyanarra az eredményre, ha a szigorú dominancia alapján végezzük.
    c) A stratégiaprofilok halmazát szingletonra szűkíti.
    d) Alkalmazása során soha nem küszöbölhetünk ki Nash-egyensúlyi profilokat.
11. A szigorúan dominált stratégiák iterációs kiküszöbölésének eljárása
    a) az eliminálás sorrendjétől függetlenül mindig ugyanazt a megoldást eredményezi;
    b) elképzelhető, hogy kiejt Nash-egyensúlyi stratégiaprofil is;
    c) a stratégiaprofilok halmazát mindig egyeleműre csökkenti.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
12. A gyengén dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése
    a) az eliminálás sorrendjétől függetlenül mindig ugyanazt a megoldást eredményezi;
    b) elképzelhető, hogy kiejt Nash-egyensúlyt is;
    c) a stratégiaprofilok halmazát mindig egyeleműre csökkenti.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
13. Melyik állítás igaz az alábbi állítások közül?
    a) Az a stratégiaprofil, mely túléli a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölését, szükségszerűen Nash-egyensúly.
    b) Az a stratégiaprofil, mely túléli a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölését, nem szükségszerűen Nash-egyensúly.
    c) Ha egyetlen stratégiaprofil marad meg a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése során, az nem biztos, hogy Nash-egyensúly.
    d) A Nash-egyensúly kiejthető a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése során.
14. Egy normál formában megadott 2×2-es játékban
    a) mindig létezik domináns egyensúly;
    b) ha egyetlen Nash-egyensúly létezik, akkor az mindig Pareto-hatékony megoldást eredményez;
    c) ha a játékosoknak van szigorúan dominált stratégiájuk a tiszta stratégiák halmazán, akkor biztosan van domináns stratégiájuk is egyben;
    d) nem létezhet két nyeregpont.
15. Egy racionalizálható stratégiára teljesül, hogy
    a) Nash-egyensúlyi;
    b) megmarad lehetséges stratégiának akkor is, ha iterációk során kihagyjuk a játékból azokat a stratégiákat, amelyek sosem lehetnek legjobb válaszok;
    c) nem dominált.
    d) Az a) és b) válasz is helyes.

16. Egy játék Nash-egyensúlya
    a) a játékosok legjobbválasz-leképezéseinek metszéspontja;
    b) mindig Pareto-hatékony megoldást eredményez;
    c) egyben domináns egyensúly is, ha nem létezik más Nash-egyensúlya a játéknak;
    d) olyan stratégiaprofil, melytől a játékosoknak bizonyos esetekben érdekük lehet egyoldalúan eltérni.
17. Egy $G = \{S_1, ..., S_n, u_1, ..., u_n\}$ normál formában adott játékban egy $s^* = (s_1^*, ..., s_n^*)$ stratégiaprofil Nash-egyensúlyt alkot, ha
    a) s_i^* az i-edik játékos legjobb válasza a többi játékos s_{-i}^* csonka stratégiaprofiljára;
    b) s_i^* domináns stratégia $\forall i$-re;
    c) a játékosoknak nem érdemes egyoldalúan eltérni az s^* stratégiaprofiltól.
    d) Mindhárom állítás igaz.
18. Ha egy $G = \{S_1, ..., S_n, u_1, ..., u_n\}$ normál formában adott játékban egy $s^* = (s_1^*, \ldots, s_n^*)$ stratégiaprofil Nash-egyensúlyt alkot, akkor
    a) $s_i^* = \arg\max_{s_i \in S_i} u_i(s_1^*, ..., s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, ..., s_n^*)$;
    b) elképzelhető, hogy a szigorúan dominált stratégiák kiküszöbölése során kiejtjük valamely játékos Nash-egyensúlyhoz tartozó stratégiáját;
    c) biztosan nem létezik domináns egyensúly;
    d) a játék kimenetele biztosan az s^* lesz.
19. Tekintsünk egy két-szereplős szimultán véges játékot, melyben az egyik játékosnak van domináns stratégiája, míg a másiknak nincs. Ekkor egyensúlyban
    a) az a játékos, akinek nincs domináns stratégiája teljesen kevert stratégiát alkalmaz;
    b) az a játékos, akinek nincs domináns stratégiája, Nash-egyensúlyi stratégiát alkalmaz;
    c) a Nash-egyensúly nem lesz elérhető;
    d) bármelyik lehetséges kimenetel Nash-egyensúlyi lesz.
20. Mi a kapcsolat a domináns stratégiai és a Nash-egyensúly között?
    a) Ha létezik domináns stratégiai egyensúly, az egyben Nash-egyensúly is.
    b) Ha létezik Nash-egyensúly, az egyben domináns egyensúly is.
    c) A Nash-egyensúly és a domináns egyensúly mindig különbözik.
    d) A Nash-egyensúly és a domináns egyensúly mindig egybeesik.
21. Tekintsünk egy kétszereplős szimultán játékot, amelyben a szereplőknek két-két stratégiája van. A játék kifizetési mátrixa a következő:

		oszlopjátékos	
		o_1	o_2
sorjátékos	s_1	$-1;\ 4$	$-1;\ 2$
	s_2	$1;\ 3$	$0;\ 0$

Ebben a játékban
a) a sorjátékosnak az s_2 stratégia domináns stratégiája;
b) az oszlopjátékosnak az o_1 stratégia domináns stratégiája;
c) az (s_2, o_1) stratégiaprofil Nash-egyensúlyt alkot.
d) Mindhárom állítás igaz.

22. Egy kétszemélyes, szimultán játékban mindkét szereplő az a, illetve a b alternatíva közül választhat. Ha mindketten az a stratégiát választják, kifizetésük c, míg ha mindketten a b-t, akkor d kifizetést realizálnak. Minden más esetben a kifizetésük e. Ha ismert, hogy $c > d > e > 0$, akkor
a) az a mindkét játékos esetében domináns stratégia;
b) a sorjátékos esetében az a, míg az oszlopjátékos esetében a b domináns stratégia;
c) a játéknak két Nash-egyensúlya van a tiszta stratégiák halmazán;
d) a játéknak nincs Nash-egyensúlya a tiszta stratégiák halmazán.

23. Egy kétszemélyes, szimultán játékban mindkét szereplő az a, illetve a b alternatíva közül választhat. Ha mindketten az a stratégiát választják kifizetésük c, míg ha mindketten a b-t, akkor d kifizetést realizálnak. Minden más esetben a kifizetésük e. Ha ismert, hogy $c \geqq d \geqq e \geqq 0$, akkor
a) az a mindkét játékos esetében domináns stratégia;
b) a sorjátékos esetében az a, míg az oszlopjátékos esetében a b domináns stratégia;
c) a játéknak pontosan két Nash-egyensúlya van a tiszta stratégiák halmazán;
d) a játéknak legalább két Nash-egyensúlya van a tiszta stratégiák halmazán.

24. Egy játék fókuszpontja
a) a játékosok célfüggvényének halmaza;
b) több Nash-egyensúly esetén segít a szokásokon alapuló egyensúly meghatározásában;
c) olyan információ, amit a kifizetések már tartalmaznak;
d) nemlétező játékelméleti fogalom, a köznyelv a játék lehetőségeinek megjelölésére használja.

25. Tekintsük az alábbi kifizetési mátrixokkal adott A és B játékokat, melyet az 1. (sor-) és a 2. (oszlop-) játékosok játszanak, miután megfigyelték, hogy a 3. játékos a két játék közül melyiket választotta ki lejátszásra.

A játék

		oszlopjátékos a	*oszlopjátékos* b
sorjátékos	a	2; 2; 3	2; 1; 2
	b	1; 2; 2	3; 1; 1

B játék

		oszlopjátékos a	*oszlopjátékos* b
sorjátékos	a	3; 3; 1	4; 2; 2
	b	2; 1; 2	2; 2; 3

Ekkor
a) az egyensúlyi kifizetések $(3, 3, 1)$;
b) a játéknak négy részjátéka van;
c) a 3. játékos az egyensúlyi lejátszásban az A játékot fogja játszani;
d) tiszta stratégiákkal nincs egyensúlya a játéknak.

26. A Cournot-oligopólium egyensúlyi megoldása
a) domináns stratégiákon alapuló egyensúly;
b) Nash-egyensúly;
c) játékelméleti szempontból nem tekinthető egyensúlyi megoldásnak;
d) nem részjáték tökéletes egyensúly.

Statikus (nem kooperatív) játék, kevert stratégiák

27. Egy normál formában adott játék kevert bővítésében az i-edik játékos kevert stratégiája
a) az i-edik játékos stratégiahalmazán értelmezett valószínűségeloszlás;
b) a tiszta stratégiaprofilok halmazán értelmezett valószínűségeloszlás;
c) nem mindig létezik;
d) minden tiszta stratégiához mindig szigorúan pozitív valószínűséget rendel.

28. A 2×2-es játékok esetében melyik alábbi állítás igaz?
a) Legfeljebb három Nash-egyensúlya lehet, kettő a tiszta stratégiák halmazán, egy a játék kevert bővítésén.
b) Legfeljebb egy domináns egyensúlya lehet.
c) A dominált stratégia létezéséből nem következik automatikusan, hogy léteznie kellene domináns stratégiának is.
d) A Nash-egyensúly mindig domináns egyensúly is egyben.

29. Egy kevert Nash-egyensúlyban pozitív valószínűséggel játszott tiszta stratégiák
a) közt van olyan, amely nagyobb kifizetést eredményezne a stratégia alkalmazójának, mint a kevert stratégiában pozitív valószínűséggel játszott többi tiszta stratégia, feltéve, hogy a többi játékos a kérdéses kevert stratégiáját játssza;
b) mindegyike azonos kifizetést eredményezne a stratégia alkalmazójának, feltéve, hogy a többi játékos a kérdéses kevert stratégiáját játssza;
c) közül bármelyik elhagyható, nem változik a játék kimenete;
d) nem tartalmazhatják az adott játékos összes lehetséges tiszta stratégiáját.

30. Tekintsük az alábbi érmepárosítási játékot:

		oszlopjátékos	
		F	I
sorjátékos	F	$1;\ -1$	$-1;\ 1$
	I	$-1;\ 1$	$1;\ -1$

Ekkor
a) egyensúlyban az oszlopjátékos 1 valószínűséggel játssza az I stratégiát;
b) egyensúlyban a sorjátékos $\frac{1}{2}$ valószínűséggel játssza az I stratégiát;
c) egyensúlyban a sorjátékos $\frac{1}{4}$ valószínűséggel játssza az F stratégiát;
d) egyensúlyban az oszlopjátékos $\frac{1}{3}$ valószínűséggel játssza az F stratégiát.

31. Ha a $G = \{S_1, ..., S_n, u_1, ..., u_n\}$ normál formájú játékban a játékosok és a stratégiahalmazok végesek, akkor
a) a játék kevert bővítésének mindig van legalább egy Nash-egyensúlya;
b) a játéknak van legalább egy Nash-egyensúlya a tiszta stratégiaprofilok halmazán;
c) a játéknak mindig van domináns egyensúlya;
d) a Nash-egyensúly egyben domináns egyensúly is lesz.

32. Egy játék „remegő kéz biztos" megoldása
a) olyan egyensúlyi pont, amit akkor érnek el a játékosok, ha „kicsit" elnézik a számukra optimális stratégiát;
b) olyan egyensúlyi pont, ami stabil abban az értelemben, hogy ha a játékosok „kicsit" eltérnek egyensúlyi stratégiájuktól, akkor is e stratégiaprofil környezetében lesz a játék egyensúlya;
c) dominált stratégiákból áll;
d) csak szekvenciális formában adott játékok esetében értelmezett.

Zérus összegű játékok, minimax stratégiák, nyeregpont

33. Egy kétszereplős, zérus összegű játékban
a) minden játékos veszít;
b) egyetlen játékos sem veszít;
c) valamely játékos nyereségéhez a másik játékos vesztesége társul;
d) mindkét játékosnak biztosan van domináns stratégiája.

34. Az alábbi kétszereplős, zérus összegű játékban a kifizetések a sorjátékos kifizetéseit jelölik.

		oszlopjátékos		
		o_1	o_2	o_3
	s_1	4	8	3
sorjátékos	s_2	9	6	2
	s_3	7	10	5

Ekkor
a) a sorjátékos maximin stratégiája az első sor megjátszása;
b) a sorjátékos maximin stratégiája a harmadik sor megjátszása;
c) az oszlopjátékos minimax stratégiája az első oszlop megjátszása;
d) az oszlopjátékos minimax stratégiája a második oszlop megjátszása.

35. Egy kétszereplős zérus összegű játék kifizetési mátrixa legyen az alábbi:

		oszlopjátékos			
		o_1	o_2	o_3	o_4
sorjátékos	s_1	6	5	6	5
	s_2	1	4	2	-1
	s_3	8	3	7	5
	s_4	0	7	2	6

Ha a kifizetések az oszlopjátékos kifizetéseit reprezentálják, akkor
a) egyik játékosnak sincs domináns stratégiája;
b) csak az egyik játékosnak van domináns stratégiája;
c) mindkét játékosnak van domináns stratégiája;
d) egyik játékosnak sincs szigorúan dominált stratégiája.

36. Tegyük fel, hogy egy kétszereplős, zérus összegű játékban a sorjátékos a harmadik sort választja, mint maximin stratégiát, míg az oszlopjátékos az első oszlopot minimax stratégiaként. Ekkor
a) ennek a játéknak biztosan nincs nyeregpontja;
b) ennek a játéknak lehet nyeregpontja;
c) ennek a játéknak biztosan van nyeregpontja.
d) A zérus összegű játékok esetén nem értelmezzük a nyeregpontot.

37. Tekintsük az alábbi zérus összegű játékot, ahol a kifizetések a sorjátékos kifizetéseit reprezentálják

		oszlopjátékos			
		o_1	o_2	o_3	o_4
sorjátékos	s_1	6	5	6	5
	s_2	1	4	2	-1
	s_3	8	5	7	5
	s_4	0	2	6	2

Ekkor
a) a játéknak pontosan egy nyeregpontja van;
b) a játéknak pontosan két nyeregpontja van;
c) a játéknak pontosan három nyeregpontja van;
d) a játéknak pontosan négy nyeregpontja van.

38. Amennyiben egy játéknak van nyeregpontja, akkor
a) az a játék értéke is egyben;
b) az sosem a maximin stratégia;
c) az sosem a minimax stratégia;
d) a játékosok stratégiahalmaza biztosan kételemű.

Dinamikus (nem kooperatív) játék, alapfogalmak

39. A játék extenzív formájú reprezentációjához meg kell adnunk
    a) a játékosok halmazát, a játékosok kifizetéseit, a játékosok különböző döntési pontjaiban választható alternatívákat;
    b) a játékosok halmazát, a játékosok döntési sorrendjét, a játékosok kifizetéseit;
    c) a játékosok halmazát, a játékosok információs halmazait, a játékosok kifizetéseit, a játékosok különböző információs halmazaiban választható alternatívákat, a játékosok lépéseinek sorrendjét;
    d) a játékosok halmazát, a játékosok információs halmazait, a játékosok kifizetéseit, a játékosok különböző információs halmazaiban választható alternatívákat.
40. Melyik igaz az alábbi állítások közül?
    a) Minden normál formában adott véges játéknak van egy egyértelmű extenzív formájú reprezentációja.
    b) Minden extenzív formában adott véges játéknak egyértelműen megadható a normál formájú reprezentációja.
    c) Egy normál formában adott játékban a játékosok között mindig van olyan, aki döntését a többiek döntésének megfigyelése után hozza meg.
    d) Egy extenzív formában adott játék esetén minden játékos információs halmaza egyelemű.
41. Egy extenzív formában adott játék esetében bármely játékos valamely információs halmaza
    a) mindig egyelemű;
    b) a játékos lehetséges kifizetéseinek egy partíciója;
    c) a játékos döntési csomópontjainak egy részhalmaza.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
42. Egy tökéletes információs játék
    a) minden információs halmaza egyelemű;
    b) nem lehet tökéletes emlékezetű is egyben;
    c) normál formájú reprezentációjában van domináns egyensúly.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
43. Egy extenzív formájú játék bármely részjátéka
    a) mindig egyelemű információs halmazzal kezdődik;
    b) nem vág át egyetlen információs halmazt sem.
    c) Mind az a) mind a b) igaz.
    d) Sem a) sem b) nem igaz.
44. Melyik állítás hamis?
    a) Egy tökéletes emlékezetű játék egyben tökéletes információs is.
    b) Egy tökéletes információs játék egyben tökéletes emlékezetű is.
    c) A domináns egyensúly egyben Nash-egyensúly is.
    d) A Nash-egyensúly lehet domináns egyensúly is.

45. Melyik állítás hamis?
    a) Ha két extenzív formában adott játék teljes normál formái nem egyeznek meg, akkor redukált formáik sem egyezhetnek meg.
    b) Ha két extenzív formában adott játék teljes normál formái nem egyeznek meg, akkor elképzelhető, hogy redukált formáik megegyeznek.
    c) Két különböző extenzív formában adott játék teljes normál formái megegyezhetnek.
    d) A redukált forma stratégiaprofiljainak halmaza általában kisebb számosságú, mint a teljes normál forma stratégiaprofiljainak halmaza.
46. Minden véges, tökéletes információs szekvenciális játéknak
    a) biztosan van részjáték tökéletes egyensúlya;
    b) elképzelhető, hogy nincs részjáték tökéletes egyensúlya;
    c) annyi részjáték tökéletes egyensúlya van, mint ahány Nash-egyensúlya van a játék normál formájú reprezentációjának;
    d) a Nash-egyensúlya sosem eredményez Pareto-hatékony megoldást.
47. A játék Nash-egyensúlya részjáték tökéletes egyensúly, ha
    a) a játékosok stratégiái minden részjátékban Nash-egyensúlyt alkotnak;
    b) a játékosoknak nem érdemes egyoldalúan eltérni az adott stratégiától.
    c) Mind a) mind b) igaz.
    d) Sem a) sem b) nem igaz.
48. A Stackelberg-duopólium egyensúlyi megoldása
    a) domináns stratégiákon alapuló egyensúly;
    b) játékelméleti szempontból nem tekinthető egyensúlyi megoldásnak;
    c) részjáték tökéletes egyensúly;
    d) megegyezik a Cournot-játék egyensúlyi megoldásával.

Speciális extenzív formájú játékok: statikus játékok ismétlése

49. Egy véges alkalommal ismételt játékban egy játékos stratégiája
    a) minden lejátszásra előír a játék addigi történetétől függően egy akciót;
    b) minden lejátszásra előír a játék addigi történetétől függetlenül egy akciót;
    c) mindig megegyezik az alapjáték valamely akciójával.
    d) Egyik előző állítás sem igaz.
50. Tekintsünk egy fogolydilemma típusú játékot. Ekkor ezen játék tíz alkalommal való ismételt lejátszása során
    a) a trigger stratégia kikényszeríti a játékosok közti együttműködést;
    b) a szemet szemért, fogat fogért stratégia kikényszeríti a játékosok közti együttműködést;
    c) a játékosok minden lejátszás során az alapjáték Nash-egyensúlyához tartozó stratégiákat fogják játszani;
    d) a játékosok csak az utolsó játékban fogják az alapjáték Nash-egyensúlyát játszani, de minden azt megelőző lejátszás során kooperálni fognak.

51. Tekintsünk egy olyan véges sokszor ismételt alapjátékot, melynek két Nash-egyensúlya van a tiszta stratégiák halmazán. Ekkor
    a) az ismételt játéknak lehet olyan részjáték tökéletes egyensúlya, mely valamely lejátszás során nem feltétlenül egyensúlyi kimenetel az alapjátékban;
    b) a részjáték tökéletes egyensúlyok csakis a Nash-egyensúlyhoz tartozó stratégiákat tartalmazhatják;
    c) az ismételt lejátszás során mindig kikényszeríthető a kooperáció;
    d) csak abban az esetben kényszeríthető ki a kooperáció, ha a játékosok diszkontálják kifizetéseiket.

52. Tekintsünk egy véges horizonton ismételt játékot, amelynek alapjátékában több Nash-egyensúly is van. Ekkor
    a) a trigger stratégia mindig kikényszeríti az együttműködést;
    b) a trigger stratégia nem vezet sikerre, mivel véges sokszor ismételt játékról van szó;
    c) a trigger stratégia csak akkor vezetne sikerre, ha az alapjáték egyértelmű Nash-egyensúllyal rendelkezne;
    d) a trigger stratégia csak akkor kényszerítheti ki az együttműködést, ha a játékosok a kifizetéseik alapján ugyanúgy rangsorolják a Nash-egyensúlyokat.

53. Az A és a B vállalat egymás vetélytársa egy bizonyos termék piacán. Amennyiben mindkét vállalat magasan áraz, akkor a vállalatok által elérhető maximális profit kétmillió forint vállalatonként. Amennyiben mindkét vállalat alacsony áron árulja a termékét, akkor ötszázezer forint nagyságú profitra tesznek szert vállalatonként. Amennyiben valamely vállalat magas áron áraz, míg vetélytársa alacsonyan, akkor a magas áron értékesítő kétmillió forint nagyságú veszteséget szenved el, míg vetélytársa ötmillió nagyságú profitot realizál. A vállalatok a lejátszások során elért profitok (egyszerű) összegét maximalizálják. Amennyiben a két vállalat legális szerződésben nem állapodhat meg az árazásról és a játékot véges sokszor ismétlik, akkor
    a) az A vállalatnak domináns stratégiája, hogy alacsonyan árazzon minden lejátszás során;
    b) az A vállalatnak domináns stratégiája, hogy mindig magas áron árazzon;
    c) az A vállalatnak nincs domináns stratégiája;
    d) az A vállalatnak domináns stratégiája, hogy magas áron árazzon és, hogy ezzel egyidőben elrettentse a másik vállalatot a magas áron való árazástól.

54. Szuperjátékról beszélünk, ha
    a) a játékosok előre és egyértelműen tudják a játék lehetséges kimeneteit;
    b) a játék végtelen időperiódusig tarthat;
    c) a játékosok stratégiái szimmetrikusak;
    d) egy adott statikus játék időben egymás utáni, végtelen sokszor történő ismétléséről van szó.

55. Egy végtelenszer ismételt játékban egy játékos stratégiája
    a) minden lejátszásra előír a játék addigi történetétől függően egy akciót;
    b) minden lejátszásra előír a játék addigi történetétől függetlenül egy akciót;
    c) mindig megegyezik az alapjáték valamely akciójával.
    d) Egyik előző állítás sem igaz.
56. Az A és a B vállalat egymás vetélytársa egy bizonyos termék piacán. Amennyiben mindkét vállalat magasan áraz, akkor a vállalatok által elérhető maximális profit kétmillió forint vállalatonként. Amennyiben mindkét vállalat alacsony áron árulja a termékét, akkor ötszázezer forint nagyságú profitra tesznek szert vállalatonként. Amennyiben valamely vállalat magas áron áraz, míg vetélytársa alacsonyan, akkor a magas áron értékesítő kétmillió forint nagyságú veszteséget szenved el, míg vetélytársa ötmillió nagyságú profitot realizál. A vállalatok a profitfolyamuk diszkontált jelenértékét maximalizálják. Amennyiben a két vállalat legális szerződésben nem állapodhat meg az árazásról és a játékot végtelenszer ismétlik, akkor egyensúlyban
    a) az A vállalat biztosan alacsonyan áraz minden lejátszás során;
    b) elképzelhető, hogy az A vállalat mindig magas áron értékesít;
    c) az A vállalat bizonyos időszakokban biztosan magas áron értékesít, más időszakokban alacsonyan.
    d) Mindhárom fenti válasz helyes.
57. Egy végtelenszer ismételt fogolydilemma típusú játék egyensúlyi kimenetelében
    a) az egyik játékos minden időszakban kooperál, míg a másik nem;
    b) elképzelhető, hogy mindkét játékos mindvégig kooperál;
    c) az alapjáték domináns egyensúlya valósul meg.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.
58. A „szemet-szemért, fogat-fogért” stratégia
    a) egy olyan, ismételt játékok során alkalmazott stratégia, amelynek alapján a játékosok mindig kooperálnak a magasabb kifizetés elérése érdekében;
    b) egy olyan, szekvenciális játékok során alkalmazott stratégia, melyben a második játékos az első játékos által választott alternatívát választja, a harmadik játékos a második játékos által választott alternatívát, stb.;
    c) egy olyan stratégia, mely a kooperatív magatartást jutalmazza, ugyanakkor minden dezertáló magatartás esetén megtorlást alkalmaz.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.
59. Egy G véges, teljes információs, statikus játékot végtelenszer ismétlünk. Ekkor
    a) amennyiben a diszkontfaktor közel esik egyhez, a játékosok kifizetése vagy ∞ vagy $-\infty$;
    b) ha a diszkontfaktor közel esik egyhez, akkor a játéknak létezhet olyan részjáték tökéletes egyensúlya, melyben a játékosok a G játék Nash-egyensúlyához tartozó kifizetéstől eltérő átlagos fizetést realizálnak;

c) a játéknak egyetlen részjáték tökéletes egyensúlya létezik, éspedig az, amikor minden lejátszás során a G játék Nash-egyensúlyát játsszák;
d) a játéknak csak akkor létezik részjáték tökéletes egyensúlya, ha az alapjátéknak van domináns stratégiai egyensúlya.

Kooperatív játékelméleti alapfogalmak

60. Kooperatív játékról beszélünk, ha
a) a játékosok kötelező érvényű szerződések keretében koalícióra léphetnek kifizetéseik maximalizálása érdekében;
b) a játékosok informálisan megállapodhatnak, hogy milyen stratégiát játszanak;
c) a játékosok informálisan megállapodnak egy olyan stratégia megjátszásában, amelyet legalább egyikük kifizetését maximalizálja;
d) a játékosok a hallgatólagos összejátszást kikényszerítő trigger stratégiát játsszák.

61. A kartellel kapcsolatos piaci szituációk a következő játékelméleti eszközökkel modellezhetők:
a) a kartellszerződés megkötését kooperatív játékelmélettel;
b) a kartellbeli csalást nem kooperatív játékelmélettel.
c) Az a) és b) válasz is helyes.
d) A kartellel kapcsolatos problémákat nem lehet játékelméleti eszközökkel modellezni.

62. A magelosztás
a) olyan szétosztás, amely mindegyik koalíció számára elfogadható;
b) azt követeli meg, hogy az adott elosztás csak a nagykoalíció számára legyen elfogadható;
c) csak azt követeli meg, hogy minden játékos számára külön-külön elfogadható legyen;
d) minden olyan elosztás, amely egyetlen játékos esetében sem tartalmaz zérus kifizetést.

63. Mi az alábbi játék magja? A egy darab balkezes kesztyűvel rendelkezik, B és C pedig kettő-kettő jobbkezes kesztyűvel. Egy pár (azaz egy jobb- és egy balkezes kesztyűt) lehet becserélni a kocsmában egy kupica viszkire. Külön a jobb vagy balkezes kesztyűk értéktelennek minősülnek.
a) B és C kap fél-fél kupica viszkit, A pedig nem kap semmit.
b) B és C megosztanak tetszőleges arányban egy kupica viszkit, A pedig nem kap semmit.
c) A kap egy kupica viszkit, B és C pedig semmit sem kap.
d) Mindhárman egyharmad kupica viszkit kapnak.

4.2. Számítási feladatok

Nem kooperatív statikus játékok. Dominált és domináns stratégiák, domináns stratégai egyensúly. A dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése

1. A dohányipar szereplői gyakran úgy érvelnek, hogy a dohánytermékek reklámozásának célja csakis a konkurens gyártók fogyasztóinak elcsábítása, nem pedig a nemdohányzók meggyőzése, vagy akár a dohányzók aktuális cigarettafogyasztásának növelése. Fogadjuk el, hogy az érvelés megállja a helyét, és vizsgáljuk meg a reklámok ilyen hatása mellett a dohánygyártók reklámversenyét. Tegyük fel, hogy a piacon két gyártó tevékenykedik (az 1. és a 2. vállalat), és mindkét vállalat a következő két alternatíva közül választhat: vagy reklámozni kezd a vetélytárs fogyasztóinak megnyeréséért, vagy egyáltalán nem költ reklámra. A reklámozás költsége 50 millió forint. Amennyiben csak az egyik vállalat folytat reklámtevékenységet, úgy a másik vállalattól annyi fogyasztót tud elcsábítani, hogy bruttó (a reklámozási költségek levonása előtti) profitja 80 millió forinttal növekszik. Értelemszerűen mindez a másik vállalat kárára történik. Ha mindkét vállalat azonosan cselekszik, bruttó profitjuk változatlan marad. A vállalatok jelenlegi profitja 320 millió forint. Döntéseiket úgy hozzák meg, hogy közben nem ismerik a konkurens vállalat reklámozásra vonatkozó döntését. Ismert továbbá, hogy mindkét vállalat profitmaximalizáló.
   a) Adjuk meg a különböző lehetséges kimenetelekhez tartozó nettó profitok nagyságát mindkét szereplő esetében, azaz írjuk fel a játék kifizetési mátrixát!
   b) Mi lesz a játék várható kimenetele?
   c) Az iparág szereplőinek érdekében áll-e egy, a dohánytermékek reklámozására irányuló tilalom bevezetése vagy sem?
2. Tekintsünk egy 2×2-es játékot, amelyben mindkét (az 1. és 2.) játékos két lehetséges stratégiája az A és a B. Amennyiben mindketten az A-t választják, akkor mindketten 100 egységnyi kifizetést realizálnak. Amennyiben mindketten a B stratégiát játsszák, úgy mindkettejük kifizetése 0 lesz. Ha az egyik játékos az A-t, a másik a B-t választja, úgy az előbbinek a, az utóbbinak b lesz a kifizetése (ahol a, b valós számok).
   a) Milyen a és b értékek mellett lesz az A stratégia szigorúan domináns stratégia a játékosok számára?
   b) Milyen a és b értékek mellett lesz az (A, B) stratégiaprofil szigorúan domináns stratégiákon alapuló egyensúly?
3. A piszeorrú majmok az év egy bizonyos szakában olyan gyümölcsön élnek, amely kizárólag nehezen megközelíthető, magas fán terem. Ezen fa jellegzetessége, hogy egyetlen gyümölcsöt terem az adott időszakban. Tudjuk, hogy az adott régió piszeorrú majmainak populációja két majomból áll: a guizhoui és a yunnani majomból. Ahhoz, hogy az adott gyümölcs elfogyasztható legyen, és ezáltal biztosítsa a túlélést, legalább az egyik majomnak fel kell másznia az adott fára, hogy onnan megfelelő mozdulatokkal

lerázza a gyümölcsöt. Tudjuk, hogy a gyümölcs elfogyasztásával 10 kilokalória energia nyerhető, továbbá, hogy a fáramászás 2 kilokalória energiáját emészti fel a guizhoui majomnak, a yunnani viszont ügyessége folytán energiamentesen képes fára mászni. Amennyiben mindkét majom felmászik a fára, úgy osztoznak a gyümölcsön, hogy a guizhoui mohósága eredményeként 7 kilokalóriát nyer, míg a yunnani majom 3 kilokalóriára elegendő gyümölcsrészt fogyaszt. Ha csak a guizhoui majom mászik a fára lerázni a gyümölcsöt, akkor a yunnani majom 4 kilokalóriányi gyümölcsrészt fogyaszt el, mire a másik lemászik, a guizhoui majomnak 6 kilokalóriára elegendő gyümölcsrész marad. Ha viszont a yunnani mászik a fára, a guizhoui 4 kilokalóriányi gyümölcsrészt megeszik, mielőtt a másik lemászhatna, így annak csak 6 kilokalóriányi gyümölcsrész marad. Ha egyikük sem mászik a fára lerázni a gyümölcsöt, akkor kalóriabevitelük nullával lesz egyenlő. Mivel a terület kellően nagy és beláthatatlan, a majmok önállóan, a másik cselekedetére vonatkozó ismeret hiányában hozzák meg döntéseiket, hogy elinduljanak a túlélést biztosító fáradságos mászásra vagy sem. Ismert, hogy a majmok a gyümölcs megszerzésére fordított energia levonása utáni nettó kalóriabevitelüket maximalizálják.

a) Adjuk meg a játékot reprezentáló kifizetési mátrixot!
b) Melyik majom (ha egyáltalán lesz ilyen) fog fára mászni lerázni a gyümölcsöt?
c) Mekkora lesz a majmok (a gyümölcs megszerzésére fordított energia levonása utáni nettó) kalóriabevitele?

4. Tekintsük az alábbi kifizetési mátrixszal megadott játékot:

		2. játékos		
		A	*B*	*C*
1. játékos	*A*	83; 35	67; 52	76; 42
	B	90; 36	45; 22	42; 64
	C	38; 37	73; 41	64; 39

a) Van-e a játékosoknak domináns stratégiája?
b) Van-e a játékosoknak szigorúan dominált stratégiája? Ha igen, adjuk meg, hogy mely stratégia által domináltak ezek!
c) Hány stratégiaprofil marad meg a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése után?

5. Az alábbi kifizetési mátrixszal adott játékban mi lesz a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésének eredménye? Adjuk meg az iterációs eljárás lépéseit!

		2. játékos		
		L	*M*	*R*
1. játékos	*S*	3; 1	2; 3	10; 2
	T	4; 5	3; 0	6; 4
	V	2; 2	5; 4	12; 3
	Z	5; 6	4; 5	9; 7

6. Két játékosnak el kell osztania száz forintot. A játékvezetőnek egymástól függetlenül jelentik be azt az összeget, amelyre igényt tartanak. A játék szabályai szerint csakis egész számú forintösszegeket jelenthetnek be, és ha a bejelentett értékek összege nagyobb, mint száz forint, akkor a játékosok nem kapnak semmit. Amennyiben az összeg legfeljebb száz forint, úgy megkapják az igényelt összegeket!
   a) Melyek lesznek a szigorúan dominált stratégiák?
   b) Melyek lesznek a gyengén dominált stratégiák?
   c) Van-e a játéknak szigorúan domináns stratégiákon alapuló egyensúlya?
7. Tekintsük azt az n szereplős játékot, melyben minden játékos szimultán módon választ egy egész számot 1 és 1000 között. Az a játékos nyer, aki által választott szám a legközelebb esik a választott számok átlagának 3/5-éhez. Amennyiben több ilyen játékos van, akkor köztük sorshúzással döntünk a nyertes kilétét illetően. A szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésének eljárásával mutassuk meg, hogy mindenki az 1-est választja.
8. Két szuperhatalom egymástól függetlenül neutronbomba kifejlesztésének ötletével kacérkodik. Amennyiben csak az egyiküknek sikerül kifejleszteni az adott fegyvert, az lényeges fenyegetettséget jelentene a másikra nézve, és ennek pénzben mérhető haszna van, amely az energiaforrások fölötti ellenőrzés megszerzéséből fakad. Az így nyerhető haszon pontosan ötezer milliárd dollárnak megfelelő. Értelemszerűen a másiknak ugyanilyen nagyságú veszteséggel jár a versenyben való alulmaradás. Amennyiben mindkettőnek sikerül kifejleszteni a szóban forgó pusztító fegyvert, az nem jelent különösebb előnyt egyikük számára sem. A fegyver kifejlesztésének költsége egymilliárd dollárra tehető, és ezen összegből biztosra vehető a fegyver kifejlesztése, ha egyszer a fejlesztés mellett dönt bármelyikük is. (Természetesen, mint minden ilyen probléma esetében, mindkét szuperhatalom haszonmaximalizáló.)
   a) Adjuk meg a fenti fegyverkezési játék kifizetési mátrixát!
   b) Milyen kimenetelre számíthatunk?
9. Két parfümgyártó egymástól függetlenül arra a döntésre jut, hogy termékeinek nagyobb forgalma érdekében rádióban fog hirdetni. Ezt gyakorlatilag a késő délutáni híreket követő órában vagy a reggeli hírműsor után érdemes megtenni. A rádióhallgatók két csoportra oszthatók, azokra, akik reggel, illetve azokra, aki a késő délutáni órákban hallgatják a rádiót. A két csoport között nincs átfedés, akik reggel hallgatják a rádióadást, azok késő délután nem rádióznak, és fordítva. A reggeli műsort hallgatók aránya 30% a rádióhallgatók körében. A többi rádióhallgató késő délután rádiózik. Amennyiben mindkét gyártó ugyanabban az időben reklámoz, akkor a hallgatók 30%-ának fognak külön-külön értékesíteni. Ha különböző időpontban reklámoznak, akkor az aktuális hallgatók 60%-a fogja a reklámozott terméket vásárolni. A gyártók között köztudott tudás minden információ (pl. hogy mindketten döntenek a hirdetés időpontjáról). Mikor érdemes a gyártóknak reklámozni, ha eladásaikat kívánják maximalizálni? Érdemes lenne-e egyeztetni egymással a reklámok időzítését a döntés előtt?

10. Kollegájával egy közös projekten dolgoznak. Mindketten dolgozhatnak keményen vagy ráérősen, azaz lazán. Amennyiben kollegája keményen dolgozik, akkor Ön a lazaságot preferálja (ugyan ha Ön is keményen dolgozna, eredményesebbek lennének, de az ebből származó hasznát kevesebbre értékeli, mint a szükséges erőfeszítéshez társuló áldozatát). Azt a kimenetet, amikor mindketten keményen dolgoznak, többre értékeli, mint azt, ha mindketten lazák, amely esetben semmire sem jutnak a munkát illetően. Az Ön számára elképzelhető legrosszabb kimenetel, amikor Ön keményen dolgozik, míg kollegája a lehető leglazább magatartással jellemezhető. Amennyiben kollégája azonos preferenciarendezéssel jellemezhető, milyen kimenetelre számíthat, ha a döntést egymástól függetlenül hozzák meg?
11. Egy adott termék piacán két azonos vállalat tevékenykedik, melyek Cournot-módon viselkednek. A vállalatok határköltségfüggvénye $MC_i(q_i) = 10$, ahol $i = 1, 2$, továbbá a vállalatok fix költsége 0. Az inverz keresleti függvény $p(Q) = 100 - Q$.
    a) Határozzuk meg a Cournot-játék egyensúlyát – mindkét vállalat termelését – a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésével. Milyen mennyiségeket termelnek a vállalatok egyensúlyban?
    b) Most tegyük fel, hogy a vállalatok nem Cournot-duopóliumot alkotnak, hanem két termelési szint közül választhatnak: vagy 35 egységet vagy 40 egységet termelnek. Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát! (A kifizetések a profitok.) Van-e a játéknak domináns egyensúlyokon alapuló egyensúlya? Pareto-hatékony ez az egyensúly?
    c) Mi lesz a b) feladatban feltett kérdésre adott válasz, ha a két választható termelési szint a 20 és a 30?

Szimultán játékok tiszta stratégai Nash-egyensúlya

12. Tekintsük a következő 2×2-es játékot:

		2. játékos	
		Fel	Le
1. játékos	Fel	$a;\ b$	$c;\ d$
	Le	$e;\ f$	$g;\ h$

    a) Milyen egyenlőtlenségeknek kell teljesülni a kifizetésekre vonatkozóan ahhoz, hogy a (Fel, Fel) stratégiaprofil domináns stratégiákon alapuló egyensúlyt alkosson?
    b) Milyen egyenlőtlenségeknek kell fennállni a kifizetések között ahhoz, hogy a (Fel, Fel) stratégiaprofil Nash-egyensúlyt alkosson?
13. Az alábbi kifizetési mátrixszal adott játék Nash-egyensúlyai megkaphatók-e a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölését alkalmazva? Amennyiben igen, adjuk meg a kiküszöbölés sorrendjét! Amennyiben nem, mi lehet ennek az oka?

		oszlopjátékos				
		A	B	C	D	E
	a	63; −1	28; −1	−2; 0	−2; 45	−3; 19
	b	32; 1	2; 2	2; 5	33; 0	2; 3
sorjátékos	c	54; 1	95; −1	0; 2	4; −1	0; 4
	d	1; −33	−3; 43	−1; 39	1; −12	−1; 17
	e	−22; 0	1; −13	−1; 88	−2; −57	−3; 77

14. Két játékos a következő játékot játssza. Amikor az óramutató pontosan egész percet jelez, mindketten a magasba emelik egyik, vagy esetleg mindkét kezüket. Mivel egymástól függetlenül cselekszenek, ezzel egyidőben mindkét játékos megpróbálja kitalálni azt is, hogy a másik játékos hány keze fog a magasba lendülni. A játékosok akciója tehát egy számpáros: (a, b), ahol az a jelzi, hogy az adott játékos hány kezét emeli fel, míg b, hogy véleménye szerint a másik játékos hány keze lendül a magasba. A szabályok szerint, amennyiben az egyik játékos eltalálja, hogy a másik hány kezét emelte a magasba, míg a másik téved, akkor az előbbi annyiszor 100 forintot kell a társától kapjon, ahány kéz összesen a magasban van. Amennyiben mindkét játékos helyesen tippelt vagy mindketten tévedtek, akkor mindkettejük nyereménye 0.
    a) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
    b) Van-e a játékosoknak domináns stratégiájuk? Van-e a játékosoknak dominált stratégiájuk?
    c) Hány stratégiaprofilt ejthetünk ki a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésével?
    d) Van-e a játéknak Nash-egyensúlya a tiszta stratégiaprofilok halmazán?
15. Legyen egy kétszereplős játék kifizetési mátrixa a következő:

		oszlopjátékos		
		b_1	b_2	b_3
	a_1	5; −5	1; −1	3; −3
sorjátékos	a_2	3; −3	2; −2	4; −4
	a_3	−3; 3	0; 0	1; −1

    a) Határozzuk meg a játékosok legjobbválasz-függvényeit!
    b) Van-e olyan stratégiaprofil, amely mindkét játékos esetében legjobb válasz a másik stratégiájára?
    c) Mi lesz a játék Nash-egyensúlya?
    d) A szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése milyen eredményre vezet?

16. Tekintsük az alábbi kifizetési mátrixszal megadott játékot:

		oszlopjátékos			
		I	*II*	*III*	*IV*
sorjátékos	*X*	0; 0	0; 0	−2; 2	−3; 3
	Y	−1; 1	−3; 3	−2; 2	−1; 1
	V	−3; 3	−2; 2	−5; 5	−1; 1
	Z	−2; 2	−1; 1	−3; 3	−2; 2

a) Határozzuk meg a játékosok legjobbválasz-leképezéseit!
b) A szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésének eljárása milyen eredményre vezet?
c) Van-e a játéknak Nash-egyensúlya a tiszta stratégiák halmazán?

17. Egy idős néni segítségért folyamodik egy forgalmas úton való átkeléskor. Két gyalogos tartózkodik a közelben, de egyetlen személy segítsége is elegendő lenne. Amennyiben mindketten segítenek, az még jobb, ekkor ugyanis gyorsabban átsegíthetik az idős nénit az út túloldalára. A gyalogosok szimultán módon döntenek arról, hogy segítsenek-e a néninek vagy sem. Amennyiben a néninek sikerül átkelni az úttesten, függetlenül attól, hogy ki volt a segítségére, mindketten 3 egységnyi „bruttó" hasznot realizálnak, de aki a segítségére siet, annak a fáradságból adódóan 4 egységnyi haszonvesztéssel kell számolnia. Amennyiben mindketten segítenek, úgy a 4 egységnyi haszonáldozat egyenlően oszlik el kettejük között. Ha a néninek nem sikerül átjutni az út túloldalára, akkor kifizetésük 0.
a) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
b) Van-e a játékosoknak domináns stratégiája?
c) Mi lesz a játék Nash-egyensúlya?

18. Az alábbi normál formában adott játéknak keressük meg a tiszta Nash-egyensúlyait a játékosok legjobbválasz-leképezéseinek meghatározása által!

		oszlopjátékos		
		I	*II*	*III*
sorjátékos	*a*	2; 2	1; 3	0; 1
	b	3; 1	0; 0	0; 0
	c	1; 0	0; 0	0; 0

19. Egy duopólium két vállalatának kifizetései – amennyiben azok szimultán módon döntenek a lehetséges három termelési szint között – a következő táblázattal adhatók meg:

		2. vállalat		
		nem termel	keveset termel	sokat termel
1. vállalat	nem termel	0; 0	0; 1500	0; 2000
	keveset termel	1500; 0	1300; 1300	800; 1400
	sokat termel	2000; 0	1400; 800	500; 500

a) Határozzuk meg a vállalatok legjobb válaszait a másik vállalat lehetséges választásaira!

b) Hány Nash-egyensúlya van a játéknak a tiszta stratégiaprofilok halmazán? Melyek lesznek ezek?
c) A szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésének eljárása során kiejtjük-e valamely Nash-egyensúlyi stratégiaprofilt?

20. Páros és Páratlan az 'Alacsony szám a nyerő' játékot játssza, melynek szabályai a következők: Páratlan választ 1 és 5 között egy páratlan egész számot, míg Páros Páratlannal egyidőben 2 és 6 között egy páros egész számot. A választott két szám közül az alacsonyabb számot választó annak kétszeresét kapja kifizetésként, míg a magasabb számot bejelentő kifizetése a bejelentett alacsony szám lesz.
A gyengén dominált stratégiák iteratív kiküszöbölését alkalmazva határozzuk meg a játék várható kimenetelét! Van ettől eltérő Nash-egyensúly?

21. Két vállalat is fontolóra vette, hogy belép egy újonnan kialakuló piacra. Döntésüket egymástól függetlenül, a másik vállalat vonatkozó döntését nem ismerve kénytelenek meghozni. Ha mindketten belépnek az adott nagyreményű piacra, akkor mindketten veszteségesek lesznek, vállalatonként kétmillió forint veszteséget kénytelenek elkönyvelni. Amennyiben csak az egyikük lépne be a piacra, az tízmilliós nyereséget jelentene számára. A távolmaradás sem nyereséget, sem veszteséget nem von maga után. Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát, és határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyait!

22. Két, egymással szemben elhelyezkedő, konkurens benzinkút 260 Ft/l önköltségi áron vásárolja a 95-ös oktánszámú benzint. Jelenleg 270 Ft/l áron értékesítik az adott üzemanyagot, és a piacot egyenlő arányban szolgálják ki. A benzinkutak tulajdonosai az árak forintra kerekített összegét reggelente, nyitás előtt, egymástól függetlenül határozzák meg, és az adott ár változatlan marad az adott nap folyamán. Mivel fogyasztói hűségről nem beszélhetünk, a fogyasztók az olcsóbb benzinkútnál fognak tankolni. Ha a fogyasztók egy adott napon mindkét benzinkútnál azonos árat figyelnek meg, akkor egyenlő arányban oszlanak meg a vásárlás tekintetében. A tulajdonosok egymástól függetlenül elgondolkodnak az alacsonyabb áron való értékesítés ötletén, hátha ezzel növelhetnék napi profitjukat. Eltervezik (egymástól függetlenül), hogy Karácsonykor bevetik a kigondolt zseniális ötletet. Legalább mekkora árcsökkenésre számíthatunk, ha ismert, hogy – mint mindig, Karácsonykor is – összesen 100-an fognak tankolni? Adjuk meg a játék tiszta Nash-egyensúlyait! (A vállalatok természetesen profitmaximalizálók.) Mit mondhatunk az egyensúlyi árazásokról?

23. A legjobbválasz-függvények meghatározásával keressük meg egy olyan kétszereplős játék Nash-egyensúlyát, amelyben a játékosok akcióhalmaza a nemnegatív számok halmaza, a játékosok kifizető függvényei pedig:
$u_1(a_1, a_2) = a_1(a_2 - a_1)$, illetve $u_2(a_1, a_2) = a_2(1 - a_1 - a_2)$.

24. Három személy egymástól függetlenül választ egy egész számot 2 és 9 között. Amennyiben mindhárman azonosan választottak, úgy kifizetésként mindannyian megkapják az adott szám százszorosát forintban. Amennyi-

ben viszont különbözőképpen választanak, úgy a választott számok százszorosával megegyező forintösszeget be kell fizetniük külön-külön a játékvezetőnek.
Hány Nash-egyensúlya van a játéknak a tiszta stratégiák halmazán?

25. Tegyük fel, hogy két munkatárs egy közös projekt keretében különböző erőfeszítés mellett dolgozhat. Az erőfeszítés $e_i \in [0, t]$ (ahol $i = 1, 2$ és $t > \frac{1}{2}$) szintje $c(e_i)$ haszonáldozattal jár. A munka végeredménye a választott erőfeszítésektől függően $f(e_1, e_2)$. Tudjuk, hogy az adott végeredmény fölött azonos arányban osztoznak a (haszonmaximalizó) játékosok. Ismert továbbá, hogy a játékosok egymástól függetlenül, a másik döntését nem ismerve hozzák meg az erőfeszítésükre vonatkozó döntésüket. Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyát, ha
    a) $f(e_1, e_2) = 3e_1e_2$ és $c(e_i) = e_i^2$;
    b) $f(e_1, e_2) = 4e_1e_2$ és $c(e_i) = e_i$.
    c) Melyik fenti esetben létezik az erőfeszítéseknek olyan szintje, amely mellett a játékosok jobb eredményt tudhatnának magukénak, mint a Nash-egyensúly esetén?

26. Egy fiatal pár az esti koncertkínálaton csemegézik egy telefonbeszélgetés közben. Az adott nap két előadóművész, egy indiai tablavirtuóz és egy dél-amerikai pánsípos ad koncertet. Mindkettő élvezetesnek ígérkezik, bár a lány inkább a pánsípos koncertjére menne, míg párja inkább a tablaestre. Mivel a közösen eltöltött idő mindkettejük számára élvezetesebb, mintha külön-külön mennének az általuk kedvelt koncertekre, mindketten többre értékelik, ha együtt tölthetik az estét, még abban az esetben is, ha ezen idő alatt a kevésbé preferált koncerten kell résztvenniük. Ugyanakkor mindketten külön-külön preferálják azt az esetet, ha olyan koncerten élvezhetik egymás társaságát, amelyiket élvezetesebbnek találnak. Ha azonban különböző koncertre mennek, akkor ugyanolyan rosszul érzik magukat abban az esetben is, ha az általuk kedvelt előadást hallgatják, mint amikor a kevésbé kedveltet. A lány telefonja sajnos lemerült, mielőtt megegyeznének az esti találkozást illetően.
    a) A fenti konfliktusszituációnak adjuk meg egy azt reprezentáló kifizetési mátrixát!
    b) Van-e a játékosoknak domináns stratégiája?
    c) Mely stratégiaprofilok lesznek Nash-egyensúlyiak a tiszta stratégiaprofilok halmazán?

27. Tekintsük az alábbi normál formában adott szimultán játékokat! Keressük meg a Nash-egyensúlyokat! Pareto-hatékony eredményt kapunk-e az egyes esetekben?
    a)

		oszlopjátékos	
		b_1	b_2
sorjátékos	a_1	$-1;\ -1$	$-10;\ 0$
	a_2	$0;\ -10$	$10;\ 10$

b)

		oszlopjátékos b_1	b_2
sorjátékos	a_1	$-1;\ -1$	$-10;\ 0$
	a_2	$0;\ -10$	$-6;\ -6$

c)

		oszlopjátékos b_1	b_2
sorjátékos	a_1	$0;\ 0$	$-1;\ 5$
	a_2	$5;\ -1$	$-5;\ -5$

28. Két vadász medvevadászatra indul. Ahhoz, hogy sikeres legyen az akció, mindkettejük együttműködésére szükség van. Ha valamelyik vadász nyugtalanságából adódóan elkóborolna a kijelölt helyről, akkor egy vaddisznó elejtését biztosra veheti, de ebben az esetben a medve kilövése lehetetlenné válik. A másik vadász a helyén maradva még egy vaddisznót sem lőhet, azonban ha ő is elkóborol, akkor ő biztosan kilő egy vaddisznót, akár ott marad a társa, akár nem. Mindketten többre értékelik a medve trófeájának felét, mint egy-egy vaddisznó kilövését. Amennyiben mindketten türelmesek, akkor a várakozással töltött unalmas időért a medve trófeája bőségesen kárpótolja őket.
    a) Adjunk meg egy lehetséges kifizetési mátrixot, mely a fenti játékot reprezentálja.
    b) Mely stratégiaprofilok alkotnak Nash-egyensúlyt?
29. Tekintsük az előző feladat játékának n szereplős változatát. Tudjuk, hogy a medve kilövéséhez már m vadász együttműködése is elegendő, ahol $2 \leq m \leq n$, és a kilőtt medvéből csakis az elejtésében együttműködő vadászok részesülnek, méghozzá egyenlő arányban.
    a) Tegyük fel, hogy a vadászok továbbra is többre értékelnek $1/n$ medvét, mint egy kilőtt vaddisznót. Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyait!
    b) Tegyük fel, hogy minden vadász a medve $1/k$-ad részét preferálja a vaddisznóval szemben, de minden ennél kisebb hányad esetén többre értékel egy vaddisznót, mint a medve adott hányadát. Feltesszük, hogy $m \leq k \leq n$. Határozzuk meg ennek a játéknak a Nash-egyensúlyait!
30. Egy választáson két jelölt, A és B verseng egymással. Ha mindenki elmenne szavazni, akkor az A jelöltre k számú, a B-re $m = n - k$ számú választó szavazna. Mind k mind m értéke a választók között köztudott tudás. A választást az nyeri, aki több szavazatot kap. Minden egyes szavazó a szavazás napján önállóan dönti el, hogy elmenjen-e szavazni, ami c nagyságú költséggel jár, ahol $0 < c < 1$, vagy fölöslegesnek tartva azt, inkább távol marad a szavazástól. Egy olyan szavazó, aki nem szavazott, de a számára kedves jelölt nyeri meg a választásokat, 2 nagyságú kifizetést realizál. A szavazáson részt nem vevő szavazó kifizetése 1, ha támogatott jelöltje ugyanannyi szavazatot kap, mint annak ellenfele, míg 0, ha az adott jelölt elveszíti a választásokat. Egy olyan szavazó, aki részt vesz a szavazásokon $2 - c$, $1 - c$, $-c$ kifizetéseket ér el a megfelelő esetekben.
    a) Tegyük fel, hogy $m = k$. Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyát.
    b) Mi lesz a Nash-egyensúly a tiszta stratégiák halmazán, ha a $k < m$?

31. Tekintsük három fényképezőgépgyártó vállalat ($i = C, N, P$) versenyét, amelyben minden vállalat vagy csak analóg (a), vagy csak digitális (d) gépvázakat gyárthat, de mindkettőt egyszerre nem. Jelölje S_i a gyártók stratégiahalmazát, illetve π_i a versenyben elért profitok nagyságát. Ekkor

$$\pi_i = \begin{cases} \alpha & \text{ha } s_j = a, \forall j = C, N, P \\ \alpha & \text{ha } s_j = d, \forall j = C, N, P \\ \beta & \text{ha } s_i = a, \text{ és } s_j = d, \forall j \neq i \\ \beta & \text{ha } s_i = d, \text{ és } s_j = a, \forall j \neq i \\ \gamma & \text{ha } s_i = s_j = a, \text{ és } s_k = d, j \neq i \neq k \\ \gamma & \text{ha } s_i = s_j = d, \text{ és } s_k = a, j \neq i \neq k \end{cases}$$

   a) Létezik-e a tiszta stratégiák halmazán Nash-egyensúly, ha $\beta > \gamma > > \alpha > 0$?
   b) Létezik-e a tiszta stratégiák halmazán Nash-egyensúly, ha $\beta > \alpha > > \gamma > 0$?

Szimultán játékok kevert stratégiai Nash-egyensúlya

32. Két játékos a következő érmepárosításos játékot játssza: mindketten, egymástól függetlenül, szimultán módon döntenek arról, hogy a kezükben levő 100 forintos pénzérmét fej vagy írás oldalával felfelé helyezik-e az asztalra. Amennyiben mindkét játékos azonos oldallal felfelé helyezi el az érmét az asztalon, akkor az oszlopjátékos elnyeri a sorjátékos pénzét, ellenkező esetben a sorjátékos nyeri el az oszlopjátékos száz forintját.
   a) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
   b) Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyát a tiszta stratégiák halmazán!
   c) Határozzuk meg a legjobbválasz-leképezéseket!
   d) Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyát a játék kevert bővítésén!

33. Egy fiatal pár az esti koncertkínálaton csemegézik egy telefonbeszélgetés közben. Az adott nap két előadóművész, egy indiai tablavirtuóz és egy dél-amerikai pánsípos ad koncertet. Mindkettő élvezetesnek ígérkezik, bár a lány inkább a pánsípos koncertjére menne, míg párja inkább a tablaestre. Mivel a közösen eltöltött idő mindkettejük számára élvezetesebb, mintha külön-külön mennének az általuk kedvelt koncertekre, mindketten többre értékelik, ha együtt tölthetik az estét, még abban az esetben is, ha ezen idő alatt a kevésbé preferált koncerten kell részt venniük. Ugyanakkor mindketten külön-külön preferálják azt az esetet, ha olyan koncerten élvezhetik egymás társaságát, amelyiket élvezetesebbnek találnak. Ha azonban különböző koncertre mennek, abban az esetben ugyanolyan rosszul érzik magukat akkor is, ha az általuk kedvelt előadást hallgatják, mint amikor a kevésbé kedveltet. A lány telefonja sajnos lemerül mielőtt megegyeznének az esti találkozást illetően.
   Tekintsük ennek a játéknak a kevert bővítését.
   a) Határozzuk meg a legjobbválasz-leképezéseket!
   b) Milyen valószínűséggel fognak mindketten az indiai előadó koncertjén részt venni kevert stratégiai Nash-egyensúly esetén?

34. Tekintsük a következő kifizetési mátrixszal adott játék kevert bővítését:

		oszlopjátékos	
		o_1	o_2
sorjátékos	s_1	5; 5	1; 6
	s_2	6; 1	0; 0

a) Határozzuk meg a legjobbválasz-leképezéseket!
b) Melyek lesznek a Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok a tiszta stratégiák halmazán?
c) Melyek lesznek a Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok a játék kevert bővítésén?

35. Az alábbi játékban melyek lesznek a tiszta stratégiai Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok? Mutassuk meg, hogy a játéknak nincs valódi kevert stratégiai Nash-egyensúlya!

		2. játékos		
		b_1	b_2	b_3
1. játékos	a_1	5; −10	−10; 5	0; 0
	a_2	−10; 5	5; −10	0; 0
	a_3	0; 0	0; 0	0; 0

36. Keressük meg az alábbi kifizetési mátrixszal adott játék kevert bővítésének összes Nash-egyensúlyát!

		2. játékos		
		a	b	c
1. játékos	t	2; 2	0; 3	1; 3
	s	3; 2	1; 1	0; 2

37. Egy csatár a büntetőt rúghatja a jobb, vagy a bal sarokra. A kapus hasonlóképp vetődhet jobbra vagy balra. Az alábbi táblázat a különböző lehetőségek melletti sikeres büntetőrúgás sokéves megfigyelések alapján a gól számított valószínűségeit tartalmazza a két játékos döntésének függvényében.

		kapus	
		jobbra vetődés	balra vetődés
csatár	jobbra rúgás	0; 60	0; 90
	balra rúgás	0; 95	0; 75

Milyen valószínűséggel fogja a játékos belőni a büntetőt, ha mindkét játékos az egyensúlyi kevert Nash-stratégiáját játssza?

38. Az állatok magatartását tanulmányozva megfigyelhető, hogy bizonyos konfliktusszituációkban vagy viaskodnak (keményen viselkednek) egymással, vagy pedig menekülnek az ellenfél elől (feladják). Az alábbi kifizetési mátrix egy ilyen esetet reprezentál a nyulak esetében:

		B típus	
		b_1 (viaskodik)	b_2 (menekül)
A típus	a_1 (viaskodik)	0; 0	0; 4
	a_2 (menekül)	4; 0	−1; −1

a) Határozzuk meg a játékosok legjobbválasz-leképezéseit!
b) Határozzuk meg a játék kevert bővítésének Nash-egyensúlyait!
c) Milyen várható kifizetéseket realizálnak a játékosok egyensúlyokban?

39. Két játékos a következő kifizetési mátrixszal megadott játékot játssza. Az oszlopjátékos három lehetséges alternatíva, míg a sorjátékos két alternatíva közül választhat. A lehetséges kimenetelek esetén az alábbi mátrix kifizetéseit realizálják

		oszlopjátékos		
		jobbra	középre	balra
sorjátékos	fel	1; −1	6; −6	5; −5
	le	4; −4	0; 0	2; −2

Határozzuk meg a játék kevert bővítésének Nash-egyensúlyait!

40. A Nemzetközi Atomügynökség és egy atomfegyvert titokban kifejleszteni kívánó ország konfliktusában az Atomügynökség két lehetséges alternatíva közül választhat: vagy véletlenszerű ellenőrzést végez az adott ország bizonyos létesítményeiben, vagy megrohamozza az országot. Az atomfegyver kifejlesztésén munkálkodók vagy megsemmisíthetik addigi eredményeiket vagy elrejthetik azokat. Egy ellenőrzés során az elrejtett kezdetleges fegyverek létéről nem szerez tudomást a világ, míg ha megrohamozzák az országot, akkor fény derül az elrejtett bizonyítékokra. A játék az alábbi normál formával adható meg:

		Nemzetközi Atomügynökség	
		ellenőriz	megrohamoz
Fejlesztő ország	megsemmisít	1; 1	−4; 2
	elrejt	5; 1	−5; 5

a) Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyait a játék kevert bővítésén!
b) Amennyiben megrohamozzák az országot, milyen valószínűséggel fognak elrejtett fegyvereket találni, ha mindkét fél a kevert egyensúlyi stratégiáját játssza?

41. A 18. században Anglia és Franciaország számos háborút vívott egymással. Úgy tűnt, hogy minden lehetséges konfliktushelyzet nagy valószínűséggel háborúhoz vezet. Vizsgáljuk meg ennek okát! Tegyük fel, hogy mindkét ország egy adott konfliktusszituációban két lehetséges stratégiát követhet: vagy agresszívan viselkedik, vagy pedig békéltető szándékú magatartást követ. Amennyiben mindkét fél agresszív, úgy a háború kialakulása biztosra vehető, de minden más esetben elkerülhető az összecsapás. A játék normál formája a következő:

		Franciaország agresszív	békülékeny
Anglia	agresszív	$-3;\ -3$	$5;\ -1$
	békülékeny	$-1;\ 5$	$0;\ 0$

Milyen valószínűséggel alakul ki fizikai összecsapás a lehetséges konfliktusszituációkban, ha mindkét ország az egyensúlyi valódi kevert stratégiának megfelelően viselkedik?

42. [1]Az ifjú John Nash egy barátjával a Princeton Egyetemhez közeli ivóban üldögél, amikor belép az ivóba egy szőke és két barna lány. A fiatalemberek szívesen megismerkednének a lányokkal, de bármelyik fiatalember csak azzal a lánnyal ismerkedhet meg, akihez odamegy, és bemutatkozik neki. A fiatalemberek szimultán módon döntenek arról, hogy ki, melyik lányhoz megy oda. A szőke lány mindkettejüknek jobban tetszik, így aki vele ismerkedik meg, annak a kifizetése 10, aki egy barna lánnyal ismerkedik meg, kifizetése 5, aki pedig senkivel, annak 0. Sajnos a szőke lány igen finnyás, ha ketten mennek oda hozzá, akkor mindkettejüket visszautasítja, ráadásul az így visszautasított fiatalembereket a barna lányok is visszautasítják, mert megsértődnek. (A barna lányoknál az egyidejű bemutatkozás nem jelent ilyen problémát, azaz egy barna lánnyal bárki megismerkedhet, akit nem utasított vissza a szőke.) Milyen valószínűséggel ismerkedik meg John Nash (a róla elnevezett valódi kevert egyensúlyban) a szőke lánnyal?

43. Két kicsi kecske baktat egymással szemben egy ösvényen. Útjukat patak keresztezi, amelyen egy híd vezet át, amelyen egyszerre csak egy kecske mehet át. Ha mindketten egyszerre indulnak el, akkor biztosan fellökik egymást, és a patakba zuhanva életüket vesztik. Ha csak az egyik indul el, akkor az dicsőséggel (kecsketársai magasztalása mellett) átjut, és közben a másik egy kicsit távolabbi híd felé kerülve, szintén hamarosan átér. Ha mind a ketten kerülnek, akkor a másik hídon is hasonló helyzet alakul ki, de addigra már megtanulják, hogy csak egyikük menjen vissza az eredeti hídra. Ekkor viszont már mindkét kecske megszégyenül társaik előtt. Az egyes esetekre vonatkozó kifizetésüket az alábbi kifizetési mátrix tartalmazza.

		2. kecske elindul	kerül
1. kecske	elindul	$-25;\ -25$	$15;\ 5$
	kerül	$5;\ 15$	$10;\ 10$

a) Határozzuk meg a fenti játék valamennyi Nash-egyensúlyát!
b) Hogyan változik a kevert stratégiai egyensúlyban az elindul valószínűsége, ha a halál még elviselhetetlenebbnek tűnik a két kecske számára?

44. Ádám és Éva sportrajongók. Ádám elsősorban a futballmérkőzéseket kedveli, Éva pedig futóversenyeken szeret drukkolni. A két fiatal szerelmes lesz egymásba, de néhány év múlva haraggal válnak el.

[1]Ezt a feladatot a szerző Gömöri András óráján hallotta.

a) Az alábbi két normál forma közül melyik szól szerelmes, és melyik haragos időszakukról?

		Éva futball	*Éva* futás
Ádám	futball	10; 5	0; 0
	futás	0; 0	5; 10

		Éva futball	*Éva* futás
Ádám	futball	0; −1	10; 5
	futás	5; 10	−1; 0

b) Határozzuk meg mindkét esetben a valódi kevert Nash-egyensúlyt!

45. Két játékos (Elek és Béni) szimultán módon választanak az 1, 2, 3 számok közül egyet. Amennyiben a választott számok megegyeznek, úgy Elek fizet Béninek 300 forintot, minden más esetben Elek kap Bénitől 100 forintot.
   a) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
   b) Mutassuk meg, hogy a tiszta stratégiák halmazán nincs Nash-egyensúly!
   c) Adjuk meg a játék kevert bővítésének Nash-egyensúlyát!

46. Tekintsük a „kő-papír-olló” játék egy aszimmetrikus változatát. Az olló elvágja a papirt, a papír becsomagolja a követ, de a kő összetörheti az ollót. Tegyük fel, hogy az 1. játékos, amennyiben ő a kő alternatíváját választja, míg a 2. játékos az ollót, akkor 200 forintot nyer a 2-től, míg minden más esetben a vesztes 100 forintot fizet a nyertes játékosnak.
   a) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
   b) Mi lesz a játék kevert bővítésének egyensúlya?
   c) Miben különbözik a kapott egyensúly ahhoz az esethez képest, amikor nincs ilyen aszimmetria a kifizetéseket illetően? Mivel magyarázhatjuk a különbséget?

47. Ön egy sikeres vállalkozó, és azon töpreng, hogy egy nemrégiben kifejlesztett és jövőre bemutatandó termékből mennyit gyártasson előre. Két lehetséges alternatívája van: vagy sokat gyártat, bízva a gazdasági fellendülésben és az ezzel társuló fogyasztói költekezésben, vagy keveset, egy kevésbé optimális eshetőségre való tekintettel. A kormányzat az adók mértékével erősen befolyásolja a jövő évi gazdasági teljesítményt. Két alternatívát vettek fontolóra: vagy magas adót vetnek ki, vagy alacsonyan tartják az adók szintjét. Ön azt feltételezi, hogy a kormányzat optimális kevert stratégiát játszik Ön ellen, ebben a kétszereplős játékban. A lehetséges kimenetelek melletti várható profitját és a kormányzat célfüggvényértékeit az alábbi táblázat tartalmazza:

		Vállalkozó kis mennyiség	*Vállalkozó* nagy mennyiség
Kormányzat	magas adó	4; 3	6; 9
	alacsony adó	5;-1	5;-5

Mi lesz az Ön optimális kevert stratégiája, és mekkora várható profitra számíthat?

Nem-kooperatív dinamikus játékok, alapfogalmak és egyensúlyi stratégiák

48. Két játékos a következő játékot játssza: kezdetben az A játékos választ a C és a D alternatívák közül. Ha a D-t választja, akkor a játék véget ér, és az A játékos 2, a B játékos 0 kifizetést realizál. Ha az A játékos a C alternatívát választja, akkor a B játékos következik, és választhat az F, illetve az E alternatívák közül. Az első esetben a játék véget ér, és a játékosok 3, illetve 1 kifizetést kapnak, míg a második esetben a játék tovább folytatódik, és ismételten az A játékos dönt, hogy melyiket választja a H és a G alternatívák közül, majd a játék véget ér. Amennyiben a H-t választja, mindkét játékos kifizetése 0 lesz, míg a G választása esetén a kifizetések értéke 1, illetve 2.
    a) Adjuk meg a játék extenzív formáját!
    b) Hány részjátéka van a játéknak?
    c) Mi lesz a játék egyensúlyi lejátszása?
49. Két játékos a következő tökéletes információs játékot játssza: Először az 1. játékos választ, hogy jobbra (J) vagy balra (B) menjen-e. Ha a B-t választja, akkor a játék véget ér, mindkét játékos 10 kifizetést kap. Ellenkező esetben a 2. játékos lép, és választ a fel (F) és le (L) közül. Az F választása esetén véget ér a játék, és mindkét játékos kifizetése 5. Ellenkező esetben ismét az 1. játékos lép, és választ az előre (E) és a hátra (H) közül, majd a játék véget ér. E választása esetén a kifizetések $(6, 1)$, míg H választása esetén $(1, 6)$.
    a) Adjuk meg a játék extenzív formáját!
    b) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
    c) Határozzuk meg a játék valamennyi Nash-egyensúlyát a tiszta stratégiák halmazán!
    d) Minden Nash-egyensúlyhoz adjuk meg a gyengén dominált stratégiák kiküszöbölésének egy olyan sorrendjét, amelyik az illető Nash-egyensúlyt eredményezi!
    e) Hány részjáték tökéletes Nash-egyensúlya van a játéknak?
50. Egy piacon egyetlen vállalat (M) tevékenykedik, azonban egy külső vállalat (B) a piacra való belépést fontolgatja. Először a belépni szándékozó dönt a belépésről, lehetséges alternatívái a belépés, illetve a távolmaradás. Ha a távolmaradást választja, a vállalatok kifizetése $(0, 5)$ lesz, ahol az első szám a belépni szándékozó, a második a bentlévő vállalat kifizetését reprezentálja. Amennyiben a belépni szándékozó a belépés mellett dönt, akkor a piacon levő monopóliumnak el kell döntenie, hogy keményen, közepesen vagy esetleg gyengén reagál a belépésre. A különböző alternatívák melletti kifizetések a $(-3, 0)$, $(-1, 1)$ illetve $(2, 2)$, ahol az első szám továbbra is a belépni szándékozó kifizetése.
    a) Adjuk meg a játék extenzív formáját!
    b) Adjuk meg a játékot reprezentáló normál formát!
    c) Határozzuk meg a Nash-egyensúlyokat a tiszta stratégiák halmazán!

d) Mi lesz a játék részjáték tökéletes egyensúlya?
e) Mi lehet az oka annak, hogy a belépéstől való elrettentés, ami az egyik Nash-egyensúly nem részjáték tökéletes egyensúly?

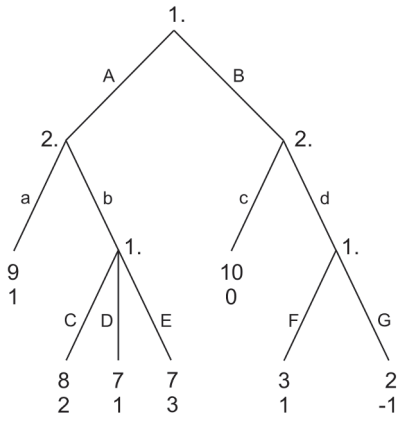
51. Tekintsük a következő egyszerű kétszereplős játékot: az 1. játékos három lehetséges alternatíva, az A, B és C közül választ. Ha a C-t választja, akkor a játék véget ér, és az 1. játékos kifizetése 1, míg a másik játékosé 3 lesz. Ha C-től eltérő alternatívát választ, akkor a 2. játékos következik, aki a D és E alternatívák közül választhat, anélkül, hogy tudná, hogy az 1. játékos a két alternatíva közül melyiket választotta. Amennyiben a választott alternatívák az A és a D, akkor a kifizetések 2, illetve 1. Az A és az E választások mindkét játékosnak 0 kifizetést eredményeznek, a B, D lejátszás 0-t és 2-t, míg a B, E lejátszás 0-t és 1-et.
a) Adjuk meg a játék extenzív formáját!
b) Adjuk meg a játék normál formáját!
c) Határozzuk meg a Nash-egyensúlyokat a tiszta stratégiaprofilok halmazán!
d) Mi lesz a játék részjáték tökéletes egyensúlya?

52. Tegyük fel, hogy három testvér, Aladár, Ábel és Béni egy tortán osztozkodnak, a következő döntési szabályt alkalmazva: Aladár, mint a legidősebb, tesz egy javaslatot a felosztást illetően. Ezt követően Ábel és Béni egymástól függetlenül, egyszerre választ az elfogadás, illetve az elutasítás lehetőségei közül. Amennyiben mindketten elfogadják az adott felosztásra tett javaslatot, akkor annak alapján osztják el egymás közt a tortát, míg minden más esetben a szülők, megelőzendő a további civakodást, a szomszéd gyereknek ajándékozzák a tortát. Mindhárman telíthetetlenek a tortából, és egyiküknek sem jelent különösebb hasznot a szomszéd gyerek tortafogyasztása. Határozzuk meg a játék részjáték tökéletes egyensúlyát, ha a (haszonmaximalizáló) testvérek közül mindenki inkább egy testvér tortafogyasztását preferálja a szomszéd gyerek tortafogyasztásával szemben!

53. Tegyük fel, hogy két játékosnak, A-nak és B-nek meg kell osztania ezer forintot. Naponta csak egy ajánlat tehető és legfeljebb három napig alkudoznak. Az első és az utolsó alkunapon az A tesz ajánlatot, a másodikon a B. Az ajánlatot vagy elfogadja a másik fél, vagy elutasítja. Ha három napon belül nincs megállapodás, akkor mindkét játékos üres zsebbel távozik. Amennyiben valamely ajánlat elfogadásra kerül, akkor vége az alkunak, és az elfogadott ajánlat szerint osztoznak a játékosok. Az A játékos számára egy forint a-szorosát éri az előző napinak, míg a B játékosnak egy forint az előző napi érték b-szeresét. Tudjuk, hogy $0 < a, b < 1$. Feltesszük, hogy közömbösség esetén (azaz, ha egy játékos az ajánlat elfogadásával ugyanolyan jól jár, mintha nem fogadná el) a játékosok mindig elfogadják az aktuális ajánlatot. (Természetesen a játékosok haszonmaximalizálók, és forintban telíthetetlenek.) Határozzuk meg a játék részjáték tökéletes egyensúlyát, ha ismert, hogy $1000b(1-a) \in \mathbb{N}$.

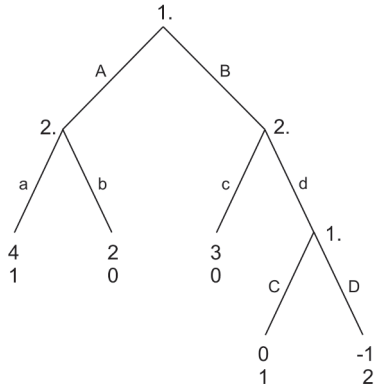
54. Ádám és Éva közt megromlott a kapcsolat, válóperes tárgyaláson vesznek részt. Kettejük együttes vagyona 10 millió Ft készpénz. Az infláció miatt a pénz minden évben 10%-ot veszít értékéből. Egy évben mindössze egy tárgyalást hajlandó a bíróság lefolytatni. Először Ádám tesz javaslatot Évának, hogyan osszák fel a pénzt. Ezt Éva vagy elfogadja, és akkor már az első évben megegyeznek, vagy visszautasítja, és egy újabb megosztást ajánl. Ádám döntése már a következő évre húzódik. Elfogadhatja a felosztást, de amennyiben ő is visszautasítja, akkor újabb ajánlatot tesz, és így tovább. Ha Ádám és Éva kellőképpen okosak, akkor mikor és hogyan állapodnak meg?

55. Tekintsük az alábbi extenzív alakban adott játékot:



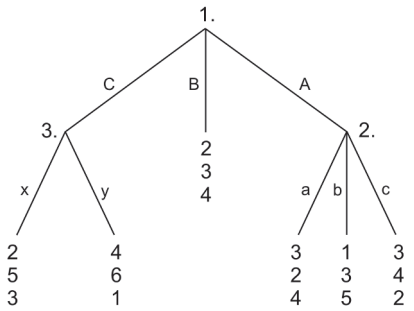
a) Határozzuk meg a játékosok stratégiahalmazát!
b) Határozzuk meg a redukált forma stratégia halmazait!
c) Adjuk meg a játék redukált formáját!
d) Határozzuk meg a redukált forma Nash-egyensúlyait a tiszta stratégiák halmazán!
e) Hány részjátéka van a játéknak?
f) Határozzuk meg a játék részjáték tökéletes egyensúlyát!

56. Egy játék extenzív formája a következő:



a) Írjuk fel a játék normál formáját!
b) Határozzuk meg a normál forma Nash-egyensúlyait!
c) Határozzuk meg a redukált forma Nash-egyensúlyát!
d) Határozzuk meg a játék részjáték tökéletes egyensúlyát!

57. Egy háromszemélyes extenzív formában adott játék a következő:



a) Határozzuk meg a stratégiaprofilok halmazát!
b) Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyait a tiszta stratégiák halmazán! Melyek lesznek a játék részjáték tökéletes egyensúlyai?

58. Az alábbi normál formában adott játéknak adjuk meg egy extenzív formájú reprezentációját! Hány részjátéka van az adott játéknak?

		2. játékos		
		A	B	C
1. játékos	1	$1;\ -1$	$2;\ 2$	$0;\ -3$
	2	$0;\ 0$	$3;\ 3$	$2;\ 0$
	3	$10;\ 3$	$4;\ -1$	$3;\ 10$

59. (Shubik [1954]) Három felfegyverzett gengszter (Al, Bob és Curly) farkasszemet néz egymással egy pénzzel teli bőrönd felett. Al a legpontatlanabb lövő, 20%-os valószínűséggel találja el célpontját, Bob 40%-os valószínűséggel, míg Curly ugyan lassú, de 70%-os valószínűséggel talál célba. Mindegyiküknek messzemenően többet ér a saját életük, mint a táska pénz. A túlélők egyenlő arányban osztozkodnak a pénzen. Mindhárman egyetlen tölténnyel rendelkeznek, és a lövések sorrendje Al, Bob, Curly. Minden gengszter, amikor rá kerül a sor, megpróbálkozik valamelyik társának a lelövésével. Mi lesz a gengszterek egyensúlyi stratégiája?

60. Tekintsük Rosenthal [1981] százlábú játékát. Két játékos 100 periódus keresztül, periódusonként felváltva a továbbhaladás, illetve a megállás mellett dönthetnek. Amennyiben valamely játékos a megállás mellett dönt, úgy vége a játéknak, míg ha a továbbhaladást választja, akkor a másik játékos dönthet a két alternatíva közül. A kifizetések a következőképpen alakulnak: ha az 1. játékos a $(2n-1)$-edik periódusban a megállás mellett dönt, akkor a játékosok kifizetése $(2n, 2n-2)$ lesz, míg ha a 2. játékos dönt a megállás mellett a $2n$-edik fordulóban, akkor $(2n-1, 2n+1)$, ahol $n = 1, 2, ...50$. Amennyiben a játék eléri a 101-edik periódust, a játék $(102, 100)$ kifizetésekkel zárul.
    a) Rajzoljuk fel a játék extenzív formáját!
    b) Mi lesz a játék egyensúlyi lejátszása?

61. Egy kétvállalatos, kétidőszakos játékban az 1. vállalat az első időszakban választ egy $a \geq 0$ reklámtevékenység-szintet. Az adott tevékenység pozitívan hat az iparági eladásokra, az inverz keresleti függvény $p = 2a - q_1 - q_2$. A reklámtevékenység szintjének megfigyelése után, a második időszakban a vállalatok szimultán módon, Cournot-magatartást követve megválasztják termelési szintjüket. A reklámozás költségfüggvénye $c_1(a) = \frac{8a^3}{27}$, míg a termelés költségmentes. Mennyit termelnek a vállalatok a játék részjáték-tökéletes egyensúlyában? Mekkora lesz egyensúlyban a reklámtevékenység szintje?

Speciális szekvenciális játékok: statikus játékok ismétlése

62. Tekintsük az alábbi fogolydilemma típusú játékot.

		2. játékos	
		K	D
1. játékos	K	5; 5	0; 7
	D	7; 0	1; 1

Tegyük fel, hogy a játékot kétszer játsszák egymás után, és ismert, hogy az első lejátszás kimenetele megfigyelhetővé válik mindkét játékos számára a második lejátszás előtt.
    a) Határozzuk meg az alapjáték Nash-egyensúlyát! Pareto-hatékony eredményt kapunk-e?

b) Határozzuk meg a kétszer ismételt játék részjáték tökéletes egyensúlyát! Ebben az esetben Pareto-hatékony lesz-e az eredmény?

63. Az alábbi normál formában adott alapjátékot kétszer játsszák egymás után úgy, hogy az első lejátszás kimenetele megfigyelhetővé válik a második lejátszást megelőzően. Ismert továbbá, hogy a játékosok egyensúlyi stratégiája olyan, hogy amennyiben az első lejátszás során az (a_2, b_2)-kimenetel valósul meg, akkor a második időszakban a magasabb kifizetéseket eredményező alapjátékbeli egyensúlyhoz vezető akciójukat játsszák. Minden más esetben a második időszakban az alapjáték alacsony kifizetésekkel járó egyensúlyához tartozó akciójukat játsszák.

		2. játékos		
		b_1	b_2	b_3
1. játékos	a_1	0; 0	7; −2	3; −1
	a_2	−2; 7	5; 5	0; 6
	a_3	−1; 3	6; 0	3; 3

a) Határozzuk meg az alapjáték tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyait!
b) Határozzuk meg az ismételt játék részjáték tökéletes egyensúlyát a tiszta stratégiák halmazán!
c) Van-e olyan részjáték tökéletes egyensúly, melyben valamely játékosnak olyan akciót is érdemes választani valamely lejátszás során, mely nem egyensúlyi a játék egyszeri lejátszásakor?

64. Tekintsük a következő kifizetési mátrixszal adott játékot:

		2. játékos		
		b_1	b_2	b_3
1. játékos	a_1	2; 2	6; 1	1; 1
	a_2	1; 6	5; 5	1; 1
	a_3	1; 1	1; 1	α; α

Tegyük fel, hogy az adott alapjátékot kétszer játsszák egymás után úgy, hogy az első lejátszás kimenetele ismertté válik a második lejátszás előtt. Ha a játékosok célja a különböző lejátszások során realizált kifizetések összegének maximalizálása, akkor:

a) $\alpha = 1$ esetén határozzuk meg az ismételt játék egyensúlyi lejátszásait, ha feltesszük, hogy a játékosok olyan vélekedéssel rendelkeznek, amelynek alapján, ha az első lejátszás során az (a_2, b_2)-höz tartozó magas kifizetésű kimenetel valósul meg, akkor a második időszakban a magasabb kifizetéseket eredményező egyensúlyt játsszák, míg ha az első lejátszás ennél kisebb kifizetést eredményez, akkor a második időszakban az alacsony kifizetéssel járó egyensúly valósul meg.
b) Milyen α mellett lesz a második lejátszás $(5, 5)$ kifizetéseket eredményező kimenetele az egyensúlyi lejátszás része?

65. Két játékos az alábbi normál formában adott játékot kétszer játssza egymás után úgy, hogy a második lejátszás előtt mindketten megismerik az első lejátszás kimenetelét.

		2. játékos		
		A	*B*	*C*
1. játékos	*A*	1; 1	0; 0	5; 0
	B	0; 0	3; 3	0; 0
	C	0; 0	0; 0	4; 4

A második időszaki kifizetéseket mindketten δ diszkonttényezővel értékelik.

a) Melyek lesznek az egyszeri lejátszás Nash-egyensúlyai a tiszta stratégiák halmazán?

b) Adjunk meg olyan feltételeket, amelyek mellett létezik olyan részjáték tökéletes egyensúly, ahol a játékosok az első lejátszásban a (C, C) stratégiaprofilt játsszák!

66. Az alábbi kifizetési mátrixszal adott Nemek harca játékot végtelenszer ismétlik. A játékosok célja, hogy kifizetéseik diszkontált összegét maximalizálják.

		2. játékos	
		B	*O*
1. játékos	*B*	3; 1	0; 0
	O	0; 0	3; 1

Adjunk meg egy olyan részjáték tökéletes egyensúlyt, melyben a játékosok lejátszásonként átlagosan $(3, 1)$ kifizetést realizálnak.

67. Egy homogén termék piacán két vállalat tevékenykedik. A vállalatok két lehetséges alternatíva közül választhatnak: vagy alacsonyan, vagy magasan áraznak. Az egyes időszakokban elérhető profitjuk az alábbi táblázatban részletezett:

		2. vállalat	
		A	*M*
1. vállalat	*A*	0; 0	3; 0
	M	0; 3	2; 2

Az adott játékot végtelen sokszor ismétlik.

a) Milyen diszkontfaktor mellett lesz a hallgatólagos összejátszás részjáték tökéletes egyensúlyi kimenetel?

b) Részjáték-tökéletes egyensúlyt eredményez-e a szemet szemért, fogat fogért stratégia ebben az ismételt játékban?

68. Egy végtelen időhorizontú piacon két vállalat tevékenykedik. A piac inverz keresleti függvénye minden egyes időszakban a következő alakú:
$P = a - bQ$. A vállalatok költségfüggvénye azonos: $C_i(q_i) = cq_i$, ahol $i = 1, 2$.
Milyen diszkontfaktor mellett lesznek képesek a vállalatok a kartell kikényszerítésére grim stratégia (más néven örök harag stratégia) alkalmazása

mellett, ha ismeretes, hogy a vállalatok döntési változója az általuk termelendő mennyiség, és a működő kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő? Ismert, hogy kartell felbomlása esetén a piacon Cournot-oligopólium alakul ki.

69. Tekintsük azt a végtelen időhorizontú ismételt játékot, amelyben az alapjáték az alábbi kifizetési mátrixszal adott játék kevert bővítése

		oszlopjátékos	
		a_1	b_1
sorjátékos	a_1	5; 5	1; 6
	b_1	6; 1	4; 4

Adjunk meg egy olyan trigger stratégiát, amely időszakonként legalább 5 kifizetést biztosít mindkét játékosnak, elég nagy diszkontráta esetén. Ha van ilyen, akkor adjunk egy alsó korlátot a diszkontrátára!

70. Egy piacon két vállalat, A és B állítja elő ugyanannak a terméknek kicsit módosított változatát. Mindkét vállalat terméke ugyanazon igények kielégítésére szolgál, a fogyasztók kizárólag az áru kinézetére vonatkozó preferenciáik alapján választanak. Ezeket a preferenciákat azonban hirdetéssel erősen befolyásolni tudja a két vállalat. A hirdet és a nem hirdet stratégiáikhoz tartozó éves profitjaikat, millió Ft-ban kifejezve, a következő bimátrix tartalmazza. Jelenleg úgy tűnik, hogy hosszú évekig csak ez a két vállalat fog a piacon tevékenykedni, és az egyes esetekhez kapcsolódó profitkilátásaik se változnak. Tudjuk, hogy a játékot a végtelenségig ismétlik.

		B vállalat	
		Hirdet	Nem hirdet
A vállalat	Hirdet	10; 10	14; 9
	Nem hirdet	9; 14	12; 12

Az A vállalat a szemet szemért, fogat fogért stratégiát alkalmazza. A B vállalat képzetlen igazgatója elrendelte a vállalat hirdetését. A részvényesek tanácsa azonban két év múlva úgy döntött, hogy az igazgató nem biztosítja vállalatuk számára a megfelelő profitot, és kezdeményezték egy új első számú vezető kinevezését. Az új döntéshozó elrendelte a hirdetések megszüntetését, és javasolta, hogy a továbbiakban a B vállalat is a szemet szemért, fogat fogért stratégiát alkalmazza.

a) Vajon milyen diszkonttényezővel kalkulált a B vállalat új igazgatója?
b) Biztos hogy helytelen stratégiát választott a régi igazgató?

71. Egy bizonyos terméket két kisiparos termeli, Nagyvonalú és Kisstílű. A gazdaság túlzott szabályozottságának köszönhetően nem tudnak úgy termelni és értékesíteni, hogy időnként ne súrolnák a törvénytelenség határát. Ezért rendszeres bírságra számíthatnak, ami mérsékli profitjukat. Amennyiben azonban jó viszonyt ápolnak a terület adóhatóságával, akkor csökkenthetik a bírságok mértékét. Ez természetesen anyagi erőfeszítést

igényel tőlük. Az adóhatóságnak is muszáj eredményt produkálnia, így ha valamely évben mindkét kisiparos jó kapcsolatot épít ki a hatósággal, akkor is kénytelenek időnként megbírságolni őket. Ha csak az egyik épít ki jó kapcsolatot velük, akkor abban az évben az illető kisiparost nem bírságolják meg. A két kisiparos kifizetési mátrixát (millió Ft-ban számított éves profitját) a különböző helyzetekre vonatkozóan az alábbi normál forma adja meg. Biztosra vehető, hogy a táblázat által vázolt helyzet sok-sok évig nem fog megváltozni. Tudjuk, hogy a játékot a végtelenségig ismétlik.

		Kisstílű	
		Jó kapcsolatot épít	Nincs kapcsolata
Nagyvonalú	Jó kapcsolatot épít	5; 5	10; 4
	Nincs kapcsolata	4; 10	8; 8

Nagyvonalú először elfogadja a fennálló szabályokat, és nem tesz semmit azért, hogy a helyi adóhatóságot jobb belátásra bírja magával szemben. Mivel azonban így meglehetősen kevés profitot realizál, a következő évben változtat stratégiáján. Kisstílű már az első évben jó kapcsolatot épít ki az adóhatósággal, de azután sokallja az erre fordított pénzt, és nem foglalkozik a kérdéssel. Kettejük közt kialakul egy olyan egyensúlyi helyzet, hogy az egyik évben Nagyvonalú, a másikban Kisstílű ápolja a kapcsolatokat. És ez mindaddig tart, amíg a másik az íratlan szabály alapján tevékenykedik. Amennyiben az egyik évben az egyik kisiparos – az, amelyiknek abban az évben megéri – felrúgja a szabályokat, akkor a következő évben a másik is a domináns stratégiáját játssza. Mekkora diszkonttényező mellett nem érdemes eltérniük a kettejük közt kialakult íratlan szabálytól?

72. Tekintsük az alábbi bimátrixszal adott játékot.

		2. játékos	
		Kooperál	Dezertál
1. játékos	Kooperál	5; 5	0; 10
	Dezertál	10; 0	1; 1

Az adott játékot véges sokszor ismétlik a játékosok, azonban mindketten bizonytalanok a tekintetben, hogy mely lejátszás lesz az utolsó találkozás. Annak a valószínűsége, hogy egy következő időszakban ismételten lejátsszák az adott játékot, p és ez köztudott tudás. Az egyes lejátszások kimenetelei egy további lejátszás előtt megfigyelhetővé válnak a játékosok számára.

a) Legalább mekkora kell legyen egy további lejátszás valószínűsége ahhoz, hogy a játékosoknak érdemes legyen a *kooperációt* választani minden lejátszás során? Tudjuk, hogy mindketten az időszakonként elért kifizetéseik összegét maximalizálják.

b) Legalább mekkorának kell lennie egy további lejátszás valószínűségének ahhoz, hogy a játékosoknak érdemes legyen a *kooperációt* választani

minden lejátszás során? Tudjuk, hogy mindketten az időszakonként elért kifizetéseik δ diszkontfaktorral diszkontált jelenértékét maximalizálják.

73. Tekintsük egy Bertrand-duopólium szuperjátékát. A piaci inverz keresleti görbe legyen a $P(Q) = a - bQ$, ahol $Q = q_1 + q_2$. A vállalatok költségfüggvénye $C_i(q_i) = cq_i$, ahol $i = 1, 2$, és ismert, hogy a vállalatok az egyes lejátszásokban elért kifizetések diszkontált jelenértékét maximalizálják. Mutassuk meg, hogy bármely pozitív, megvalósítható (π_1, π_2) átlagos időszaki kifizetéspárt eredményező stratégiaprofil egyensúlyi, amennyiben a diszkontfaktor kellően közel esik 1-hez.

A hivatkozott művek:

Rosenthal, Robert W. (1981): Games of perfect information, predatory pricing and the chain-store paradox, *Journal of Economic Theory*, Elsevier, vol. 25(1), pages 92–100, August.

Shubik, Martin (1954): Does the Fittest Necessarily Survive? In *Readings in Game Theory and Political Behavior*, (Martin Shubik, ed.), Garden City NJ: Doubleday, 43–46.

4.3. Teljes információs játékok – Megoldások

Tesztkérdések

1. A	2. C	3. A	4. A	5. A	6. C	7. C	8. B	9. A	10. B
11. A	12. B	13. B	14. C	15. B	16. A	17. D	18. A	19. B	20. A
21. D	22. C	23. D	24. B	25. C	26. B	27. A	28. B	29. B	30. B
31. A	32. B	33. C	34. B	35. A	36. C	37. D	38. A	39. C	40. B
41. C	42. A	43. C	44. A	45. A	46. A	47. A	48. C	49. A	50. C
51. A	52. B	53. A	54. D	55. A	56. B	57. B	58. C	59. B	60. A
61. C	62. A	63. C							

Számítási feladatok

1. a)

		2. vállalat	
		reklámoz	nem reklámoz
1. vállalat	reklámoz	270; 270	350; 240
	nem reklámoz	240; 350	320; 320

   b) Mivel mindkét szereplőnek a reklámozás domináns stratégia, ezért a $(reklámoz, reklámoz)$ stratégiaprofil lesz a játék egyensúlyi kimenetele, így a vállalatok 270 millió forint nagyságú profitra tesznek szert.

   c) Nyilvánvalóan igen, hiszen tilalom esetén 320 millió forint nagyságú profitot érnének el, míg a reklámozás melletti profitjuk csupán 270 millió forint.

2. A játék kifizetési mátrixa a következő:

		2. játékos A	*2. játékos* B
1. játékos	A	100; 100	a; b
	B	b; a	0; 0

   a) $0 < a$ és $b < 100$
   b) Nem létezik ilyen a, b valós szám.

3. a)

		yunnani mászik	*yunnani* nem mászik
guizhoui	mászik	5; 3	4; 4
	nem mászik	4; 6	0; 0

   b) A guizhoui majomnak a fára mászás domináns stratégia. Azonban ezen stratégia mellett a yunnani majom kalórianyeresége nem mászás esetén nagyobb, mint mászás esetén, így a játék egyensúlyában a guizhoui majom mászik egyedüliként fel a fára.
   c) Egyensúlyban, a gyümölcs megszerzésére fordított kalóriák levonása után mindkettőnek 4 a kalóriabevitele.

4. a) nincs
   b) A 2. játékos A stratégiája dominált a C stratégiája által.
   c) egy, a (C, B) stratégiaprofil

5. $Z \succ T, R \succ L, V \succ S, V \succ Z, M \succ R$, vagy $Z \succ T, R \succ L, V \succ Z$, $V \succ S, M \succ R$. Az egyensúlyi stratégiaprofil a (V, M)

6. A játék kifizetési mátrixa a következő:

		2. játékos 0	1	2	3	...	99	100
	0	0; 0	0; 1	0; 2	0; 3	...	0; 99	0; 100
	1	1; 0	1; 1	1; 2	1; 3	...	1; 99	0; 0
	2	2; 0	2; 1	2; 2	2; 3	...	0; 0	0; 0
1. játékos	3	3; 0	3; 1	3; 2	3; 3	...	0; 0	0; 0
	...	...	...	...	...	...	...	...
	99	99; 0	99; 1	0; 0	0; 0	...	0; 0	0; 0
	100	100; 0	0; 0	0; 0	0; 0	...	0; 0	0; 0

   a) Amint a kifizetési mátrixból látható, a játékosoknak nincs szigorúan dominált stratégiájuk.
   b) Mindkét játékos esetében a 0 bejelentések gyengén dominált stratégiák.
   c) Mivel a játékosoknak nincs szigorúan domináns stratégiájuk, ezért a játéknak nincs szigorúan domináns stratégiákon alapuló egyensúlya.

7. Első lépésben a játékosok minden 600 ($= \frac{3}{5}1000$)-nál nagyobb számot kihagynak (ezek domináltak), második lépésben minden 360 ($= \frac{3}{5}600$)-nál nagyobbat, harmadik lépésben minden 216 ($= \frac{3}{5}360$)-nál nagyobbat, stb. Az iteráció 13. lépése után minden játékosnak egyetlen stratégiája marad, az 1-es.

8. a)

		2. fejleszt	*2.* nem fejleszt
1.	fejleszt	$-1;\ -1$	$4999;\ -5000$
	nem fejleszt	$-5000;\ 4999$	$0;\ 0$

b) Mivel mindkettőnek a fejlesztés domináns stratégiája, azért a *(fejleszt, fejleszt)* domináns egyensúly lesz a játék kimenetele.

9. A játék kifizetési mátrixa az értékesítés százalékában megadva a következő:

		2. parfümgyártó reggel reklámoz	*2. parfümgyártó* délután reklámoz
1. parfümgyártó	reggel reklámoz	$9;\ 9$	$18;\ 42$
	délután reklámoz	$42;\ 18$	$21;\ 21$

Mivel mindkét gyártónak domináns stratégiája a délutáni hírek után történő reklámozás, ezért délután hirdetnek. Mivel az adott kimenetel Pareto-hatékony, ezért nem érdemes egyeztetniük a döntés előtt.

10. A preferenciarendezésekből adódik, hogy mindkettőjük számára a lazaság domináns stratégia. Éppen ezért Ön és a kollégája is ráérősen állnak a munkához.

11. a) A vállalatok reakciófüggvénye a következő függvénnyel adható meg: $R_i(q_j) = 45 - \frac{1}{2}q_j$, ahol $i, j = 1, 2$, és $i \neq j$. Ábrázolva ezeket a (q_1, q_2) térben látható, hogy mindkét vállalat esetében bármely 45 egységnél nagyobb termelési szint szigorúan dominált (például a 0 termelési szint által). Azonban, ha ezen választásokat kiküszöböljük, akkor egyetlen vállalat sem fog a $[0, \frac{45}{2}]$ termelési intervallumból választani, hiszen ezek az első lépésben kiküszöbölt stratégiákra voltak legjobb válaszok. Az adott gondolatmenetet folytatva látható, hogy egyetlen termelési szint marad meg a kiküszöbölések minden határon túl történő folytatása után, ami nem lesz más, mint a reakciófüggvények metszéspontjához tartozó termelési mennyiségpár. Egyensúlyban tehát a vállalatok termelése $q_1 = q_2 = 30$.

b) A játék kifizetési mátrixa

		2. vállalat $q_2 = 35$	*2. vállalat* $q_2 = 40$
1. vállalat	$q_1 = 35$	$700;\ 700$	$525;\ 600$
	$q_1 = 40$	$600;\ 525$	$400;\ 400$

Ekkor mindkét vállalatnak van domináns stratégiája, éspedig az alacsony termelési szint választása. Az így kialakuló egyensúly Pareto-hatékony is egyben.

c) A játék kifizetési mátrixa

		2. vállalat $q_2 = 20$	*2. vállalat* $q_2 = 30$
1. vállalat	$q_1 = 20$	$1000;\ 1000$	$800;\ 1200$
	$q_1 = 30$	$1200;\ 800$	$900;\ 900$

Ekkor mindkét vállalatnak van domináns stratégiája, éspedig a magas termelési szint választása. Az így kialakuló egyensúly azonban nem Pareto-hatékony, ugyanis mindkét vállalat jobban járna, ha mindketten az alacsony termelési szintet választanák.

12. a) $a > e, c > g, b > d, f > h$,
    b) $a \geqq e, b \geqq d$,
13. Igen, és a játéknak egyetlen Nash-egyensúlya van, a (b, C) stratégiaprofil. Ezt megkaphatjuk például a dominált stratégiák alábbi kiküszöbölésével $c \succ e, C \succ A, c \succ a, C \succ D, b \succ d, E \succ B, b \succ c, C \succ E$,
14. a)

		2. játékos			
		(1; 1)	(1; 2)	(2; 1)	(2; 2)
1. játékos	(1; 1)	0; 0	200; −200	−300; 300	0; 0
	(1; 2)	−200; 200	0; 0	0; 0	300; −300
	(2; 1)	300; −300	0; 0	0; 0	−400; 400
	(2; 2)	0; 0	−300; 300	400; −400	0; 0

    b) Egyik játékosnak sincs sem domináns, sem pedig dominált stratégiája.
    c) Egyetlen egyet sem.
    d) Nincs.
15. a)

$$f_{sorjátékos}(b_i) = \begin{cases} a_1 & ha\ b_i = b_1 \\ a_2 & ha\ b_i = b_2 \\ a_2 & ha\ b_i = b_3 \end{cases}$$

$$f_{oszlopjátékos}(a_i) = \begin{cases} b_2 & ha\ a_i = a_1 \\ b_2 & ha\ a_i = a_2 \\ b_1 & ha\ a_i = a_3 \end{cases}$$

    b) Igen, a b_2-re legjobb válasz az a_2, illetve az a_2-re legjobb válasz a b_2, így az (a_2, b_2) stratégiaprofil kölcsönösen legjobbválasz-stratégiákat tartalmaz.
    c) A játék Nash-egyensúlya az (a_2, b_2) stratégiaprofil.
    d) Egyetlen stratégiaprofil marad az eljárás végén, az (a_2, b_2).
16. a) Az oszlopjátékos legjobbválasz-leképezése a következő:

$$f_{sorjátékos}(o_i) = \begin{cases} X & ha\ o_i = I \\ X & ha\ o_i = II \\ X, Y & ha\ o_i = III \\ Y, V & ha\ o_i = IV \end{cases}$$

    A sorjátékosé:

$$f_{oszlopjátékos}(s_i) = \begin{cases} IV & ha\ s_i = X \\ II & ha\ s_i = Y \\ III & ha\ s_i = V \\ III & ha\ s_i = Z \end{cases}$$

b) A szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésével csupán egyetlen stratégia, az oszlopjátékos I stratégiája hagyható el.

c) Mivel a játékosoknak nincs kölcsönösen legjobb válasza egymás stratégiáira, ezért a játéknak a tiszta stratégiák halmazán nincs Nash-egyensúlya.

17. a) A játék kifizetési mátrixa a következő

		másik gyalogos segít	*másik gyalogos* nem segít
egyik gyalogos	segít	1; 1	−1; 3
	nem segít	3; −1	0; 0

b) A játékosok domináns stratégiája nem segíteni az idős hölgynek.

c) A játék Nash-egyensúlyában egyik gyalogos sem segít az idős néninek.

18. A játékosok legjobbválasz-leképezései a következők:

$$f_s(o_i) = \begin{cases} b & ha\ o_i = I \\ a & ha\ o_i = II \\ a, b, c & ha\ o_i = III \end{cases}$$

$$f_o(s_1) = \begin{cases} II & ha\ s_1 = a \\ I & ha\ s_2 = b \\ I, II, III & ha\ s_3 = c \end{cases}$$

Az (a, II), (b, I), (c, III) stratégiaprofilok stratégiái kölcsönösen legjobb válaszok egymásra, így azok Nash-egyensúlyt alkotnak.

19. a) A vállalatok legjobbválasz-függvényei a következők:

$$f_1(q_i) = \begin{cases} sokat\ termel & ha\ q_2 = nem\ termel \\ sokat\ termel & ha\ q_2 = keveset\ termel \\ keveset\ termel & ha\ q_2 = sokat\ termel \end{cases}$$

$$f_2(q_1) = \begin{cases} sokat\ termel & ha\ q_1 = nem\ termel \\ sokat\ termel & ha\ q_1 = keveset\ termel \\ keveset\ termel & ha\ q_1 = sokat\ termel \end{cases}$$

b) A játéknak két Nash-egyensúlya van, amelyekben az egyik vállalat sokat a másik keveset termel.

c) A szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölésével sosem ejtünk ki Nash-egyensúlyi stratégiaprofilt.

20. A játék kifizetési mátrixa a következő:

		Páratlan 1	*Páratlan* 3	*Páratlan* 5
Páros	2	1; 2	4; 2	4; 2
	4	1; 2	3; 6	8; 4
	6	1; 2	3; 6	5; 10

A gyenge dominancián alapuló iterációs eljárás végén vagy a $(2, 3)$, vagy a $(2, 1)$ stratégiaprofil marad meg, de a két Nash-egyensúly közül az egyik, a kiküszöbölés sorrendjétől függően, mindenképp kiküszöbölésre kerül.

21. A játék kifizetési mátrixa a következő:

		2. vállalat belép	nem lép be
1. vállalat	belép	$-2;\ -2$	$10;\ 0$
	nem lép be	$0;\ 10$	$0;\ 0$

Ennek a játéknak két Nash-egyensúlya van a tiszta stratégák halmazán, a (*belép*, *nem lép be*) illetve a (*nem lép be*, *belép*) stratégiaprofilok.

22. A játéknak három Nash-egyensúlya van a tiszta stratégiák halmazán: mindketten 260 Ft-on értékesítenek, mindketten 261 Ft-on, illetve mindketten 262 Ft-os áron értékesítenek. Éppen ezért legalább 8 Ft-os árcsökkenésre számíthatunk. Egyensúlyban mindkét vállalat azonos áron értékesít, és a fogyasztók felét szolgálja ki.

23. A legjobb válasz a másik játékos választott számértéke mellett az egyik játékos kifizetését maximalizáló számválasztás. Így a legjobbválasz-függvények a következők: $a_1 = BR(a_2) = \frac{a_2}{2}$, $a_2 = BR(a_1) = \frac{1-a_1}{2}$, és a játék Nash-egyensúlyában $a_1 = \frac{1}{5}, a_2 = \frac{2}{5}$.

24. A játéknak csak azon stratégiaprofiljai alkotnak Nash-egyensúlyt, amelyekben a játékosok azonosan választottak, minden más esetben legalább az egyik játékosnak érdemes egyoldalúan eltérni az általa választott stratégiától. Ugyanis azon stratégiaprofilokban, amelyekben két játékos azonosan választott, míg a harmadik tőlük eltérő számot választ, ezen utóbbi játékosnak érdemes egyoldalúan áttérni azon akcióra, amelyet a másik kettő választott. Így ezek a profilok nem alkothatnak Nash-egyensúlyt. Azon profilok, amelyekben mindhárom játékos három különböző számot választ, azért nem lehetnek Nash-egyensúlyiak, mert a legmagasabb számot választónak egyoldalúan érdemes kisebb számot választania, hiszen így kifizetését növelheti (pontosabban a befizetendő összeget csökkentheti). Tehát nyolc stratégiaprofil alkot Nash-egyensúlyt a tiszta stratégiaprofilok halmazán.

25. a) Egy lehetséges, a játékosok preferenciáit reprezentáló hasznossági függvény a következő: $U_i(e_1, e_2) = \frac{1}{2} f_i(e_1, e_2) - c(e_i)$. Ekkor a hasznossági függvények deriválásával megkapjuk a játékosok legjobbválasz-függvényeit, amelyek a következők: $e_1 = b_1(e_2) = \frac{3}{4} e_2$ míg $e_2 = b_2(e_1) = \frac{3}{4} e_1$. Nash-egyensúlyban $e_1 = e_2 = 0$.

b) Ebben az esetben a határhasznok:

$$\frac{\partial U_1}{\partial e_1} = 2e_2 - 1 \begin{cases} > 0 & \text{esetén az 1. játékos optimális döntése } e_1 = b \\ = 0 & \text{esetén az 1. játékos közömbös mit lép} \\ < 0 & \text{esetén az 1. játékos optimális döntése } e_1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial e_2} = 2e_1 - 1 \begin{cases} > 0 & \text{esetén az 2. játékos optimális döntése } e_2 = b \\ = 0 & \text{esetén az 2. játékos közömbös mit lép} \\ < 0 & \text{esetén az 2. játékos optimális döntése } e_2 = 0 \end{cases}$$

Az esetek összevetéséből három tiszta Nash-egyensúly adódik: $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, és (b, b)

c) Az első esetben, ha a játékosok egymással megegyező, de nagyobb mértékű erőfeszítést választanának, úgy mindketten jobban járnának

a Nash-egyensúlyi kimenetelhez képest. A második esetben a (b, b) Nash-egyensúly Pareto-hatékony.

26. a)

		Lány	
		indiai előadó koncertje	dél-amerikai előadó koncertje
Fiú	indiai előadó koncertje	2; 1	0; 0
	dél-amerikai előadó koncertje	0; 0	1; 2

b) A játékosoknak nincs domináns stratégiája.

c) Nash-egyensúlyt azon stratégiaprofilok alkotnak, amelyekben mindketten ugyanarra a koncertre mennek.

27. a) Nash-egyensúly az (a_2, b_2) stratégiaprofil, mely egyben Pareto-hatékony.

b) Nash-egyensúly az (a_2, b_2) stratégiaprofil, azonban ez nem Pareto-hatékony, hiszen (a_1, b_1) esetén mindketten jobban járnának.

c) Két Nash-egyensúlyi stratégiaprofil van, az (a_2, b_1) és a (a_1, b_2). Mindkettő Pareto-hatékony megoldást eredményez.

28. a) Egy lehetséges kifizetési mátrix a következő

		2. vadász	
		türelmesen vár	elkóborol
1. vadász	türelmesen vár	2; 2	0; 1
	elkóborol	1; 0	1; 1

b) Nash-egyensúlyok azok a stratégiaprofilok lesznek, melyben mindketten azonosan cselekszenek, vagy türelmesen várnak, vagy elkóborolnak.

29. a) A játéknak két tiszta stratégiai Nash-egyensúlya van, éspedig azon stratégiaprofilok, amelyekben vagy minden szereplő türelmesen várakozik, vagy minden szereplő elkóborol. Minden más stratégiaprofilban van legalább egy olyan szereplő, akinek érdemes egyoldalúan eltérni aktuális stratégiájától. Tekintsünk egy olyan stratégiaprofilt, amelyben a szereplők stratégiája nem azonos, tehát a vadászok egy része medvére vár, mások elkóborolnak. Megmutatjuk, hogy ilyen stratégiaprofil esetén mindig van olyan vadász, akinek érdemes egyoldalúan eltérni az adott stratégiájától. Egy ilyen stratégiaprofil esetén a következő két eset valamelyike fordulhat elő: (i) legalább m számú vadász vár a medvére, (ii) m-nél kevesebb vadász lesi a medvét. Ha legalább m számú vadász vár a medvére, akkor egy elkóborló vadásznak érdemes egyoldalúan változtatnia a stratégiáján. Ha pedig az adott stratégiaprofil mellett m-nél kevesebb vadász vár a medvére, akkor a medvére várók bármelyikének érdemes eltérnie, mert az elkóborolással biztosan lőhet egy vaddisznót. Azon stratégiaprofilokban, amelyekben mindenki azonosan cselekszik, bármely szereplő egyoldalú stratégiaváltása biztosan

csökkenti annak kifizetését, tehát senkinek nem érdemes egyoldalúan eltérni.

b) A fenti gondolatmenethez hasonlóan beláthatjuk, hogy ebben az esetben azok lesznek a Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok, amelyekben pontosan k számú vadász várakozik (ezek száma $\binom{n}{k}$) , valamint az a stratégiaprofil, amelyben mindenki elkóborol.

30. a) A játéknak a tiszta stratégiák halmazán egyetlen Nash-egyensúlya van, éspedig az, amikor mindenki elmegy szavazni. Ez a stratégiaprofil azért alkot Nash-egyensúlyt, mert bármilyen egyoldalú eltérés csökkenti a távolmaradó kifizetését azáltal, hogy jelöltje a távolmaradás következtében vesztesként végez az adott szavazáson. Annak belátásához, hogy ettől eltérő egyensúly nem létezik, tekintsünk minden olyan stratégiaprofilt amelyben legalább egyvalaki nem megy el szavazni. Tekintsük először azon eseteket, amelyekben a két jelöltre leadott szavazatok közti különbség 1. Ezek azért nem alkothatnak Nash-egyensúlyt, mert a távol maradó szavazó növelhetné kifizetését azáltal, ha egyoldalúan változtatna magatartásán és elmenne szavazni. Azonban minden olyan esetben, amelyben a leadott szavazatok közti különbség legalább 2, akkor a nyertes jelölt szavazói közül bárkinek érdemes lenne egyoldalúan otthon maradni, ugyanis így mentesülne a szavazás költségétől, de a szavazás végkimenetele nem változna meg. Abban az esetben azonban, ha egyetlen szavazó sem megy el szavazni, bárkinek érdemes egyoldalúan eltérni, és elmenni szavazni, ugyanis ezáltal nyertessé tehető jelöltje, minek következtében az adott szavazó kifizetése is növekszik.

b) A játéknak nincs egyensúlya a tiszta stratégiák halmazán. A fenti gondolatmenetet alkalmazva könnyű ennek belátása.

31. a) A tiszta stratégiák halmazán elképzelhető stratégiaprofilok a következők: (a,a,a), (a,a,d), (a,d,a), (d,a,a), (a,d,d), (d,a,d), (d,d,a), (d,d,d). Az ezekhez tartozó kifizetések rendre (α,α,α), (γ,γ,β), (γ,β,γ), (β,γ,γ), (β,γ,γ), (γ,β,γ), (γ,γ,β), (α,α,α). Azok lesznek a Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok, amelyekben bármely két gyártó azonos (analóg vagy digitális) vázat, míg a harmadik gyártó ezektől eltérő vázat gyárt, ugyanis minden más esetben (ha minden gyártó analóg, illetve digitális vázat gyárt) a vállalatok kifizetése a lehető legkisebb, igy bármely vállalatnak érdekében lenne egyoldalúan eltérni választott stratégiájától. Mivel minden olyan esetben, amelyekben két gyártó azonos gépvázat gyárt, míg a harmadik a másik típust értékesíti, a vállalatok egyoldalú eltéréssel nem tudják a profitjukat növelni, így nem érdekeltek a stratégiájuk egyoldalú változtatásán.

b) Az előzőekben megadott kimeneteleket és kifizetéseket figyelembe véve belátható, hogy azok lesznek a Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok, amelyekben bármely két gyártó azonos (analóg vagy digitális) vázat, míg a harmadik gyártó ezektől eltérő vázat gyárt.

32. a)

		oszlopjátékos F	*oszlopjátékos* $Í$
sorjátékos	F	$-100;\ 100$	$100;\ -100$
	$Í$	$100;\ -100$	$-100;\ 100$

b) A játéknak a tiszta stratégiák halmazán nincs Nash-egyensúlya.

c) Jelölje p_1 azt a valószínűséget, amellyel a sorjátékos az F statégiáját játsza, valamint p_2 ugyanezt a valószínűséget az oszlopjátékos esetében.

$$p_1 = b(p_2) = \begin{cases} 1 & ha\ p_2 < 0,5 \\ [0;1] & ha\ p_2 = 0,5 \\ 0 & ha\ p_2 > 0,5 \end{cases}$$

$$p_2 = b(p_1) = \begin{cases} 1 & ha\ p_1 < 0,5 \\ [0;1] & ha\ p_1 = 0,5 \\ 0 & ha\ p_1 > 0,5 \end{cases}$$

d) Mindkét játékos $p = 0,5$ valószínűséggel játssza az $F(fej)$ stratégiát.

33. a) Használjuk a 26. feladat megoldásában megadott kifizetési mátrixot. Jelöljük p_1-gyel azt a valószínűséget, amellyel a lány az indiai előadóművész koncertjére megy, illetve p_2-vel ugyanezt a fiú esetében, Ekkor a legjobbválasz-leképezések a következők:

$$p_1 = b(p_2) = \begin{cases} 0 & ha\ p_2 < \frac{2}{3} \\ [0;1] & ha\ p_2 = \frac{2}{3} \\ 1 & ha\ p_2 > \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$p_2 = b(p_1) = \begin{cases} 0 & ha\ p_1 < \frac{1}{3} \\ [0;1] & ha\ p_1 = \frac{1}{3} \\ 1 & ha\ p_1 > \frac{1}{3} \end{cases}$$

b) Mivel a lány $\frac{1}{3}$ valószínűséggel fog az adott koncertre menni, míg a fiú $\frac{2}{3}$ valószínűséggel, ezért az adott kimenetel valószínűsége $\frac{2}{9}$.

34. a)

$$s_i = b(o_i) = \begin{cases} s_2 & ha\ o_i = o_1 \\ s_1 & ha\ o_i = o_2 \end{cases}$$

$$o_i = b(s_i) = \begin{cases} o_2 & ha\ s_i = s_1 \\ o_1 & ha\ s_i = s_2 \end{cases}$$

b) $(s_1; o_2)$, és $(o_2; s_1)$

c) A valódi kevert egyensúly megkeresését két módszerrel is elvégezhetjük. Tegyük fel, hogy a sorjátékos p valószínűséggel játssza az s_1 stratégiáját, mig $1-p$-vel az s_2-t. Hasonlóképp tegyük fel, hogy az oszlopjátékos q valószínűséggel játssza az o_1-et míg $1-q$-val az o_2-t. Mivel valódi kevert egyensúlyt keresünk, tegyük fel, hogy p, q szigorúan pozitív. Ha az oszlopjátékos a fenti keverést játssza, akkor ez az ő legjobb válasza a

sorjátékos adott stratégiájára, így az oszlopjátékosnak a két tiszta stratégiája ugyanakkora várható kifizetést biztosít számára. Ugyanis, ha az oszlopjátékos valamely tiszta stratégiája nagyobb várható kifizetést biztosítana, akkor ezen magasabb várható kifizetéssel járó stratégiát választaná, tehát 1 valószínűséget rendelne az adott tiszta stratégiához. Az oszlopjátékos várható kifizetése, ha az o_1-et játssza, míg a sorjátékos a fentiek szerint kever: $5p + 1(1-p)$, míg a o_2 választása esetén $6p+0(1-p)$. Ezek egyenlőségéből adódik, hogy $p = \frac{1}{2}$. Így tehát, ha az oszlopjátékos keverése egyensúlyi, akkor erre a legjobb válasza a sorjátékosnak, hogy $\frac{1}{2}$-del keveri a lehetséges tiszta stratégiáit. Ugyanígy kiszámítható, hogy a sorjátékos keverésére az oszlopjátékos legjobb válasza az $\frac{1}{2}$-del való keverés. Így valódi kevert Nash-egyensúlyban mindketten $\frac{1}{2}$-del keverik a tiszta stratégiákat.
Ugyanehhez az eredményhez jutunk a következő módszer alkalmazásával is. Tegyük fel, hogy a játékosok úgy választják meg döntési változójuk értékét, hogy várható kifizetésük maximális legyen. Ekkor a sorjátékos a következő problémával szembesül:
$\max_p 5pq + 1p(1-q) + 6(1-p)q + 0(1-p)(1-q)$, míg az oszlopjátékos problémája: $\max_q 5pq + 6p(1-q) + 1(1-p)q + 0(1-p)(1-q)$. A lineáris függvény zárt intervallumon belüli maximális értékét meghatározva:

$$p = b(q) = \begin{cases} 1 & ha\ q < \frac{1}{2} \\ [0;1] & ha\ q = \frac{1}{2} \\ 0 & ha\ q > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$q = b(p) = \begin{cases} 1 & ha\ p < \frac{1}{2} \\ [0;1] & ha\ p_1 = \frac{1}{2} \\ 0 & ha\ p_1 > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Összességében tehát a játék kevert bővítésén három egyensúly létezik: az $(s_1; o_2)$, valamint a $(s_2; o_1)$, mint a tiszta stratégiákon alapuló egyensúlyok és az a stratégiaprofil, melyben mindkét játékos a tiszta stratégiáit $\frac{1}{2}$ valószínűséggel játssza.

35. A tiszta stratégiák halmazán az egyetlen Nash-egyensúlyi stratégiaprofil a (a_3, b_3). Valódi kevert stratégiát keresve jelöljük p_1-gyel azt a valószínűséget, amellyel a sorjátékos az a_1 stratégiáját, illetve p_2-vel, amellyel az a_2 stratégiáját keveri. A megfelelő feltételekből a következő eredményre jutunk: $p_1 = 2p_2$ és $p_2 = 2p_1$, így tehát nincs valódi kevert egyensúlya a játéknak.

36. A játéknak a tiszta stratégiákon két Nash-egyensúlya van, éspedig az (s, a), illetve a (t, c). A valódi kevert stratégia kiszámításához tekintsük a következő eljárást. Tegyük fel, hogy az 1. *játékos* q valószínűséggel keveri a t stratégiát, míg a 2. *játékos* p_1-gyel az a-t és p_2-vel a b-t. Az 1. *játékos* keverése akkor lesz optimális és legjobb válasz a másik játékos keverésére, ha a különböző tiszta stratégiák választása melletti várható kifizetései megegyeznek. Ugyanez igaz a 2. *játékos* esetében is. Ezen feltételekből kapjuk

a játék kevert stratégiáit, amelyek a következők: $q = 0$, $1 - q = 1$, $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = 0$, $1 - p_1 - p_2 = \frac{1}{2}$, illetve $q = 1$, $1 - q = 0$, $p_1 = 0$, $p_2 = \frac{1}{2}$, $1 - p_1 - p_2 = \frac{1}{2}$. A játék kevert bővítésének egyensúlyai tehát a következők: $(p_t^1 = 0,\ p_s^1 = 1;\ p_a^2 = 1,\ p_b^2 = 0,\ p_c^2 = 0)$, $(1, 0; 0, 0, 1)$, $(0, 1; \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$, $(1, 0; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

37. Amennyiben a játékosok az egyensúlyi kevert stratégiájukat játsszák, akkor a csatár $\frac{2}{5}$ valószínűséggel a büntetőt jobbra rúgja, míg a kapus $\frac{3}{10}$ valószínűséggel fog jobbra vetődni. Ilyen keverés mellett a sikeres büntető valószínűsége $0,81$.

38. a)
$$a_i = f(b_i) = \begin{cases} a_2 & ha\ b_i = b_1 \\ a_1 & ha\ b_i = b_2 \end{cases}$$
$$b_i = f(a_i) = \begin{cases} b_2 & ha\ a_i = a_1 \\ b_1 & ha\ a_i = a_2 \end{cases}$$

    b) Az egyensúlyi stratégiaprofilok a következők: az A típusú 1 valószínűséggel viaskodik, miközben a másik 1 valószínűséggel menekül, azaz $(p_{a_1} = 1; p_{b_1} = 0)$, az A típusú 0 valószínűséggel viaskodik, miközben a másik 0 valószínűséggel menekül, azaz $(p_{a_1} = 0; p_{b_1} = 1)$, illetve ha mindkét típus $\frac{1}{5}$ valószínűséggel viaskodik, miközben a másik $\frac{1}{5}$ valószínűséggel menekül, azaz $(p_{a_1} = \frac{1}{5}; p_{b_1} = \frac{1}{5})$.

    c) A játékosok egyensúlyi várható kifizetése 0.

39. A játéknak egyetlen Nash-egyensúlya van, éspedig az, amikor a sorjátékos $\frac{4}{9}$ valószínűséggel választja a fel akciót, illetve az oszlopjátékos $\frac{2}{3}$ valószínűséggel a *jobbra* és $\frac{1}{3}$ valószínűséggel a *középre* akciót játssza.

40. a) A játék egyetlen Nash-egyensúlya a $(megsemmisít; megrohamoz)$ stratégiaprofil.

    b) Tekintettel arra, hogy kevert egyensúlyban az atomfegyver kifejlesztésén munkálkodó ország 1 valószínűséggel megsemmisíti addigi eredményeit, 0 valószínűséggel fognak elrejtett fegyvereket találni.

41. Az adott országok valódi kevert egyensúlyban $\frac{5}{7}$valószínűséggel tanúsítanak agresszív magatartást egy kialakult konfliktusszituációban. Ilyen stratégiák mellett a fizikai összecsapás $\frac{25}{49} = 0,51$ valószínűséggel következik be.

42. A valódi kevert Nash-egyensúlyban $0,25$ valószínűséggel fog Nash megismerkedni a szőke lánnyal!

43. a) $(elindul, kerül)$, $(kerül, elindul)$, valamint ha mindkét kecske $\frac{1}{7}$ valószínűséggel elindul, $\frac{6}{7}$ valószínűséggel kerül.

    b) Minél nagyobb abszolút értékű negatív számok szerepelnek az első cellában, annál kisebb az *elindul* akció választásának valószínűsége a kevert stratégiai Nash-egyensúlyban.

44. a) Az első normál forma szól a két szerelmes fiatalról.

    b) Az első esetben Éva $\frac{1}{3}$, Ádám $\frac{2}{3}$ valószínűséggel megy a kevert stratégiai egyensúlyban futballmérkőzésre. A második esetben Éva $\frac{11}{16}$ valószínűséggel, Ádám pedig $\frac{10}{16}$ valószínűséggel teszi ugyanezt.

45. a)

		Elek 1	2	3
Béni	1	300; −300	−100; 100	−100; 100
	2	−100; 100	300; −300	−100; 100
	3	−100; 100	−100; 100	300; −300

b) Amint a kifizetési mátrixból látható, nincs kölcsönösen legjobb válasz a tiszta stratégiák halmazán.

c) Kevert egyensúlyt keresve tegyük fel, hogy a játékosok p_i, q_j, szigorúan pozitív valószínűségekkel keverik az adott tiszta stratégiákat, ahol $i, j = 1, 2, 3$. Ekkor az adott tiszta stratégiákhoz tartozó várható kifizetések egyensúlyban szükségszerűen meg kell hogy egyezzenek egymással, ellenkező esetben a játékos a magas kifizetést eredményező stratégiát játszaná. Az így kapott összefüggésekből adódik, hogy a játék kevert stratégiákon alapuló egyensúlyában mindkét játékos $\frac{1}{3}$ valószínűséggel választja az adott számokat.

46. a)

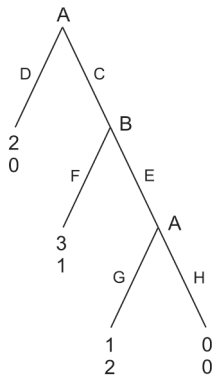
		2. játékos K	P	O
1. játékos	K	0; 0	−100; 100	200; −200
	P	100; −100	0; 0	−100; 100
	O	−100; 100	100; −100	0; 0

A kevert egyensúlyban az 1. *játékos* $\frac{3}{12}$valószínűséggel választja a kő akciót, $\frac{5}{12}$ valószínűséggel a papír akciót, míg $\frac{4}{12}$ valószínűséggel az olló akciót. A 2. *játékos* egyensúlyi keverése a következő: $\frac{4}{12}$ valószínűséggel a kő akciót, $\frac{5}{12}$ valószínűséggel a papír akciót, míg $\frac{3}{12}$ valószínűségel az olló akciót választja.

b) Nem lesz szimmetrikus az egyensúly abban az értelemben, hogy a két játékos eltérő valószínűségekkel választ egy bizonyos akciót egyensúlyi magatartásként. Ez a kifizetések aszimmetriájának következménye.

47. Az optimális kevert stratégia kis mennyiség gyártása $\frac{1}{2}$ valószínűséggel, és nagy mennyiség termelése $\frac{1}{2}$ valószínűséggel. A kormányzat optimális kevert stratégiája $\frac{2}{5}$ valószínűséggel magas adó meghatározása, $\frac{3}{5}$ valószínűséggel alacsony adó kivetése. Ekkor a várható profit: $\frac{3}{5}$ millió forint.

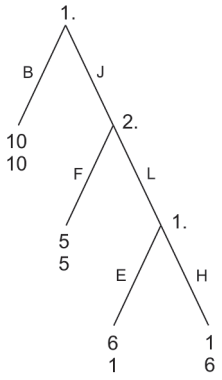
48. a)



b) Három, éspedig azok, amelyek a különböző döntési csomópontokkal kezdődnek és tartalmazzák az eredeti játék szóban forgó csomópont alatti részét.

c) Visszagöngyölítéssel dolgozunk. Az A játékos legutolsó döntési helyzetében G-t választ, ezért előtte a B játékos E-t, emiatt induláskor az A játékos D-t. (Mindenütt azt nézzük, hogy a döntést végrehajtó játékosnak melyik akció esetén lesz nagyobb a kifizetése). Az előbb leírtaknak megfelelően az A játékos a D-t választja első döntése során, és így a játék véget ér. Az A játékos kifizetése 2, míg a B játékosé 0.

49. a)



b)

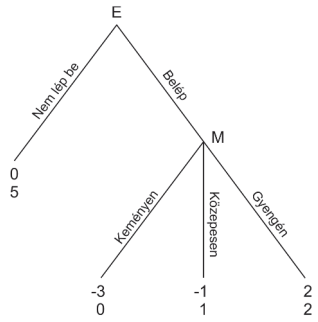
		2. játékos L	2. játékos F
1. játékos	JE	6; 1	5; 5
	JH	1; 6	5; 5
	BE	10; 10	10; 10
	BH	10; 10	10; 10

c) A játéknak négy Nash-egyensúlyi stratégiaprofilja van a tiszta stratégiaprofilok halmazán. Ezek a következők: (BE, L), (BE, F), (BH, L), (BH, F).

d) $BE \succeq JE, BE \succeq JH, BE \succeq BH$, $L \succeq F$
$BE \succeq JE, BE \succeq JH, BE \succeq BH$, $F \succeq L$
$BH \succeq JE, BH \succeq JH, BH \succeq BE$, $L \succeq F$
$BH \succeq JE, BH \succeq JH, BH \succeq BE$, $F \succeq L$

e) A játéknak egyetlen részjáték tökéletes egyensúlya van, éspedig a (BE, F) stratégiaprofil.

50. a)



b)

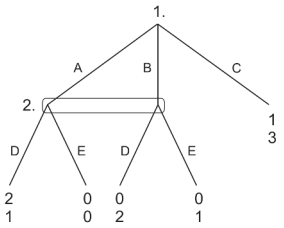
		M: *keményen reagál*	M: *közepesen reagál*	M: *gyengén reagál*
E	*belép*	$-3;\ 0$	$-1;\ 1$	$2;\ 2$
	távolmarad	$0;\ 5$	$0;\ 5$	$0;\ 5$

c) Nash-egyensúlyok a (*távolmarad, keményen reagál*), (*távolmarad, közepesen reagál*) illetve a (*belép, gyengén reagál*) stratégiaprofilok lesznek.

d) A játék részjáték tökéletes egyensúlyában a belépni szándékozó *belép* és a piacon levő *gyengén reagál*.

e) Ha a vállalat már belépett, nem éri meg a monopóliumnak keményen reagálni.

51. a)



b)

		2. játékos	
		D	*E*
	A	2; 1	0; 0
1. játékos	*B*	0; 2	0; 1
	C	1; 3	1; 3

c) A Nash-egyensúlyai az (A, D) és a (C, E) stratégiaprofilok lesznek.

d) Az (A, D) stratégiaprofil lesz a játék részjáték tökéletes Nash-egyensúlya.

52. A játékot visszagöngyölítéssel oldjuk meg. Az utolsó részjátékban, mikor a két fiatalabb testvér dönt az adott javaslat elfogadása vagy elutasítása mellett, mivel mindkettejük számára nagyobb hasznot jelent egy testvér tortafogyasztása, mintha azt a szomszéd enné meg, bármilyen javaslatot el fognak fogadni. Ekkor azonban Aladár olyan javaslatot tesz, melynek alapján a tortából nem ad a másik két testvérnek. Így tehát a részjáték tökéletes egyensúlyban Aladár azt javasolja, hogy az egész tortát ő eszi meg, míg a másik két testvér elfogadja ezt a felosztási javaslatot.

53. A játékot visszagöngyölítéssel oldjuk meg. Az utolsó részjátékban az A játékos tudja, hogy ha B elutasítja aktuális ajánlatát, akkor nem kap semmit és, hogy bármilyen ezzel közömbös kifizetést el fog fogadni. Így tehát az A játékos 0 kifizetést fog felajánlani ebben a részjátékban. Az utolsó előtti részjátékban a B játékos tudja, hogy amennyiben a játék a harmadik periódusban is folytatódik, akkor az ő kifizetése 0 lesz, így ő olyan felosztással rukkol elő, amelyben akkora összeget hagy magának, amennyivel az A kifizetése csökken azáltal, hogy a játék tovább folytatódik a második periódus után. Ez pontosan a diszkontálásból adódó értéktelenedés, azaz $1000(1-a)$. Hasonlóképp okoskodik az A játékos is az első lépésben, így B-nek legfeljebb $1000b(1-a)$ összeget ajánl fel. A. részjáték-tökéletes egyensúlyban tehát az A játékos az első napon felajánl a B-nek $1000b(1-a)$ nagyságú összeget, és ezt a B elfogadja.

54. Az 1., a 3., az 5. stb. évben ugyanolyan végtelen osztozkodási játék kezdődik. Így az adott évben rendelkezésre álló pénzt tekintve a páratlan években ugyanaz lesz az egyensúlyi felosztásra vonatkozói stratégia, ha létezik ilyen. Ennek alapján használhatjuk a véges időszakra vonatkozó pénzfelosztási alku mechanizmusát, és Ádám az első időszakban $\frac{1}{1,9} = 0,52632$-szeresét kéri a pénznek, azaz 5 263 200 Ft-ot. Éva pedig rögtön elfogadja ezt a felosztást.

55. a) $S_1 = \{ACF, ACG, ADF, ADG, AEF, AEG, BCF, BCG, BDF, BDG, BEF, BEG\}$
$S_2 = \{ac, ad, bc, bd\}$

b) A redukált formában az adott játékoshoz tartozó akciók közül elhagyhatjuk azokat, amelyek választása egy döntés következtében már nem lesz lehetséges, mert a játék egy másik ágon halad tovább. Így tehát a redukált formában a stratégiáknak nem kell információt tartalmazni olyan esetleges döntési csomópontra vonatkozóan, amelyekbe a játékos sosem fog eljutni egy korábbi döntése következménye folytán.
$S_1' = \{AC, AD, AE, BF, BG\}$
$S_2' = \{ac, ad, bc, bd\}$

c)

		2. játékos			
		ac	*ad*	*bc*	*bd*
1. játékos	*AC*	9; 1	9; 1	8; 2	8; 2
	AD	9; 1	9; 1	7; 1	7; 1
	AE	9; 1	9; 1	7; 3	7; 3
	BF	10; 0	3; 1	10; 0	3; 1
	BG	10; 0	2; −1	10; 0	2; −1

d) A redukált forma Nash-egyensúlyi stratégiaprofiljai a következők: (BG, ac) (AD, ad) (BG, bc) (AC, bd).

e) 5

f) A játék részjáték tökéletes egyensúlya az (ACF, bd) stratégiaprofil.

56. a)

		2. játékos			
		ac	*ad*	*bc*	*bd*
1. játékos	*AC*	4; 1	4; 1	2; 0	2; 0
	AD	4; 1	4; 1	2; 0	2; 0
	BC	3; 0	0; 1	3; 0	0; 1
	BD	3; 0	−1; 2	3; 0	−1; 2

b) Nash-egyensúlyok az (AC, ac) (AC, ad) (AD, ac) (AD, ad) stratégiaprofilok.

c) A redukált forma a következő mátrixszal adható meg:

		2. játékos			
		ac	ad	bc	bd
1. játékos	A	4; 1	4; 1	2; 0	2; 0
	BC	3; 0	0; 1	3; 0	0; 1
	BD	3; 0	-1; 2	3; 0	-1; 2

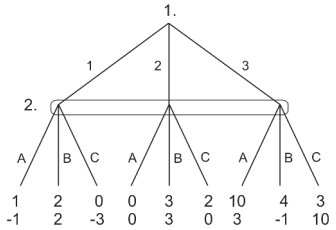
Nash-egyensúlyi stratégiaprofiljai a következők lesznek: (A, ac) (A, ad).

d) A játék részjáték tökéletes egyensúlya az (AC, ad) stratégiaprofil.

57. a) A stratégiaprofilok halmaza a következő:
$S = \{Aax, Aay, Abx, Aby, Acx, Acy, Bax, Bay, Bbx, Bby, Bcx, Bcy, Cax, Cay, Cbx, Cby, Ccx, Ccy\}$

b) A tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyi stratégiaprofilok a következők: (A, c, x), (B, b, x), (C, b, x).
A játék részjáték tökéletes egyensúlya az (A, c, x) stratégiaprofil lesz.

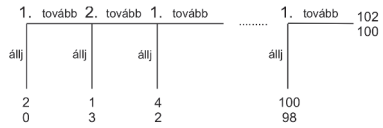
58.



A játéknak egyetlen részjátéka van, maga a teljes játék.

59. Az első két személy akkor cselekszik optimálisan, ha olyanra céloz a még életben maradottak közül, akivel a legkevésbé szeretne egy párbaj keretében ellenfélként részt venni, ugyanis ezáltal maximalizálja túlélési esélyeit. Ennek belátása egyszerű, hiszen, amennyiben célt téveszt, akkor mindegy, hogy kire célzott, azonban ha célba talál, akkor a következő lépésben kisebb eséllyel lövi őt le egy kevésbé pontosan lövő ellenfél. Az utolsónak lövő gengszter számára mindegy, hogy kire lő, ugyanis mindkét személyt azonos valószínűséggel találja el, és az életben maradottak azonos arányban osztoznak a vagyonon. Így tehát az egyensúlyi stratégiák a következők: *Al Curly* lelövésével próbálkozik. Ha sikerül lelőnie, akkor *Bob Al*-ra lő. Amennyiben *Al*-nek nem sikerül eltalálnia *Curly*-t, akkor *Bob* is *Curly*-re céloz. Ezen utóbbi esetben, ha célba talál, úgy vége a játéknak, és *Al Bob*-bal osztozik a pénzen. Ha *Bob*-nak sem sikerül *Curly*-t lelőni, úgy *Curly* pénzfeldobással dönt arról, hogy kire célozzon.

60. a)



b) Visszagöngyölítéssel dolgozunk. Végeredmény: az első lépésben az 1. játékos megáll, és a játékosok 2, illetve 0 kifizetést érnek el.

61. A vállalatok második időszaki magatartását a $q_i(q_j) = a - \frac{q_j}{2}$ (ahol $i, j = 1, 2$ és $i \neq j$) reakciófüggvényekkel írhatjuk le, amely reakciófüggvényeket a második periódusban kialakuló Cournot-viselkedés alapján kaphatunk meg. így tehát a második periódus részjátékának egyensúlya, ha mindkét vállalat $\frac{2}{3}a$ mennyiséget termel. Ezt behelyettesítve az első vállalat profitfüggvényébe ($\pi_1(a) = (2a - \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}a)\frac{2}{3}a - \frac{8a^3}{27}$) és annak a változó szerinti maximumhelyét megkeresve adódik, hogy $a = 1$. Így tehát egyensúlyban $a = 1$, $q_1 = q_2 = \frac{2}{3}$.

62. a) Az alapjáték egyensúlya a (D, D) stratégiaprofil, mely nem Pareto-hatékony. A (K, K) kimenetel esetén mindketten jobban járnának.
b) Visszagöngyölítéssel dolgozunk. A játékosok minden ismétlés során a $D(dezertálás)$ akciójukat játsszák. Ez az eredmény sem Pareto-hatékony.

63. a) Az alapjáték Nash-egyensúlyai az (a_1, b_1) és az (a_3, b_3) stratégiaprofilok.
b) A részjáték tökéletes egyensúlyok közül a feltételeknek eleget tesznek a következő stratégiaprofilok:
$(a_1, a_3|a_2b_2, a_1|nem\ a_2b_2; b_1, b_3|a_2b_2, b_1|nem\ a_2b_2)$
$(a_2, a_3|a_2b_2, a_1|nem\ a_2b_2; b_2, b_3|a_2b_2, b_1|nem\ a_2b_2)$
$(a_3, a_3|a_2b_2, a_1|nem\ a_2b_2; b_3, b_3|a_2b_2, b_1|nem\ a_2b_2)$.
c) Igen, éspedig a $(a_2, a_3|a_2b_2, a_1|nem\ a_2b_2; b_2, b_3|a_2b_2, b_1|nem\ a_2b_2)$ egyensúlyi stratégiaprofilban az első lejátszás során a játékosok olyan akciót választottak (a_2-t, illetve b_2-t), melyek nem egyensúlyi akciók az egyszeri lejátszásban.

64. a) (a_3a_1, b_3b_1) (a_2a_1, b_2b_1) (a_3a_3, b_3b_3)
b) Véges játékról lévén szó, csakis olyan stratégiaprofilok lehetnek részjáték tökéletes egyensúlyiak, amelyek az utolsó (második) lejátszásban az

alapjáték valamely egyensúlyi akciójának megjátszását tartalmazzák. Azonban az $(5, 5)$ kifizetéseket eredményező kimenetel az alapjátéknak nem egyensúlya. Éppen ezért nem létezik olyan α érték, amely mellett az egyensúlyi lejátszás része lenne.

65. a) Az alapjáték Nash-egyensúlyi stratégiaprofiljai az (A, A) és a (B, B).
    b) A játékosok vélekedése legyen a következő: ha az első lejátszás kimenetele (C, C), akkor a második időszakban a magas kifizetésekkel járó Nash-egyensúlyhoz vezető akciót játsszák, és minden más esetben a második ismétlés során választják az alapjáték alacsony kifizetésű Nash-egyensúlyához tartozó akciót. Ilyen vélekedések mellett, az adott vélekedésekkel összhangban levő stratégiák egyensúlyiak lesznek, és az első lejátszás során a (C, C) kimenetelt eredményezik. Szükséges további feltétel, hogy $\delta \geqq 0,5$.

66. Legyen például a játékosok stratégiája a következő: amennyiben a játék történetben nincs olyan lejátszás, melynek során eltérő akciókat választottak volna és ennek következtében külön töltötték volna az estét, akkor az adott időszakban mindketten a B-t választják. Azonban, ha volt a játék történetében ilyen eset, akkor véletlenszerűen döntenek minden lejátszás előtt, hogy mely akciót játsszák az adott periódusban. Ha mindketten ezt a stratégiát játsszák, és ez köztudott tudás, az a kívánatos átlagos kifizetést eredményezi egyensúlyi kifizetésként. Egy másik ehhez hasonló, az adott átlagos kifizetéseket eredményező egyensúlyi magatartás, ha minden páros lejátszás során a B-t, minden páratlan lejátszás során pedig az O-t válasszák, feltéve, hogy a játék története nem tartalmaz a fentiekben részletezett kimeneteleket, azonban ha igen, akkor a fenti stratégiában leírtak alapján cselekszenek minden azt követő lejátszás során.

67. a) Hallgatólagos összejátszás esetén a játékosok abban érdekeltek, hogy minden lejátszás során az (M, M) kimenetel valósuljon meg, ugyanis ennek hiányában, mivel a játéknak három egyensúlya van a tiszta stratégiák halmazán, keveréssel kisebb kifizetést realizálnak időszakonként, mint az igy elérhető 2-es kifizetés. Tehát abban az esetben, ha mindketten az M akciót választják minden lejátszás során, úgy a játékban elért kifizetések diszkontált értéke a következő összeggel adható meg: $2 + 2\delta + 2\delta^2 + 2\delta^3 + ...$ Abban az esetben azonban, ha az egyikük valamely (például a t-edik időszakban) eltér az M választásától és az A-t játssza, úgy a kifizetés a következőképpen alakul $2 + 2\delta + 2\delta^2 + 2\delta^3 + ... + 3\delta^{t-1} + 0\delta^t + 0\delta^{t+1} + ...$ Ahhoz, hogy a hallgatólagos összejátszás egyensúlyi legyen, az szükséges, hogy a játékosok egyike se érezzen ösztönzést arra, hogy bármely periódusban eltérjen az M akció megjátszásától, azaz a következő összefüggésnek kell teljesülnie $2+2\delta+2\delta^2+2\delta^3+... \geqq 2+2\delta+2\delta^2+2\delta^3+...+3\delta^{t-1}+0\delta^t+0\delta^{t+1}+....$ Ebből adódik, hogy $\delta \geqq \frac{1}{3}$.
    b) A fenti okoskodás alapján könnyen belátható, hogy igen.

68. A időszakonként realizálható kartellprofit $\pi^K = \frac{(a-c)^2}{8b}$. Amennyiben Cournot-módon viselkednek, úgy egy időszak alatt elérhető profitjuk $\pi^C = \frac{(a-c)^2}{9b}$. Egy olyan időszakban, melyben az egyik vállalat a kartellnek megfelelő mennyiséget termeli, míg a másik vállalat úgy tér el a kartellben termelendő mennyiségétől, hogy a másik vállalat kartellbeli termelését változatlannak feltételezve választja meg a profitmaximalizáló mennyiséget, akkor $\pi^{CS} = \frac{9(a-c)^2}{64b}$ nagyságú profitot ér el. Ahhoz, hogy a grimm stratégiák részjáték tökéletes egyensúlyt alkossanak, a következő relációnak kell érvényesülni
$\pi^k + \delta\pi^k + \delta^2\pi^k + ... \geqq \pi^k + \delta\pi^k + \delta^2\pi^k + ... + \delta^{t-1}\pi^{CS} + \delta^{t-1}\pi^C + \delta^t\pi^C + ...$
Ennek szükséges és elégséges feltétele, hogy $\delta \geqq \frac{9}{17}$.

69. Tekintsük a következő stratégiát: Játszd az a_1-es akciót minden ismétlés során, amennyiben a játék addigi története nem tartalmaz ettől eltérő akciójú profilt. Ha azonban a játék története tartalmaz ettől eltérőt, akkor játszd a végtelenségig a b_1-es akciót. Amennyiben mindkét játékos ezen stratégiát játsza, könnyű belátni, hogy kellően nagy diszkontráta esetén az így kapott stratégiaprofil részjáték-tökéletes egyensúlyi lesz. A diszkontráta nem lehet kisebb, mint $\frac{1}{2}$.

70. a) Akkor érdemes abbahagynia a B vállalatnak a hirdetést, ha az első év profitcsökkenéséért a későbbi évek profitnövekedése kárpótolja. Azaz $9 + \frac{12\delta}{1-\delta} \geq \frac{10}{1-\delta}$. Ez azt jelenti, hogy már $\delta \geq \frac{1}{3}$ esetén érdemes abbahagynia a hirdetést.
    b) Amennyiben $14 + \frac{10\delta}{1-\delta} > \frac{12}{1-\delta}$, azaz $\delta < \frac{1}{2}$, akkor határozottan megérte hirdetni. Azáltal azonban, ha $\frac{1}{3} \leq \delta < \frac{1}{2}$ esetén áttérnek a „Nem hirdetés”-re, ismét jobban járnak. Vagyis a régi igazgatónak valószínűleg igaza volt, hogy hirdetett, de a következő periódusban azonnal át kellett volna váltania a „Nem hirdetés”-re.

71. $\frac{4}{1-\delta^2} + \frac{10\delta}{1-\delta^2} \geq \frac{5}{1-\delta}$ esetén nem érdemes eltérniük. Ekkor $\delta \geq 0,2$.

72. a) Ahhoz, hogy a játékosoknak a *Kooperáció*-tól egyik időszakban se legyen érdemes eltérni, a következő összefüggésnek kell teljesülnie: $5 + 5p + 5p^2 + ... \geqq 5 + 5p + ... + 10p^{t-1} + p^t + p^{t+1} + ...$ Ebből adódik, hogy p nem lehet kisebb, mint $\frac{5}{9}$.
    b) Ahhoz, hogy a játékosoknak a *Kooperáció*-tól egyik időszakban se legyen érdemes eltérni, a következő összefüggésnek kell teljesülnie: $5 + 5p\delta + 5p^2\delta^2 + ... \geqq 5 + 5p\delta + ... + 10p^{t-1}\delta^{t-1} + p^t\delta^t + p^{t+1}\delta^{t+1} + ...$
    Ebből adódik, hogy p nem lehet kisebb, mint $\frac{5}{9\delta}$.

73. Elegendő belátnunk, hogy van olyan, az adott kifizetéseket eredményező akciópár, amelytől egyik játékosnak sem érdemes egyetlen időszakban sem eltérni. Ennek szükséges feltétele, hogy
$\pi_i + \delta\pi_i + \delta^2\pi_i + ... \geqq \pi_i + \delta\pi_i + \delta^2\pi_i + ... + \delta^{t-1}\pi_m + \delta^t 0 + \delta^{t+1}0 + ...$, minden $i = 1, 2$ -re, ahol a π_m a piacon elérhető legnagyobb profitmennyiséget jelöli. Ennek szükséges feltétele, hogy $\pi_i \frac{1}{1-\delta} \geqq \pi_m$. Ez kellően nagy δ esetén teljesül.

5. fejezet

Tökéletes verseny

A tökéletes versenyt, és a termeléselméletet, mint ahogy korábbi fejezetünkben is jeleztük, nagyon sok tankönyv együtt tárgyalja. Mi azonban szétválasztottuk a két témakört, és a jelen fejezetben a tökéletes versenyre, mint a legegyszerűbb piacformára koncentrálunk. A legtöbb feladat az iparági egyensúlyról, vagy a profitmaximalizálásról szól. Olvasóinknak a piactisztító árat, a rövid és hosszú távú optimális termelési mennyiséget, vagy optimális inputfelhasználást, illetve a vállalati és iparági kínálati függvényt kell meghatározniuk. Előkerülnek – most már más megközelítésből – a termeléselméletben használt fogalmak. Több feladatban pl. nincs konkrétan megadva a költségfüggvény, hanem azt a termelési függvényből kell adott inputárak mellett megkonstruálni, hogy azután a szintén rögzített végtermék ár mellett ki lehessen számolni a kibocsátás optimális szintjét. Ebben a fejezetben az olvasó nagyon sok, az alapösszefüggések megértését elősegítő példát talál, ugyanakkor több olyan feladatot is készítettünk, amelyek már komolyabb tudást igényelnek. Pl. az adózás utáni egyensúlyi helyzetek értékelését, a piacon tevékenykedő vállalatok számának meghatározását, vagy a több telephellyel rendelkező vállalat különböző egységeiben termelt mennyiségek kiszámítását. Az elemi mikroökonómiai kurzusokon általában a tökéletes verseny alapmodelljét – sokan ezt tekintik klasszikus modellnek – tanítják, mely szerint a hosszú távú iparági kínálat árrugalmassága végtelen. Ebben a fejezetben az olvasó olyan kérdéseket is talál, amikor – reálisabban adva meg a tökéletesen versenyző piac modellfeltevéseit, illetve figyelembe véve az összetettebb hatásokat – a iparág hosszú távú kínálati függvénye nem feltétlenül vízszintes. Összességében a tökéletes versenyről szóló fejezetünk példái megalapozzák a bonyolultabb piacformákhoz tartozó feladatmegoldás technikáját.

5.1. Tesztkérdések

A tökéletes verseny jellemzői

1. Az alábbiak közül melyik nem feltétele a tökéletes versenynek?
   a) árelfogadó szereplők;
   b) szabad ki- és belépés;
   c) externáliák jelenléte;
   d) homogén output;
   e) tökéletes informáltság.
2. Az alábbi állítások közül melyik nem igaz?
   a) A tökéletesen versenyző vállalat árelfogadó.
   b) A tökéletesen versenyző vállalat egyedi keresleti görbéje a piaci árnál vízszintes (legalábbis a vállalat általában úgy érzékeli).
   c) A tökéletesen versenyző vállalat egyedi keresletének árrugalmassága a piaci árnál végtelen (legalábbis a vállalat általában úgy érzékeli).
   d) A tökéletesen versenyző vállalat egyedi keresleti görbéjének árrugalmassága nulla, ha a piaci árnál magasabb áron kíván értékesíteni.
   e) Valamennyi fenti állítás helytálló.
3. Ha egy vállalat árelfogadó, akkor az azt jelenti, hogy
   a) a piaci ár változására a vállalat nem reagál;
   b) a piaci ár nem változhat;
   c) a vállalat saját egyedi keresleti görbéjét a releváns tartományon általában vízszintes egyenesként érzékeli.
   d) A fentiek mindegyike igaz.
   e) Egyik válasz sem helyes.
4. Egy tökéletesen versenyző piacon p_1 ár mellett alakul ki a piaci egyensúly. Ha az iparágban működő vállalat ennél alacsonyabb áron adna el, miközben a többi vállalat tartja a p_1 árat, akkor az egyedi keresleti függvénye ezen a szakaszon
   a) megegyezne a függőleges tengely megfelelő szakaszával;
   b) vízszintes egyenes lenne;
   c) megegyezne a piaci keresleti függvény megfelelő szakaszával;
   d) a piaci kínálati függvénytől függne;
   e) nem határozható meg.
5. Egy tökéletesen versenyző vállalat
   a) határbevételi görbéje megegyezik a határköltséggörbéjével;
   b) határbevételi görbéjének maximum egy közös pontja lehet a határköltséggörbéjével;
   c) határbevételi görbéje megegyezik az átlagbevétel-görbéjével;
   d) határbevételi görbéje U-alakú.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
6. Egy tökéletesen versenyző vállalat bármely pozitív termelési nagysága mellett az ár, a határbevétel és az átlagbevétel értékére vonatkozóan igaz, hogy
   a) az ár a legnagyobb;
   b) a határbevétel a legnagyobb;

c) az átlagbevétel a legnagyobb;
d) mindhárom érték azonos;
e) a három érték egymáshoz való viszonya a piaci kereslettől függ.

7. A tökéletesen versenyző vállalatnak hosszú távon is lehet profitja, amennyiben
   a) a termeléshez szűkösen rendelkezésre álló erőforráshoz bizonyos vállalatok olcsóbban, mások csak drágábban tudnak hozzájutni, de a piac igényeit az olcsóbb alapanyaggal termelő vállalatok nem tudják kielégíteni;
   b) ha a piac igényeit az egyforma vállalatok átlagköltségének minimumértékéhez tartozó áron tört, és nem egész számú vállalat elégítené ki;
   c) ha valamelyik vállalat egy hirtelen (és mások számára nem ismert) újítása révén a kapacitását ugyan nem tudja növelni, de a költségei lecsökkennek.
   d) Mindegyik fenti esetben a szóban forgó vállalatok látszólagos bevételtöbblete járadék, és mint ilyen a gazdasági költség része.
8. Tökéletes verseny esetén a vállalatok által érzékelt egyedi keresleti görbe
   a) minden lehetséges ár mellett vízszintes egyenes;
   b) a piaci árnál kisebb ártartományban a függőleges tengely megfelelő szakaszával egyezik meg;
   c) kizárólag a fogyasztók magatartásától függ;
   d) függ a piacon jelenlévő többi vállalat számától.
   e) Egyik válasz sem helyes.

Profitmaximalizálás, a kínálati függvény és nevezetes pontjai

9. A tökéletesen versenyző vállalat profitmaximumának elsőrendű feltétele:
   a) $p = MC$;
   b) $p = AVC$;
   c) $p = AC$;
   d) az AVC minimális.
   e) Egyik előző válasz sem helyes.
10. Egy tökéletesen versenyző vállalat rövid távú optimumában
    a) a teljes bevétel maximális;
    b) az átlagköltség minimális;
    c) a határprofit nulla;
    d) az ár nem lehet kisebb az átlagköltségnél.
    e) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
11. Amennyiben egy tökéletesen versenyző vállalat rövid távon termel, akkor a profitmaximumot biztosító termelési pontjában nem biztos, hogy
    a) a határköltség egyenlő az árral;
    b) a határköltség legalább akkora, mint az átlagos változó költség;
    c) az ár legalább akkora, mint az átlagos változó költség;
    d) a teljes bevétel legalább akkora, mint a teljes költség.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

12. Egy kompetitív vállalat üzembezárási (más néven üzemszüneti) pontjában a következő összefüggés érvényesül:
    a) $p = AC = MC$;
    b) $AVC < p = MC < AC$;
    c) $p = AVC = MC$;
    d) $p < AVC = MC$.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
13. Egy tökéletesen versenyző iparágban működő vállalat üzemszüneti pontjában
    a) AC minimális;
    b) AVC minimális;
    c) AFC minimális;
    d) MC minimális.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
14. A vállalatot rövid távon is be kell zárni, ha
    a) a piaci ár az átlagköltség alá esik;
    b) az átlagköltség kisebb, mint a piaci ár;
    c) a piaci ár kisebb, mint az átlagos változó költség;
    d) az átlagos változó költség kisebb, mint a piaci ár;
    e) az átlagos fix költség nagyobb, mint a piaci ár.
15. Melyik állítás hamis? A profitmaximalizáló kompetitív vállalat rövid távon
    a) veszteséggel is termel, ha a termék ára meghaladja az átlagos változó költség minimális értékét;
    b) veszteséggel is termel, ha árbevétele meghaladja a fix költség értékét;
    c) veszteséggel is termel, ha árbevétele meghaladja a változó költség értékét;
    d) veszteséggel is termel, ha a piaci ár az üzemszüneti és fedezeti pont közti ártartományba esik;
    e) nem termelhet kevesebbet, mint az átlagos változó költség minimumához tartozó mennyiség.
16. Egy tökéletesen versenyző iparág piacán kialakuló ár 400 Ft/db. Az adott iparágban működő profitmaximalizáló vállalat ilyen ár mellett veszteséges, de ennek ellenére rövid távon termel. Ebből arra következtethetünk, hogy
    a) a vállalat átlagos változó költsége kisebb, mint 400 Ft;
    b) a vállalat átlagköltsége kisebb, mint 400 Ft;
    c) a vállalat határköltsége kisebb, mint 400 Ft;
    d) a vállalat átlagos fix költsége 400 Ft.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
17. Egy tökéletesen versenyző vállalat rövid távú optimális termelési mennyisége mellett
    a) vesztesége biztosan kisebb a változó költségnél;
    b) egyáltalán nem lehet veszteséges;
    c) vesztesége nem lehet nagyobb a fix költségnél;
    d) vesztesége lehet nagyobb a fix költségnél.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

18. Amennyiben egy vállalat rövid távon veszteségesen is termel, akkor ez azt jelenti, hogy
    a) bevételei még így is fedezik a változó költségeket;
    b) gazdasági profitot nem, de a normál profitot realizálni tudja;
    c) a fix költségek teljesen, a változó költségek részben megtérülnek;
    d) a vállalat célja nem lehet a profit maximalizálása.
    e) Egyik válasz sem helyes.
19. Tökéletesen versenyző vállalatot feltételezve, az alábbi állítások közül melyik igaz?
    a) Az ár és a határköltség egyenlősége a profitmaximalizálásnak nemcsak szükséges, de elégséges feltétele is.
    b) Ha az ár megegyezik a határköltséggel, akkor a vállalat szükségképpen nulla profitot realizál.
    c) Lehetséges, hogy lenne olyan termelési szint, ahol a határköltség megegyezik az árral, de a vállalat mégsem termel.
    d) Mindhárom előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
20. Egy bizonyos tökéletesen versenyző vállalat határköltséggörbéje pozitív meredekségű. Ha a vállalat rövid távú optimumában pozitív mennyiséget termel, akkor az alábbi állítások közül melyik nem feltétlenül igaz?
    a) Az ár egyenlő a határköltséggel.
    b) Az ár legalább akkora, mint az átlagköltség.
    c) Az ár legalább akkora, mint az átlagos változóköltség.
    d) Ha a vállalat veszteséges, akkor ez a veszteség nem több, mint a fix költség.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
21. Egy tökéletesen versenyző vállalat fedezeti pontjában
    a) pozitív gazdasági profitot realizál;
    b) a vállalat átlagbevétele megegyezik az átlagköltségével;
    c) a veszteség megegyezik a fix költség nagyságával;
    d) a fix költségek csak részben térülnek meg.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
22. Egy tökéletesen versenyző vállalat optimális termelés esetén zérus gazdasági profitot realizál (azaz épp megkapja a normálprofitot), ha
    a) határköltsége minimális;
    b) a határköltség megegyezik az átlagköltséggel;
    c) az üzembezárási pontban termel;
    d) a határköltség megegyezik a piaci árral;
    e) a határbevétel megegyezik a piaci árral.

23. A tökéletesen versenyző piacon rövid távú egyensúly esetén a vállalatok
    a) mindig pozitív gazdasági profitot realizálnak;
    b) pontosan a fix költség nagyságával megegyező veszteséget kénytelenek elszenvedni;
    c) realizálhatnak pozitív gazdasági profitot;
    d) ha az egyensúlyi ár alacsonyabb, mint az üzembezárási ponthoz tartozó ár, akkor pozitív mennyiséget termelnek, méghozzá annyit, ami a veszteségüket minimalizálja.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
24. Egy tökéletesen versenyző vállalat pozitív gazdasági profitot realizál, ha
    a) $P = MC$;
    b) $P > MC$;
    c) $AC = P$;
    d) $P > AC$.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
25. Egy tökéletesen versenyző vállalat kínálati függvénye megegyezik
    a) az átlagköltségfüggvény megfelelő szakaszával;
    b) az átlagos változóköltség-függvény megfelelő szakaszával;
    c) a határköltségfüggvény megfelelő szakaszával;
    d) az átlagos fixköltségfüggvény megfelelő szakaszával.
    e) Nem határozható meg egyértelműen.
26. Ha egy tökéletesen versenyző vállalat határköltséggörbéje U-alakú, akkor
    a) a rövid távú kínálati görbéje is U-alakú;
    b) a rövid távú kínálati görbéje a határköltséggörbe csökkenő része;
    c) a rövid távú kínálati görbéje a határköltséggörbe teljes növekvő része;
    d) a rövid távú kínálati görbe a határköltséggörbe növekvő része, a rövid távú átlagos változóköltség-görbe felett.
    e) a rövid távú kínálati görbe a határköltséggörbe növekvő része, a rövid távú átlagköltséggörbe felett.
27. A kínálat árrugalmassága megmutatja, hogy
    a) hány egységgel változik a kínált mennyiség, ha az ár 1 Ft-tal változik;
    b) hány forinttal változik az ár, ha a kínált mennyiség egy egységgel változik;
    c) hány százalékkal változik a kínált mennyiség, ha az ár 1 százalékkal változik;
    d) hány százalékkal változik az ár, ha a kínált mennyiség 1 százalékkal változik.
28. Ha a kínálati függvény pozitív meredekségű, akkor a kínálat árrugalmassága
    a) biztosan pozitív;
    b) biztosan negatív;
    c) abszolút értékben nagyobb, mint 1;
    d) abszolút értékben kisebb, mint 1.
    e) Egyik válasz sem igaz.

29. Egy tökéletesen versenyző iparág rövid távú kínálati függvényének pozitív termelési szintekhez tartozó szakasza (amennyiben a ráfordítási árhatás zérus) meghatározható,
    a) ha vertikálisan összegezzük a vállalatok egyéni kínálati függvényét;
    b) ha horizontálisan összegezzük a vállalatok határköltség függvényének AVC minimuma feletti szakaszát;
    c) ha horizontálisan összegezzük a vállalatok átlagos változó költségfüggvényének MC minimuma feletti szakaszát;
    d) ha horizontálisan összegezzük a vállalatok határköltség függvényének AC minimuma feletti szakaszát.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
30. Amennyiben egy tökéletesen versenyző iparágban egy vállalat azzal szembesül, hogy rövid távon a piaci ár nő, akkor
    a) a vállalat termelői többlete és profitja azonos mértékben változik;
    b) a vállalat termelői többlete jobban nő, mint a profitja;
    c) a vállalat termelői többlete kisebb mértékben fog nőni, mint profitja.
    d) Egyik sem fog megváltozni, mivel a termelés költségei is nőni fognak.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
31. Egy tökéletesen versenyző vállalat termelői többlete
    a) a vállalat árbevételének és változó költségének a különbsége;
    b) a vállalat által realizálható profitnak és a termelés fix költségének az összege;
    c) megegyezik a piaci ár, a határköltséggörbe és az ártengely által határolt terület nagyságával.
    d) Mindegyik előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
32. Egy, az input- és outputpiacon is árelfogadó vállalatnak nincs profitmaximuma, ha
    a) bevétele minden termelési szinten egybeesik költségeivel;
    b) termelési függvénye mindenütt növekvő mérethozadékú;
    c) termelési függvénye mindenütt csökkenő mérethozadékú;
    d) a termelésnek nincs fix, vagy kvázifix költsége.
    e) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
33. A profitmaximalizálás gyenge axiómája értelmében az inputok és outputok árvektorának, és az árvektorhoz tartozó optimális termelési tervnek a skaláris szorzata
    a) lehet kisebb, mint a szóban forgó árvektor és egy másik termelési terv skaláris szorzata;
    b) mindig nagyobb, mint a szóban forgó árvektor és bármely másik termelési terv skaláris szorzata;
    c) soha nem kisebb, mint a szóban forgó árvektor és bármely másik termelési terv skaláris szorzata;
    d) biztosan pozitív;
    e) biztosan negatív.

34. Egy tökéletesen versenyző vállalat hosszú távú egyensúlyi pontjában, a tökéletes verseny klasszikus modelljében
    a) a vállalat épp a normálprofitot realizálja;
    b) az LAC minimális;
    c) $LAC = LMC$;
    d) a vállalat termelésének mérethozadéka állandó.
    e) Mindegyik előző válasz helyes.
35. Egy tökéletesen versenyző vállalat hosszú távú profitmaximumában (a klasszikus körülmények közt)
    a) a vállalat az üzem technikai optimumában termel;
    b) a piaci ár megegyezik a rövid távú átlagköltséggel és a rövid távú határköltséggel is;
    c) a piaci ár megegyezik mind a hosszú távú átlagköltséggel, mind a hosszú távú határköltséggel.
    d) A fentiek mindegyike igaz.

Iparági kínálat, egyensúly

36. Ha egy piacon működő vállalatok hatékonyabb technológiát használnak, mint korábban, akkor
    a) a piaci kereslet és a piaci ár is nő;
    b) a piaci kínálati görbe jobbra tolódik, és a piaci ár csökken;
    c) a piaci kínálati görbe balra tolódik, és a piaci ár nő;
    d) a piaci kínálati függvény meredekebb lesz, és az ár nő.
    e) Egyik válasz sem helyes.
37. A lakáspiacon a keresleti és kínálati függvény egyaránt elmozdult, mert a lakáshitelek kamattámogatása csökkent, ugyanakkor a lakásépítő vállalkozások száma nőtt. Ennek következtében
    a) az eladott lakások mennyisége és ára egyaránt nő;
    b) az eladott lakások mennyisége csökken, miközben az ára nő;
    c) az eladott lakások mennyisége nő, miközben az ára csökken;
    d) az eladott lakások mennyisége csökkenhet, nőhet vagy akár változatlan marad, miközben az ár bizonyosan csökken;
    e) az eladott lakások mennyisége nő, miközben az ár nőhet, csökkenhet, vagy akár változatlan marad.
38. Rögzített iparági kínálat és negatív meredekségű keresleti görbe esetén (feltételezve, hogy van akkora kereslet, hogy a piacon pozitív mennyiségű termék cserél gazdát)
    a) az egyensúlyi mennyiséget teljes egészében a keresleti, míg az egyensúlyi árat teljes egészében a kínálati feltételek határozzák meg;
    b) az egyensúlyi mennyiséget teljes egészében a kínálati, míg az egyensúlyi árat teljes egészében a keresleti feltételek határozzák meg;
    c) mind az egyensúlyi mennyiséget, mind az egyensúlyi árat teljes egészében a kínálat feltételei határozzák meg;
    d) mind az egyensúlyi mennyiséget, mind az egyensúlyi árat teljes egészében a kereslet feltételei határozzák meg.

39. Tökéletesen rugalmas iparági kínálat és negatív meredekségű keresleti görbe esetén
    a) az egyensúlyi mennyiséget teljes egészében a keresleti, míg az egyensúlyi árat teljes egészében a kínálati feltételek határozzák meg.
    b) az egyensúlyi mennyiséget teljes egészében a kínálati, míg az egyensúlyi árat teljes egészében a keresleti feltételek határozzák meg;
    c) mind az egyensúlyi mennyiséget, mind az egyensúlyi árat teljes egészében a kínálat feltételei határozzák meg;
    d) mind az egyensúlyi mennyiséget, mind az egyensúlyi árat teljes egészében a kereslet feltételei határozzák meg.
40. Tegyük fel, hogy egy tökéletesen versenyző iparágban azonos költségfüggvényekkel jellemezhető vállalatok működnek. Amennyiben a vállalatok száma nő, akkor
    a) az iparági kínálati görbe egyre laposabbá válik;
    b) az iparág által kínált mennyiség egyre érzékenyebben reagál az árváltozásra;
    c) a vállalatok által elérhető profit a nullához tart.
    d) Mindhárom előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
41. A tökéletesen versenyző iparág rövid távú kínálati görbéje a ráfordítási árhatás miatt általában
    a) kevésbé rugalmas, mint a vállalatok adott egyéni rövid távú kínálati görbéinek horizontális összege;
    b) rugalmasabb, mint a vállalatok adott egyéni rövid távú kínálati görbéinek horizontális összege.
    c) Az árrugalmasságot illetően nem mutat szignifikáns eltérést a vállalatok adott egyéni rövid távú kínálati görbéinek horizontális összegén tekintett rugalmassághoz képest.
    d) Lehet rugalmasabb, illetve rugalmatlanabb is, mint a vállalatok adott egyéni rövid távú kínálati görbéinek horizontális összege.
42. A tökéletesen versenyző iparág adott időtávú inverz kínálati görbéje a vállalatok szempontjából külső növekvő mérethozadék következtében
    a) meredekebb lesz;
    b) laposabb lesz;
    c) nem változik.
    d) Válhat akár laposabbá, akár meredekebbé.
43. A tökéletesen versenyző iparág hosszú távú kínálati görbéje a vállalatok szempontjából külső csökkenő mérethozadék következtében
    a) pozitív meredekségűvé válhat;
    b) negatív meredekségűvé válhat;
    c) mindig vízszintes;
    d) Válhat pozitív és negatív meredekségűvé is.

44. A tökéletesen versenyző iparág kínálati görbéjét tekintve a ráfordítási árhatás és a vállalatok szempontjából külső növekvő mérethozadék
    a) azonos irányban hatnak;
    b) nem hatnak a kínálati görbére;
    c) ellentétes irányban hatnak.
    d) Hathatnak azonos, és ellentétes irányban is, és lehet hogy egyiknek sincs hatása.
45. A tökéletesen versenyző piac hosszú távú kínálati függvénye lehet negatív meredekségű, ha
    a) hosszú távon a vállalatok termelését külső növekvő mérethozadék jellemzi;
    b) hosszú távon a vállalatok termelését külső csökkenő mérethozadék jellemzi;
    c) a felhasznált input szűkösen áll rendelkezésre;
    d) A tökéletesen versenyző piac hosszú távú kínálati függvénye sohasem lehet negatív meredekségű.

Adó

46. Amennyiben egy tökéletesen versenyző iparágban a termelésre mennyiségi adót vetnek ki, akkor a termékek árai a fogyasztó számára
    a) rövid távon az adónak megfelelő összeggel megemelkednek;
    b) rövid távon jobban emelkednek, mint hosszú távon;
    c) hosszú távon emelkednek meg jobban, mint rövid távon;
    d) hosszú távon az adótehernek csak egy része hárítható át a fogyasztóra.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
47. Egy tökéletesen versenyző piac termékére kivetett mennyiségi adó rövid távon
    a) a fogyasztókat sújtja nagyobb mértékben;
    b) a termelőket sújtja nagyobb mértékben;
    c) a két csoportot azonos mértékben sújtja.
    d) A kereslet és a kínálat viszonyaitól függ, hogy melyik csoportot sújtja nagyobb mértékben.
48. Melyik igaz az alábbi állítások közül?
    a) Tökéletesen rugalmas kínálati görbe esetén a termékre kivetett adót teljes mértékben a termelőknek kell megfizetniük.
    b) Tökéletesen rugalmas kínálati görbe esetén a termékre kivetett adót teljes mértékben a fogyasztóknak kell megfizetniük.
    c) Tökéletesen rugalmatlan kínálati görbe esetében a termékre kivetett adót teljes mértékben a fogyasztók fizetik meg.
    d) Amennyiben a kínálati görbe majdnem vízszintes, az adó nagy részét a termelőknek kell megfizetniük.

49. Tegyük fel, hogy a kormányzat értékadót vet ki egy termékre, amit a fogyasztóknak kell megfizetniük. Ennek következtében, az az „inverz piaci keresleti görbe", aminek alapján az eladók megkapják a vevők pénzét
    a) az adó nagyságával párhuzamosan felfelé tolódik;
    b) az adó nagyságával párhuzamosan lefelé tolódik;
    c) meredekebb lesz az adó nagyságának megfelelő szorzótényező mértékével;
    d) laposabb lesz, az adó nagyságától függő (0 és 1 közötti) szorzótényező mértékével.
50. Amennyiben egy termék piacára tökéletes verseny jellemző (továbbá a piaci keresleti és kínálati görbe egyike se tökéletesen árrugalmatlan, illetve nem tökéletesen árrugalmas), és a termelőkre az állam mennyiségi adót ró ki, akkor a termék
    a) nettó (adó nélküli) piaci ára és a piacra vitt mennyisége nő;
    b) nettó (adó nélküli) piaci ára csökken, de a piacra vitt mennyisége nő;
    c) nettó (adó nélküli) piaci ára és a piacra vitt mennyisége is csökken;
    d) nettó (adó nélküli) piaci ára nő, miközben a piacra vitt mennyisége csökken.
    e) Nem lehet egyértelműen meghatározni a változás irányát.
51. Tegyük fel, hogy a kormányzat mennyiségi adót vet ki egy piacon értékesített termékre, amit a termelőknek kell megfizetniük. Ennek következtében az az inverz kínálati görbe, aminek az árait a vevőkkel megfizettetik
    a) az adó nagyságával párhuzamosan felfelé tolódik;
    b) az adó nagyságával párhuzamosan lefelé tolódik;
    c) meredekebb lesz, az adó nagyságától függő szorzótényező mértékével;
    d) laposabb lesz, az adó nagyságától függő szorzótényező mértékével.
52. Egy eddig nulla ÁFA-kulccsal rendelkező termékre, melyet tökéletesen versenyző piacon állítanak elő, mostantól 20% ÁFÁ-t (azaz értékadót) kell fizetni. Az így kialakult egyensúlyi mennyiséget a következő módon határozhatjuk meg:
    a) Az inverz keresleti görbe mellé egy olyan keresleti összefüggést mutató görbét konstruálunk, mely a régi mennyiséghez a régi ár kb. $0,83$-szorosát rendeli, és ennek az új görbének a kínálati görbével való metszéspontja határozza meg az egyensúlyi mennyiséget.
    b) Az inverz keresleti görbe mellé egy olyan keresleti összefüggést mutató görbét konstruálunk, mely a régi mennyiséghez a régi ár $1,2$-szeresét rendeli, és ennek az új görbének a kínálati görbével való metszéspontja határozza meg az egyensúlyi mennyiséget.
    c) Az inverz keresleti görbe mellé egy olyan keresleti összefüggést mutató görbét konstruálunk, mely a régi mennyiséghez a régi ár kb. $0,2$-szeresét rendeli, és ennek az új görbének a kínálati görbével való metszéspontja határozza meg az egyensúlyi mennyiséget.
    d) Egyik fenti válasz se helyes.

53. Amennyiben a tökéletesen versenyző piacon egyforma vállalatok tevékenykednek (és nagyon nagy számban), akkor egy vállalat profitja hosszú távon a következő adó hatására változik meg:
    a) profitadó;
    b) mennyiségi adó;
    c) általános forgalmi adó.
    d) Egyik fenti adó hatására se változik a vállalat hosszú távú profitja.
54. Amennyiben a tökéletesen versenyző piacon egyforma vállalatok tevékenykednek (és nagyon nagy számban), akkor rövid távon a következő adó hatására nem változik meg a piacon termelt mennyiség:
    a) profitadó;
    b) mennyiségi adó;
    c) általános forgalmi adó.
    d) Egyik fenti adó hatására se változik az iparágban termelt mennyiség.

Inputkereslet

55. Az inputpiacon tökéletesen versenyző vállalat
    a) az inputpiacon árelfogadó;
    b) inputtényező-határköltsége megegyezik az input árával;
    c) tökéletesen rugalmas inputkínálati görbével szembesül (a klasszikus modellfeltevések szerint).
    d) A fentiek mindegyike fennáll.
    e) Egyik állítás sem igaz.
56. Ha egy vállalat mind az output-, mind az inputpiacon tökéletesen versenyző, akkor – egyetlen változó inputot feltételezve – a kérdéses inputra vonatkozó keresleti függvénye
    a) végig az input tényező határtermék-érték függvénye alatt halad;
    b) az input árának növekvő függvénye;
    c) azonos az input tényező határtermék-érték függvénnyel;
    d) végig az input tényező határtermék-bevételi függvénye fölött halad;
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
57. Az alábbi változások közül melyik nem okozhatja a tényezőkeresleti görbe eltolódását?
    a) Ha az adott input ára megváltozik.
    b) Ha más termelési tényezők ára megváltozik.
    c) Ha változik a technológia.
    d) Ha az output ára megváltozik.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
58. Ha egy vállalat inputjának piaca tökéletes versenypiac, akkor az inputtényező határköltsége
    a) a tényező növekvő felhasználásával csökken;
    b) a vállalat inputkeresletének növekvő függvénye;
    c) egyenlő az input árával;
    d) a vállalat inputkeresletének csökkenő függvénye.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

59. Egy, az input- és az outputpiacon egyaránt kompetitív, de a profitmaximumát adó termelés meghatározásában bizonytalan cég a változó input egy egységéért adott időszakra 1200 Ft-ot fizet, és ezen input utolsó egysége 1800 Ft értékű határterméket eredményez. Ekkor a vállalatnak
    a) kevesebb változó inputot kellene alkalmaznia;
    b) több változó inputot kellene alkalmaznia;
    c) csökkentenie kellene végterméke árát;
    d) nem kell változtatnia a termelésén.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

60. Az inputfelhasználás tökéletesen versenyző inputpiacon akkor optimális, ha
    a) a tényező határköltsége egyenlő az input árával;
    b) a termelés határköltsége egyenlő az input árával;
    c) az input határterméke egyenlő az input árával;
    d) a határtermékérték egyenlő az output árával.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

61. Egy tökéletes versenyző vállalat termelési függvénye $Q = \min(K; L)$. Mind a tőke, mind a munka egységára 2 pénzegység. A végtermék ára 12 pénzegység. Mennyi tőkét és mennyi munkát használ fel a vállalat a profitmaximális termeléshez?
    a) Véges értéket, és mindenképpen ugyanannyit mind a két inputból.
    b) Semmit, nem fog termelni.
    c) Minél többet használ, annál nagyobb a profitja, ezért, ha lehetősége van rá, akkor azonos mértékben bővíti mind a tőke, mind a munkafelhasználást.
    d) A fenti adatokból nem lehet meghatározni.

62. Egy tökéletesen versenyző vállalat isoprofit-egyenesének meredeksége 0,2. A vállalat parciális termelési függvénye: $y = 2\sqrt{x}$. Az x input optimális mennyisége
    a) végtelen;
    b) zérus;
    c) 5;
    d) 25.
    e) Ennyi információból nem határozható meg.

63. Egy tökéletesen versenyző vállalat isoprofit-egyenesének meredeksége 2. A vállalat parciális termelési függvénye: $y = 2x^2$. Az x input optimális mennyisége
    a) 0,5;
    b) zérus;
    c) 5;
    d) végtelen.
    e) Ennyi információból nem határozható meg.

64. A profitmaximalizálás gyenge axiómájának következménye, hogy ha az egyik input ára nő, akkor
    a) csak abban az esetben nem használnak fel többet a kérdéses inputból, ha nem változik a kibocsátás mennyisége;
    b) nem használnak fel többet a kérdéses inputból;
    c) nem termelnek többet;
    d) kevesebbet termelnek.
    e) A fentiek közül két válasz is helyes.
65. Amennyiben egy tökéletesen versenyző vállalat két inputot használ fel, és ez a két input tökéletesen kiegészítő, akkor az egyik input határtermékének növekedése esetén
    a) a másik input tényező-határtermékérték görbéje változatlan marad;
    b) a másik input tényező-határtermékérték görbéje jobbra tolódik;
    c) a másik input tényező-határtermékérték görbéje balra tolódik;
    d) a másik input tényező-határtermékérték görbéje tolódhat jobbra, balra, vagy maradhat változatlan is.
66. Amennyiben egy tökéletesen versenyző vállalat két inputot használ fel, és ez a két input tökéletesen helyettesítő, akkor az egyik input határtermékének csökkenése esetén
    a) a másik input tényező-határtermékérték görbéje változatlan marad;
    b) a másik input tényező-határtermékérték görbéje jobbra tolódik;
    c) a másik input tényező-határtermékérték görbéje balra tolódik;
    d) a másik input tényező-határtermékérték görbéje tolódhat jobbra, balra, vagy maradhat változatlan is.

5.2. Számítási feladatok

Optimális termelés, kínálati függvény, piaci egyensúly

1. A „Húzd meg, ereszd meg” Kft. gatyamadzagot gyárt. A Kft. a gatyamadzagpiacon tökéletesen versenyző. A vállalat rövid távon 2 egységnyi tőkét használ fel. A tőke ára 2000, a munka ára pedig 1000 pénzegység. A következő kérdésekre az alábbi táblázat kitöltésével válaszoljunk! (a „határ”-függvények értékét differenciahányadosokkal közelítsük, és mindig a nagyobb munkainput sorába írjuk!)

L	Q	MP_L	AP_L	MC	AVC	AC
0	0					
2	10					
4	30					
6	60					
8	84					
10	104					
12	114					
14	120					

a) Határozzuk meg a tökéletesen versenyző vállalat termelését és a realizálható profit nagyságát, ha a piacon kialakult ár 100 forint!
b) Határozzuk meg azt a piaci árat, amely alatt a vállalat kínálata nulla még rövid távon is!
c) Határozzuk meg azt az ártartományt, amelyben a vállalat rövid távon még veszteség esetén is termel!

2. A futball-világbajnokság közeledtével a bírói sípok világpiacán a tökéletes verseny feltételei alakultak ki. A Füttyös Kft. is ezen a piacon értékesít. A vállalatról a következő adatok állnak rendelkezésünkre:

Q (ezer db)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TC (ezer pénzegység)	2000	4000	5000	5500	6500	8000	10 000	13 000	17 000

a) Határozzuk meg, hogy a vállalat mennyi sípot visz a piacra, ha a piacon kialakult ár 2000 Ft/db!
b) Töltsük ki az alábbi táblázatot, és az adatok alapján ábrázoljuk a vállalat kínálati függvényét!

P	q
500	
1000	
	5
	6
3000	
4000	

3. Egy tökéletesen versenyző iparágban a piaci keresleti függvény: $Q_D = 200 - 0,5P$, a kínálati függvény pedig $Q_S = -25 + 0,25P$.
a) Határozzuk meg a piactisztító árat és mennyiséget!
b) Mekkora a keresett és kínált mennyiség $P = 350$ esetén? Egyensúly, túlkereslet vagy túlkínálat jellemzi a piacot?
c) Mekkora a keresett és kínált mennyiség $P = 250$ esetén? Egyensúly, túlkereslet vagy túlkínálat jellemzi a piacot?

4. Egy tökéletesen versenyző vállalat költségfüggvénye $c(y) = 200 + 6y^2$. Ha a piaci ár 60 forint, akkor rövid távon mi a vállalat optimális termelése?

5. Egy tökéletes versenypiacon tevékenykedő vállalat költségfüggvénye $c(y) = 232 + 4y + 2y^2$. Ha a piaci ár 20 forint, mennyi a vállalat optimális profitja rövid távon?

6. Egy, a tökéletes verseny körülményei között működő vállalat összköltségfüggvénye: $TC(q) = FC + 2q + 3q^2$. Ha a piaci ár 20, akkor mekkora FC fix költség és mekkora termelés mellett lenne a vállalat maximális profitja -3? Termel-e ekkor rövid távon a vállalat?

7. Egy tökéletesen versenyző vállalat átlagköltségfüggvénye: $AC = \frac{200}{Q} + 10Q + Q^2$. A cég optimális kibocsátása 10.
a) Mekkora a piaci ár?
b) Mennyi profitot realizál a vállalat?

8. Egy tökéletesen versenyző iparág vállalatának termelési függvénye $Q = \sqrt{KL}$. A rövid távon felhasznált tőke mennyisége $K = 25$. A munka ára 1000 Ft, a tőkéé pedig ennek kétszerese.
   a) Határozzuk meg a vállalat rövid távú határköltségfüggvényét!
   b) A piacon kialakult ár 400. Mekkora termelői többletet realizál ilyen feltételek mellett a vállalat?
9. Egy töklámpásokat gyártó, tökéletesen versenyző vállalatról a következő információink vannak: A vállalat profitmaximumnak megfelelő kibocsátása annál a termelési mennyiségnél van, ahol a határköltsége éppen 200 peták/töklámpa. Ekkor a vállalat gazdasági profitja zérus. Amennyiben a töklámpák ára 120 peták lenne, akkor a vállalat 100 darabot termelne. Vesztesége ugyanekkor 2000 peták lenne, de még a veszteség ellenére is érdemes lenne rövid távon termelnie. A fenti információk alapján határozzuk meg, hogy
   a) mekkora a vállalat átlagköltségfüggvényének minimumértéke?
   b) melyik az az ártartomány, amelyben a vállalat pozitív gazdasági profitot realizálna?
   c) 120 petákos egységár és veszteségminimalizálás esetén mekkora a vállalat határköltsége és átlagköltsége?
10. Egy versenyző vállalat költségfüggvénye $c(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 50$. Rövid távon milyen ártartományban termel a vállalat?
11. Egy rendkívül esős nyár után az éticsiga piacán a tökéletesen versenyző iparág jellemzői alakulnak ki. A piacon kialakult eladási ár 400 Ft/db. A „Huss-huss" vállalat ezen a piacon működik. Tevékenységének változó költsége: $VC = 40q + 5q^2$. Jelenleg éppen a fedezeti pontjában termel. Számítsuk ki a vállalat fix költségét! Határozzuk meg a vállalat üzemszüneti pontjának koordinátáit!
12. Egy tökéletesen versenyző vállalat teljes költségfüggvénye: $TC(q) = 4q^2 + 20q + 40\ 000$. Milyen ártartományban termel a vállalat rövid távon még veszteség esetén is?
13. Egy kompetitív vállalat változóköltség-függvénye: $VC = 5q^2 + 10q$. Termékének piaci ára 210, az átlagos fix költség 225 pénzegység a profitmaximalizáló kibocsátás mellett. Milyen piaci ár mellett termel a vállalat épp a fedezeti pontjában?
14. Egy kompetitív vállalat egyetlen változó inputtényezőt, munkát használ. A munka egységének ára 1000 pénzegység. Amikor a termelés átlagtermék- és határtermékfüggvényeinek értéke megegyezik, a termelés értéke éppen $Q = 200$ egység, a határtermék pedig 25 egység. Mekkora az üzemszüneti ponthoz tartozó ár?
15. Egy kompetitív vállalatról tudjuk, hogy ha a profitmaximum annál a termelési nagyságnál lenne, ahol a határköltsége 100 dollár, akkor nulla gazdasági profitot realizálna. Jelenleg a termék egységára 80 dollár és a profitmaximalizáló output 800 db. Ezzel a vesztesége 12 000 dollár, de ennek

ellenére nem érdemes szüneteltetnie termelését. A megadott adatok ismeretében határozzuk meg:
a) a termék jelenlegi átlagköltségét és határköltségét;
b) a vállalat minimális átlagköltségét!

16. A STIMM-L Kft. egy tökéletesen versenyző vállalat, változóköltség-függvénye $VC = 40Q + 2Q^2$.
a) Mekkora a fix költség, ha a maximális profit 80 Ft-os árnál 50?
b) Mekkora a termelői többlet ilyen ár mellett?

17. Egy tökéletesen versenyző iparág keresleti függvénye: $Q^D = 2000 - 2p$. Az iparágban kialakuló piaci ár mellett a kereslet árrugalmassága $-1,5$. Az iparág egy vállalatának költségfüggvénye: $TC = 5q^2 + 20q + 50$. A vállalat jelenlegi termelése 10 db.
a) Optimálisnak tekinthető-e a vállalat termelése? Válaszát indokolja!
b) Amennyiben nem, akkor mit kellene tennie a vállalat menedzsmentjének? Válaszát indokolja!

18. Egy tökéletesen versenyző vállalat költségviszonyairól az alábbiakat tudjuk: határköltséggörbéje lineáris, meredeksége 4, a fix költség 20. A vállalat 10 pénzegységnyi ár alatt még rövid távon sem termel. Mekkora profitot tud realizálni, ha a piaci ár 30?

19. Egy tökéletesen versenyző vállalat – melynek határköltsége egy 5 meredekségű egyenessel írható le – fedezeti pontja a $(3; 18)$ pontban van. Mekkora a vállalat által elért termelői többlet, amennyiben a piaci ár 28?

20. Egy tökéletesen versenyző vállalat kínálati függvénye: $q = \frac{p}{4}$. A vállalat fix költsége 4000. Mennyivel változik a vállalat által realizált termelői többlet összege, ha a piaci ár 400 forintról 600 forintra nő?

21. Egy tökéletesen versenyző vállalat költségfüggvénye:
$c(y) = y^3 - 6y^2 + 20y + 5$.
a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a vállalat határköltségfüggvényét, és átlagos változóköltség-függvényét!
b) Milyen árak esetén lenne a vállalat kínálata rövid távon 0?
c) Mi az a legkisebb pozitív mennyiség, amit hajlandó termelni a vállalat?
d) Milyen ár mellett termelne $y = 6$-ot?
e) Határozzuk meg a vállalat rövid távú kínálati függvényét!

22. Egy konzervgyárban y db őszibarackkonzerv legyártásának költsége:
$c(y) = y^2 + 10\,000$.
a) Határozzuk meg a különböző költséggörbéket és a vállalat rövid távú kínálati függvényét!
b) Hogyan módosulna az egyéni kínálati függvény hosszú távon? Ebben az esetben a költségfüggvény konstans tagját tekintsük kvázifix költségnek.
c) Ha a piaci ár 150, akkor mennyi konzervet fog gyártani az üzem? Mekkora a profit? Mi várható hosszú távon ebben az esetben?
d) Ha a piaci ár 250, akkor mennyi konzervet fog gyártani az üzem? Mekkora a profit? Mi várható hosszú távon a piacon?

23. Egy profitmaximalizáló kompetitív vállalat teljes költség görbéjének egyenlete: $TC(q) = 0,05q^2 + 4q + 20$
    a) Határozzuk meg a vállalat rövid távú kínálati függvényét!
    b) Mekkora ár biztosítaná hosszú távon az iparági egyensúlyt (feltéve, hogy a vállalatokat azonos költségviszonyok jellemzik, és nem gátolt az iparági be- és kilépés, továbbá amennyiben a költségfüggvényben szereplő konstans tekinthető kvázifix költségnek)?
24. Egy mobiltelefon-alkatrészeket előállító vállalat tökéletesen versenyző piacra termel. Teljes költsége (egy napra, Ft-ban): $TC(q) = 2q^2+80q+2000$. Az alkatrész piaci ára 400 Ft. A piaci keresleti függvény $p = 2000 - Q^D$. Rövid távon hány vállalat van az iparágban?
25. A „Hello Kitty" radírok piacán a tökéletes verseny feltételei érvényesülnek. Az iparág keresletének és kínálatának egyenlete $Q^D = 50\ 000 - 400P$ és $Q^s = 100P - 10\ 000$. A kiinduló helyzetben az iparágban 100 teljesen azonos vállalat működik, amelyek fix költsége 100 egység. A nyersanyagárak emelkedése miatt az iparági kínálati függvény megváltozik:
    $Q^s = 100P - 12\ 000$, de rövid távon még a vállalatok száma nem változik.
    a) Hogyan változik ennek hatására egy-egy vállalat kibocsátása?
    b) Mennyivel változik egy vállalat által realizálható profit nagysága?
26. Egy tökéletesen versenyző piac keresleti függvénye: $P = 2000 - 2Q$. Az iparág egy vállalatának költségfüggvénye: $TC = 4900+20q+q^2$. Az iparág vállalatait azonos költségviszonyok jellemzik. Mindegyik vállalat a fedezeti pontjában termel.
    a) Mennyi lesz egy vállalat kibocsátása a megadott feltételek mellett?
    b) Hány vállalat működik az iparágban?
27. Egy tökéletesen versenyző iparágban a piaci keresleti függvény:
    $Q^D(p) = 25\ 000 - p$. A tökéletesen versenyző piac egy vállalatának teljes költségfüggvénye: $TC(q) = 5q^2 + 100q + 10\ 000$. A piacon működő minden egyes vállalat optimális termelés esetén 40 000 egységnyi gazdasági profitot realizál és költségfüggvényeik egyformák.
    a) Mennyit termel egy vállalat?
    b) Mekkora a piaci ár?
    c) Mennyi lesz az iparági össztermelés, és hány vállalat van az iparágban?
28. Egy kompetitív vállalat határköltségfüggvénye: $MC = 10q + 20$, termékének piaci ára 220, fix költség 400 pénzegység.
    a) Határozzuk meg az iparági kínálati függvényt, ha az iparágban 900 azonos költségfüggvénnyel rendelkező vállalat működik!
    b) Mekkora egy vállalat adott piaci ár mellett realizálható profitja?
    c) Milyen piaci ár mellett realizálná az iparág egy vállalata csak a normálprofitot (azaz pontosan zérus gazdasági profitot)?
29. Egy tökéletesen versenyző vállalat kínálata 200 Ft-os ár mellett 40, 300 Ft-os ár mellett pedig 65. Írjuk fel a vállalat kínálati függvényét, ha tudjuk, hogy a vállalat határköltségfüggvénye lineáris!

30. Egy tökéletesen versenyző vállalat kínálati függvénye az üzembezárási pont felett $q = 0,25p - 5$. Mennyivel változik a vállalat által realizált termelői többlet összege, ha a piaci ár 40 forintról 60 forintra nő?

31. Egy tökéletesen versenyző iparágat 10 egyforma vállalat alkot. Mindegyik vállalat rövid távú költségfüggvénye $TC(q) = q^2 + 5q + 25$, ahol q a termékből egy vállalat által előállított mennyiség.
    a) Határozza meg az iparág rövid távú kínálati függvényét!
    b) Mekkora lesz a kínálat árrugalmassága, ha az iparágban kialakuló ár 100 egység! Értelmezze a kapott eredményt!

32. Egy tökéletesen versenyző vállalat kínálata 20 000 Ft-os ár mellett 300 db. Hány darab terméket értékesít a vállalat 25 000 Ft-os ár mellett, ha a vállalat kínálatának adott tartománybeli árrugalmassága (ívrugalmasságot tekintve és középponti formulát használva) 2?

33. Egy kompetitív iparágban egyforma vállalatok kínálják a terméket. Egyetlen vállalat teljesköltségfüggvénye $TC(q) = 12250 + 100q + 0,025q^2$, ahol q a vállalt kibocsátását jelenti. A termék piaci keresletét a $P = 1500 - 0,025Q^D$ egyenlet írja le, ahol Q a piaci összkereslet mennyiségét jelöli. A vállalatok a technikai optimumban (az átlagköltség minimumában) termelnek.
    a) Mekkora a piacon kialakuló ár?
    b) Hány vállalat tevékenykedik az iparágban?
    c) Az iparági keresleti függvény a fogyasztók preferenciarendszerének változása miatt változott: $P = 1790 - 0,025Q^D$. Hány (egyforma) vállalat lesz hosszú távon az iparágban? A vállalati költségfüggvényben szereplő konstans értéket tekintsük kvázifix költségnek!

34. Egy iparágban, ahol a belépés korlátozott (rövid távot vizsgálunk) két vállalat tevékenykedik. Költségfüggvényeik: $TC_1(y_1) = y_1^2 + 40y_1 + 625$, $TC_2(y_2) = y_2^2 + 10y_2 + 900$.
    a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a vállalatok átlag-, határ-, és átlagos változóköltség-függvényeit!
    b) Tegyük fel, hogy a két vállalat annak ellenére, hogy rövid távon nincs más belépő, árelfogadó! Írjuk fel és ábrázoljuk a vállalatok egyéni kínálati függvényeit!
    c) Írjuk fel és ábrázoljuk az iparági kínálatot!
    d) Tekintsük a következő piaci keresleti összefüggéseket:
        i. $D = 175 - p$;
        ii. $D = 135 - p$;
        iii. $D = 65 - p$;
        iv. $D = 25 - p$;
        v. $D = 10 - p$.

    Mindegyik keresleti függvény esetén számoljuk ki az egyensúlyi piaci mennyiséget és árat, mindkét vállalat által termelt mennyiséget, valamint állapítsuk meg, hogy a vállalatok nyereségesek-e!

e) Tegyük fel, hogy megszűnnek a belépési korlátok, és minden vállalat képes lemásolni a hatékonyabb technológiát.

i. Hosszú távon mi lesz a piaci egyensúlyi ár?

ii. Hány darab vállalat lesz a piacon hosszú távon, ha a piaci kereslet: $D(p) = 520 - p$?

35. Egy Tisza-tó melletti nyaralóhelyen n db egyforma fagylaltosstandnál értékesítenek fagylaltot, melyet rövid távon a következő költségfüggvénnyel állítanak elő: $TC_i = y_i^2 + 36$, ahol y_i az i-edik stand által értékesített fagylaltgombócok száma. A fagylaltosok árelfogadóak.
   a) Írjuk fel egy fagylaltosstand rövid távú kínálati függvényét és a nyaralóhely teljes fagylaltkínálati függvényét!
   b) Grafikonon is ábrázoljuk az összesített kínálatot, és mutassuk meg, hogyan változik a standok számának növekedésével!
   c) A fagyi gombóca iránti kereslet $D = 162 - p$, és tudjuk, hogy kezdetben csak az a 16 fagylaltos árulhat fagylaltot, aki már tavaly is értékesített. Határozzuk meg ebben az esetben a piaci egyensúlyt és a vállalatok profitját!
   d) Hosszú távon, szabad be- és kilépés mellett is határozzuk meg az egyensúlyt! Ekkor a költségfüggvény konstans tagját tekintsük kvázifix költségnek! Hány fagylaltosstand lesz a nyaralóhelyen?
   e) Mi történne a piacon abban az esetben, ha a kereslet nőne, és $D = 170 - p$ lenne az új keresleti összefüggés?

36. Egy kompetitív vállalat hosszú távú költségfüggvénye: $LTC = 200q - 20q^2 + q^3$. Az iparág keresleti görbéje $P = 4000 - Q^D$. Hány, az adott vállalattal azonos költségfüggvényű vállalat van a piacon hosszú távú egyensúly mellett?

37. Egy tökéletesen versenyző iparágban azonos vállalatok tevékenykednek. Egyetlen vállalat hosszú távú költségfüggvénye: $LTC(y) = y^3 - 10y^2 + 100y$. A piaci kereslet $Q_D = 4000 - 10p$. Határozzuk meg a hosszú távú egyensúlyi árat, a vállalatok által kínált mennyiséget, az összpiaci mennyiséget és a vállalatok számát!

38. Egy bizonyos iparágban tökéletes verseny uralkodik. A piaci keresleti függvény $D(p) = a - 5p$, ahol $a > 0$ paraméter. Minden egyes vállalat költségfüggvénye $c(q) = 64 + 4q + q^2$, ahol a 64 hosszú távon kvázifix költség. Hosszú távon mekkora a érték mellett fog 60 vállalat működni a piacon úgy, hogy mindegyik gazdasági költségét a fent megadott költségfüggvény jellemzi?

39. Egy bizonyos iparágban tökéletes verseny uralkodik. A piac keresleti függvénye $D(p) = 498 - p$, és minden egyes vállalat rövid távú költségfüggvénye $c(q) = FC + 2q + q^2$. A vállalatok a technikai optimumban termelnek.
   a) Mekkora (FC) fix költség mellett lesz a piacon az egyensúlyi ár 18?
   b) Hány vállalat van az iparágban?
   c) Várható-e hosszú távon új vállalatok belépése az iparágba? Hosszú távon a költségfüggvény konstans tagját tekintsük kvázifix költségnek!

40. Egy versenyzői piacon minden vállalat a következő rövid távú költségfüggvénnyel rendelkezik: $c(q) = 36 + 8q + q^2$. Tegyük fel, hogy 10 vállalat van a piacon, és az iparág terméke iránti kereslet $D = 360 - 5p$.
    a) Rövid távú egyensúlyban mi lesz a kialakuló piaci ár?
    b) Rövid távú egyensúlyban mekkora lesz egy vállalat kínálata?
    c) Hosszú távú egyensúlyban mi lesz a piaci ár? Hosszú távon a költségfüggvény konstans tagját tekintsük kvázifix költségnek!
    d) Hosszú távú egyensúlyban mekkora lesz egy vállalat kínálata?

41. Egy tökéletesen versenyző vállalat két gyáregységben termel. Az első rövid távú költségfüggvénye $TC_1(q_1) = 4 + \frac{q_1^2}{2}$, a másodiké pedig $TC_2(q_2) = 1 + \frac{3q_2^2}{2}$. A piaci ár $p = 2,25$.
    a) Határozzuk meg a teljes vállalat rövid távú költségfüggvényét!
    b) Mennyit termel a vállalat az első és mennyit a második gyáregységében?

42. Egy tökéletesen versenyző iparágban a piaci kereslet $Q = 300 - p$. A piacon 20 egyforma vállalat működik, melyek költségfüggvénye $TC(q) = 0,25q^2$.
    a) Mekkora a piaci kereslet rugalmassága az egyensúlyban?
    b) Mekkora egy vállalat reziduális keresletének a rugalmassága? (Ehhez először határozza meg a reziduális keresletet!)

43. Egy tökéletesen versenyző piacon, ahol a piaci kereslet $Q = 6020 - 10p$, 100 alacsony költségű és n magas költségű vállalat termel. Az alacsony költségű vállalatok költségfüggvénye $C_A(q_A) = 400 + 2q_A + q_A^2$. A magas költségű vállalatok költségfüggvénye $C_M(q_M) = 900 + 2q_M + q_M^2$.
    a) Mekkora az n értéke, ha tudjuk, hogy minden magas költségű vállalat nulla profitot ér el?
    b) Mekkora egy alacsony költségű vállalat reziduális keresletének rugalmassága az egyensúlyban?

44. Egy vidéki kis faluban a szegfű piacán tökéletes verseny alakul ki. Egy szál szegfű megtermelésének és eladásának együttes hosszú távú határköltsége minden virágtermesztő számára 8 Ft. A szegfűtermesztésnek hosszú távú kvázifix költségei nincsenek. A falu szegfű iránti kereslete a következő függvény szerint alakul: $Q = 600 - p$.
    a) Hosszú távon mekkora az egyensúlyi ár, és hány szál szegfűt fognak eladni a faluban?
    b) Időközben Gizi néni, aki korábban rózsatermesztéssel foglakozott, úgy dönt, hogy a kertje hátsó részében ezentúl szegfűt is termeszt. Mivel van már virágtermesztési tapasztalata, a többieknél alacsonyabb, 6-os határköltség mellett tud termeszteni, de kertje nem túl nagy, így csak 50 szál szegfűt tud piacra vinni. Mekkora a p és a Q a hosszú távú egyensúlyban? Mekkora az utolsónak eladott mennyiség határköltsége?
    c) Tekinthető-e Gizi néni többiekkel szembeni bevételtöbblete profitnak?

Adózás

45. A bőrkabátok piacán a kereslet és kínálat egyenlete: $P = 40\,000 - 0,5Q^D$ és $P = 4000 + 0,25Q^S$. Az iparágban 1000 vállalat működik, azonos költségviszonyok mellett, tökéletes verseny feltételei között.
    a) Határozzuk meg a Bőregér Kft. kínálati függvényét és az általa realizálható profit összegét, ha a vállalat fix költsége 250 000 Ft!
    b) Az iparág vállalatai termelésük során szennyezik környezetüket. Ezért a kormányzat környezetvédelmi adót vet ki rájuk. Minden egyes eladott termékük után 500 egység adót kell fizetniük. Tegyük fel, hogy rövid távon a vállalatok száma nem fog változni. Hogyan változik ekkor az iparági bruttó egyensúlyi ár?
    c) Határozza meg az iparági kibocsátás nagyságát, valamint az iparág által befizetendő adó összegét!
46. Parajfalva háziasszonyai kitalálták, hogy a falu határában gazdagon termő parajból jóízű gombócokat készítve jelentősen növelik háztartásuk bevételét. A parajgombócok piaca kompetitív. Az iparági keresleti függvény: $Q^D(p) = 1000 - 10p$. Egy-egy háziasszony vállalkozásának költségfüggvénye: $TC(q) = q^2 + 4q + 25$, ahol a 25 kvázifix költség, q pedig a mélyhűtött paraj zacskóinak számát jelöli.
    a) Milyen ár mellett lesz az iparág hosszú távú egyensúlyi helyzetben? Mennyi lesz a piaci egyensúlyi mennyiség, és egy-egy háziasszony termelése? Hány vállalkozás lesz ekkor a piacon?
    b) Mi történik, ha az állam $t = 9$ egységnyi adót vet ki egy zacskó fagyasztott parajgombócra? Hogyan változik az iparág hosszútávú egyensúlyi helyzete? (bruttó egyensúlyi ár, mennyiség, ill. a vállalkozások száma)
47. A cigaretta piacán a kereslet: $D(p) = 100 - p$, a kínálat pedig: $S(p) = p - 10$. Tegyük fel, hogy a kormányzat $t = 10$ pénzegység mennyiségi (jövedéki) adót vet ki minden egyes doboz cigarettára, és az adót a termelőknek kell befizetniük. Az adóbevételt a kormányzat kifizeti a fogyasztóknak a cigaretta okozta megbetegedések miatt, egészségügyi hozzájárulás formájában. (Ha nem vásárolnának cigarettát az emberek, akkor erre a kiadásra se lenne szükség.)
    a) Határozzuk meg adózás előtt a piaci egyensúlyt, valamint a fogyasztói és termelői többleteket!
    b) Határozzuk meg a piaci árat és az eladott mennyiséget az adó bevezetése után!
    c) Mennyi az adóbevétel, a fogyasztói és a termelői többlet, valamint a holtteherveszteség?
    d) Hogyan alakultak volna a piaci ár és az eladott mennyiség, ha az adót a fogyasztók fizették volna?
48. Egy versenyzői piacon a keresleti függvény $Q_D = 195 - 0,5p$, a piaci kínálati függvény pedig $Q_S = 2p - 60$.
    a) Mekkora lesz a fogyasztók által fizetett ár és az eladott mennyiség, ha a kormányzat 10%-os értékadót vet ki a piacon értékesített termékre?
    b) Mekkora holtteherveszteséget okoz az adó bevezetése?

49. Egy versenyzői piacon a keresleti függvény $Q_D = 190 - p$, a piaci kínálati függvény pedig $Q_S = p - 20$.
    a) Mekkora lesz a fogyasztók által fizetett ár és az eladott mennyiség, ha a kormányzat a piacon értékesített termék maximális árát 80-ban határozza meg?
    b) Mekkora holtteherveszteséget okoz ez az állami beavatkozás?
50. Egy versenyzői piacon a kereslet a $Q_D = 100 - p$, a piaci kínálat pedig a $Q_S = p - 20$ függvénnyel írható le. Mekkora nagyságú mennyiségi adót vetett ki az állam a termékre, ha az intézkedés hatására a fogyasztói többlet a negyedére csökkent?
51. Egy versenyzői piacon a keresleti függvény $Q_D = 30 - p$, a piaci kínálat függvénye pedig $Q_S = p - 10$. A kormányzat erről a piacról $37,5$ nagyságú adóbevételre szeretne szert tenni. Mekkora mennyiségi adót kell kivetnie a termékre, hogy a kitűzött célt el tudja érni?
52. Egy versenyzői piacon a keresleti függvény $Q_D = 100 - p$, a piaci kínálati függvény pedig a $Q_S = 0,25p$. Az állam célja, hogy a termelőket és a fogyasztókat egyaránt támogassa. Ennek érdekében a termelőknek úgy garantálja a 100 Ft-os minimumárat, hogy az ezen az áron keletkező túlkínálatot felvásárolja. Ugyanakkor a fogyasztóknak minden megvásárolt mennyiség után 20 Ft támogatást nyújt. Mennyibe kerül az államnak ez az intézkedés?
53. Tegyük fel, hogy egy olyan piacon, ahol a vállalatok árelfogadóak, a keresleti függvény a következő: $D(p_x) = 100 - p_x$. Az iparág termékét két vállalat (D és E) állítja elő, két termelési tényező (K, L) felhasználásával, a következő termelési technológiákkal: $x_D = f_D(K, L) = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}}$; $x_E = f_E(K, L) = \min(K^{0,5}, L^{0,5})$.
    a) Határozzuk meg az iparági kínálati függvényt, ha $w_K = w_L = 0,5$, és biztosan nem lép be újabb vállalat a piacra!
    b) Határozzuk meg a piaci egyensúlyt, valamint a termelői és fogyasztói többleteket!
    c) Tegyük fel, hogy a kormányzat 20 egység mennyiségi adót vet ki a fogyasztókra. Hogyan alakulnak az árak és az eladott mennyiségek? Mekkora az adóbevétel, és hogyan változik a fogyasztói és termelői többlet?
    d) Mekkora az adózás holttehervesztesége?
    e) Mi történik, ha ugyanezt a mennyiségi adót a termelőkre veti ki az állam?
    f) Mi történik, ha az eredeti állapotban nem mennyiségi, hanem 25%-os értékadót vet ki az állam a fogyasztókra?
54. Egy nagyvárosi vallási szekta vezetője teljesen befolyása alá vonja a szekta tagjait. A szektatagok nagyon szeretik az aszalt áfonyát, melyet a nagyvárosban sok-sok vidékről érkező asszony árul. Az aszalt áfonya piaca tekinthető tökéletes versenyzőinek, bár a szektatagokon kívül más nem vásárolja azt a nagyvárosban. A szektatagok aszalt áfonya iránti piaci keresleti függ-

vénye $Q = 240 - 10p$. (Az ár 100 Ft/10 dkg-ban, az áfonya mennyisége 10 dkg-ban van megadva.) Az áfonya kínálati függvénye: $Q = 20p$.

a) Mennyi az áfonya szektatagok részére eladott egyensúlyi mennyisége?
b) A szekta vezetője is rákap a szárított áfonyára, és megparancsolja a tagoknak, hogy ha a maguk részére vesznek 10 dkg áfonyát, akkor neki is vegyenek ugyanannyit. Most mennyi lesz az áfonya egyensúlyi mennyisége?

55. Egy nagyvárosi vallási szekta vezetője teljesen befolyása alá vonja a szekta tagjait. A szektatagok nagyon szeretik az aszalt áfonyát, melyet a nagyvárosban sok-sok vidékről érkező asszony árul. Az aszalt áfonya piaca tekinthető tökéletes versenyzőinek, bár a szektatagokon kívül más nem vásárolja azt a nagyvárosban. A szektatagok aszalt áfonya iránti piaci keresleti függvénye $Q = 240 - 10p$. (Az ár 100 Ft/10 dkg-ban, az áfonya mennyisége 10 dkg-ban van megadva.) Az áfonya kínálati függvénye: $Q = 20p$. A vezér ugyan szívesen megparancsolná, hogy amikor egy szektatag vesz valamennyi aszalt áfonyát a saját részére, akkor vegyen neki is ugyanannyit, de néhány szektatag kezd kevésbé hűséges lenni a vezérhez. Ők biztos nem lennének hajlandóak az ilyen utasítást végrehajtani. A lázadás elkerülése végett a szektavezér más szabályt vezet be. Ugyan minden szektatag köteles pontosan annyi aszalt áfonyát vásárolni a vezérnek, mint saját magának, de a vezér az így megszerzett áfonyát nem fogyasztja el, hanem a piaci áron eladja. A kapott bevételt pedig a szekta betegeinek gyógykezelésére fordítják. Mennyi áfonyát hoznak az asszonyok a nagyvárosba?

56. Egy tökéletesen versenyző piac inverz keresleti függvénye $p = 120 - 2,4Q_D$. Az inverz kínálati függvény pedig $p = 0,6Q_S + 30$.

a) Mekkora az egyensúlyi ár és mennyiség a piacon?
b) A kormány 20%-os ÁFÁ-t vezet be a piacon. Ezzel mekkora adóbevételt ér el?
c) Mekkora mennyiségi adót kellene bevezetni, hogy az adóbevétel a b) résznek megfelelő nagyságú legyen?

57. Egy tökéletesen versengő piacon a keresleti függvény $Q = \frac{180}{p^2}$. Az iparágban minden vállalat határköltsége konstans, $MC = 5$.

a) Mekkora lesz az iparági termelés?
b) Mennyivel csökken az iparági termelés 20%-os ÁFA bevezetése után?

A termelési tényezők felhasználása[1]

58. Egy vállalat termelési függvénye $y = \sqrt{\min(2x_1; 3x_2)}$, a termelési tényezők árai $w_1 = 10$ és $w_2 = 15$, és a vállalat által termelt termék ára p. Határozzuk meg a vállalat hosszú távú kínálati függvényét, amennyiben a termelésnek nincs kvázifix költsége!

[1] A termelési tényezők optimális felhasználására – igaz más megközelítésben, de a tökéletes verseny témakörénél is használható módon – már a Termeléselmélet fejezetben is készítettünk feladatokat. Ezeket érdemes ismét áttekinteni.

59. Egy vállalat termelési függvénye $y = \sqrt{2x_1 + x_2}$, a termelési tényezők árai $w_1 = 1,5$ és $w_2 = 1$, továbbá a vállalat által termelt termék ára p. Határozzuk meg a vállalat hosszú távú költség-, illetve kínálati függvényét, amennyiben a termelésnek nincs kvázifix költsége!

60. A „Csipkedd-magad" vállalat, melynek székhelye egy erdő szélén található, csiperkegomba-gyűjtéssel és -értékesítéssel foglalkozik. A vállalat rövid távon az $y = \sqrt{x}$ termelési függvény mellett dolgozik, ahol y a leszedett csiperkegomba mennyisége vödörben mérve, x pedig a gombaszedésre fordított munkaóra mennyisége. A vállalat a munkásoknak óránként 800 Ft-ot fizet, emellett azonban a gombaszedésnek fix költsége is van (megfelelő felszerelés, gombaismereti tanfolyam, stb.), ami 180 000 Ft. A vállalat a csiperkegombát a közeli város tökéletesen versenyző piacán értékesíti.
    a) Határozzuk meg a vállalat rövid távú költségfüggvényét!
    b) Határozzuk meg a vállalat rövid távú kínálati függvényét!
    c) Mekkora termelési mennyiség tartozik a fedezeti ponthoz?

61. Egy tökéletesen versenyző vállalat termelési függvénye legyen: $f(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$. Az inputok árai $w_1 = 1$, $w_2 = 1$. A jelzett két inputon kívül mást nem használnak a termeléshez.
    a) Írjuk fel a vállalat költségfüggvényét!
    b) Határozzuk meg a vállalat határköltségfüggvényét!
    c) Írjuk fel a vállalat kínálati függvényét!

62. Egy tökéletesen versenyző vállalat termékét $p = 200$ áron tudja értékesíteni. A vállalat termelési függvénye $Q = 10\sqrt{KL}$, ahol a felhasznált tőke mennyisége rövid távon 9 egység, és a tőke egységára 2000. A vállalat tökéletesen versenyző az L (munka) inputpiacán. A számára felhasznált optimális munkamennyiség $L = 25$.
    a) Mennyibe kerül a munkainput egy egysége?
    b) Mekkora a vállalat által realizálható profit?

63. Egy vállalat mind a végtermék-, mind pedig a munkatényező piacán tökéletesen versenyző. A végtermék piacán kialakuló keresleti függvény: $Q^D = 600 - 2P$, a kínálati függvény: $Q^S = 100 + 3P$. Az inputpiaci keresleti függvény: $L^D = 8000 - 10P_L$, a kínálati függvény pedig $L^S = 2000 + 20P_L$. A vállalat termelési függvénye $Q = 2\sqrt{KL}$. A vállalat által rövid távon felhasznált tőke mennyisége 100 egység. A vállalat tőkén és munkán kívül mást nem használ a termeléshez.
    a) Hány egységnyi munkát alkalmaz a vállalat?
    b) Mennyi lesz a termelése?
    c) Hogyan írható fel a vállalat inverz inputkeresleti függvénye, és jellemezzük a vállalat által érzékelt inputkínálati függvényt!

64. Egy vállalat termelési függvénye $Q = \min(2K, L)$. Az inputok ára $p_K = 100$ és $p_L = 10$. A tőkét rövid távon $K = 10$ egységben rögzítik. A vállalat a termeléshez csak munkát és tőkét használ, más inputja nincs.
    a) Határozzuk meg a rövid távú teljesköltség- és határköltségfüggvényt!
    b) Milyen maximális termelési szintig értelmezhető a rövid távú határköltségfüggvény?

c) Mekkora termelési szintnél lesz azonos a fenti rövid távú teljesköltségfüggvény a hosszú távú teljesköltségfüggvénnyel?
d) Mennyi munkát (L) használ fel a vállalat rövid távon, ha a termékének piaci ára 100?

65. Egy tökéletesen versenyző vállalat termékét $p = 7$ áron tudja eladni. Termelési függvénye $Q(K, L) = [\min(2K, L)]^{0,5}$. Az inputok ára $p_L = 1$ és $p_K = 5$. A vállalat munkán és tőkén kívül nem használ más inputot a termeléséhez.
a) Határozzuk meg a vállalat költségfüggvényét!
b) Mennyit termel a vállalat?
c) Határozzuk meg a vállalat határköltségfüggvényét!
d) Mekkora a profitja?
e) Mennyit termel ugyanez a vállalat rövid távon, ha $K = 3$?
f) Mekkora a vállalat profitja az e) pontbeli helyzetben?

66. Egy bizonyos iparágban a munkaerőpiac tökéletesen versenyző. A munka inverz kínálati függvénye $w = 25 + 2L$, inverz keresleti függvénye pedig $w = 100 - L$.
a) Mennyi munkaerőt és milyen bér mellett alkalmaz az iparág?
b) A kormány minimálbért ír elő: $w = 80$-at kötelező minden munkásnak megadni. Ennek hatására mekkora lesz a foglalkoztatás szintje, és mi lesz a munkabér?
c) A fenti minimálbér mellett egyensúlyban lesz-e a munkaerőpiac?

5.3. Tökéletes verseny – Megoldások

Tesztkérdések

1. C	2. E	3. C	4. C	5. C	6. D	7. D	8. D	9. A	10. C
11. D	12. C	13. B	14. C	15. B	16. A	17. C	18. A	19. C	20. B
21. B	22. B	23. C	24. D	25. C	26. D	27. C	28. A	29. B	30. A
31. D	32. B	33. C	34. E	35. D	36. B	37. D	38. B	39. A	40. D
41. A	42. B	43. A	44. C	45. A	46. C	47. D	48. B	49. D	50. C
51. A	52. A	53. D	54. A	55. D	56. C	57. A	58. C	59. B	60. E
61. C	62. D	63. D	64. B	65. B	66. B				

Számítási feladatok

1.

L	Q	MP_L	AP_L	MC	VC	AVC	AFC	AC
0	0	–	–	–	0	–	–	–
2	10	5	5	200	2000	200	400	600
4	30	10	7,5	100	4000	133,33	133,33	266,67
6	60	15	10	66,67	6000	100	66,67	166,67
8	84	12	10,5	83,33	8000	95,24	47,62	142,86
10	104	10	10,4	100	10 000	96,15	38,46	134,61
12	114	5	9,5	200	12 000	105,26	35,09	140,35
14	120	3	8,6	333,33	14000	116,67	33,33	150

$FC = 2 \cdot 2000 = 4000$, $VC = L \cdot p_L = 1000L$, felhasználható még, hogy $MC = \frac{P_L}{MP_L}$, illetve $AVC = \frac{P_L}{AP_L}$,

a) $q = 104$ $\pi = 100 \cdot 104 - 14\,000 = -3600$

b) $P = 95,24$

c) $95,24 \leq P \leq 134,61$
Megjegyzés: mivel diszkrét értékek és nem folytonos függvény alapján számoltunk, valamennyi eredményünk csak körülbelüli értéknek tekinthető.

2. a) Az alábbi táblázatban a határköltséget a megfelelő differenciahányadossal közelítjük, és a kapott értéket mindig a nagyobb termelés sorába írjuk.

Q	TC	MC
0	2000	–
1	4000	2000
2	5000	1000
3	5500	500
4	6500	1000
5	8000	1500
6	10 000	2000
7	13 000	3000
8	17 000	4000

Az $MC = P$ alapján $q = 6$ (ezer) db, és mivel itt a bevétel épp fedezi a költségeket, valóban termel is a Kft. Természetesen a diszkrét értékek alapján az eredmény csak közelítő jellegű, és pl. ha a profitot tekintjük, akkor az $q = 6$ és $q = 5$ esetén is zérus. Ennek alapján arra következtethetünk, hogy az optimális termelés 5 és 6 ezer db közt van.

b) A kínálati függvény pontjai, amit azután ábrázolhatunk a q–P koordinátarendszerben:

P	q
500	0
1000	0
1500	5
2000	6
3000	7
4000	8

3. a) $p = 300$; $Q = 50$

b) A keresett mennyiség: 25, a kínált mennyiség 62,5; túlkínálat van: 37,5.

c) A keresett mennyiség: 75, a kínált mennyiség 37,5; túlkereslet van: 37,5.

4. $MC = 12y = 60$, $y = 5$, és itt $AVC < 60$

5. $\pi = -200$ Ft; $200 < 232$, ezért a veszteség mellett is termelnek.

6. $FC = 30$ és $q = 3$, termel, mert a vesztesége kisebb, mint a fix költség.

7. a) $p = MC = 500$
   b) $\pi = 2800$
8. a) A költségfüggvény: $C(Q) = 40Q^2 + 50\,000$, ebből $MC(Q) = 80Q$.
   b) $Q = 5,\ TT = TR - VC = 1000$
9. a) $p = MC = 200$, mivel a gazdasági profit zérus, ezért $AC = MC$, ami alapján AC épp a minimális értékét veszi fel. $AC_{\min} = 200$
   b) $P > 200$
   c) $AC = 140$, $P = MC = 120$
10. Az AVC függvény minimumértéke 14, ezért $p \geq 14$ esetén termel rövid távon.
11. $AC = MC$, $q = 36$, $FC = 6480$, üzembezárási pont: $q = 0$ és $P = 40$
12. AVC és AC minimuma között: $20 \leq P < 820$
13. $p = MC$ alapján $q = 20$, amiből $FC = 20 \cdot 225 = 4500$. Ekkor AC minimális értéke 310, és $AC = MC = p = 310$.
14. $AVC = MC = \frac{P_L}{AP_L} = 40$, $AVC = MC = P$
15. a) $\Pi = P \cdot Q - AC \cdot Q$ alapján $AC = 95;\ P = MC = 80$
   b) $AC_{\min} = P = MC = 100$
16. a) $FC = 150$
   b) $TT = 200$
17. a) Nem optimális, mert a kereslet árrugalmassága $p = 600$-as ár mellett lesz $-1,5$, a határköltség azonban 10-es termelés esetén ezzel nem egyezik meg.
   b) $Q = 58$-ra kellene növelni a termelést.
18. Ha MC lineáris, akkor AVC is lineáris, és mindkettő a $(0, 10)$ pontból indul. Ekkor $MC = 10 + 4q$, amiből $q = 5$. A vállalat költségfüggvénye: $TC(q) = 10q + 2q^2 + 20$, így a profitja: $\pi = 30$.
19. Az MC görbe átmegy a $(3, 18)$ ponton, így meredekségét ismerve, az egyenlete: $MC = 3 + 5q$. Ebből $q = 5$, $TT = TR - VC = 62,5$.
20. A termelői többblet = profit + fix költség. A termelői többblet változása meghatározható a profit változásának nagyságával. Ennek értéke: 25 000.
21. a) $MC(y) = 3y^2 - 12y + 20$; $AVC(y) = y^2 - 6y + 20$ Az ábrához: az AVC és az MC is a függőleges tengely $P = 20$ értékéből „indul”, a két görbe az $y = 3$, $P = 11$ pontban metszi egymást, ugyanitt van az AVC minimuma, míg MC minimuma az $y = 2$, $P = 8$-ban van.
   b) $p < 11$
   c) $y = 3$
   d) $p = 56$
   e) MC növekvő szakaszát kell invertálni: $p \geq 11$ esetén $q = \sqrt{\frac{p-8}{3}} + 2$, különben 0.
22. a) $MC(y) = 2y,\ AC(y) = y + \frac{10\,000}{y},\ AFC(y) = \frac{10\,000}{y},\ AVC(y) = y,$ $S(p) = \frac{p}{2}$

b) 0, amennyiben $p < 200$ (az AC görbe minimuma alatt), különben az a) pontbelivel azonos.
c) $y = 75$, $\pi = -4375$, ezért hosszú távon ilyen ár mellett nem termel.
d) $y = 125$, $\pi = 5625$, mivel nyereséges, más vállalatok is belépnek a piacra, az ár egészen addig csökkeni fog, míg a profit el nem éri a zérust.

23. a) $q^s(p) = 10P - 40$, ha $P \geq 4$.
b) A fedezeti pontban az ár $P = 6$, ilyen ár mellett hosszú távon már nem lép be újabb vállalat a piacra. A hosszú távú egyensúlyi ár azonban lehet ennél valamivel magasabb is, ha az átlagköltség minimuma szerinti árhoz tartozó, keresleti függvényből származó mennyiség nem egész számszorosa az átlagköltség minimumához tartozó, egy vállalat által termelt mennyiségnek.

24. $4q + 80 = 400$; $q = 80$. Az inverz keresleti görbét tekintve $Q_D = 1600$ kell hogy legyen ahhoz, hogy a piaci ár 80 legyen, így a piacon $\frac{1600}{80} = 20$ vállalat van.

25. a) A kiinduló helyzetben $q = 20$, a kínálat megváltozása után $q = 4$.
b) A kiinduló helyzetben
$\pi = \frac{\text{a teljes iparági termelői többlet}}{n} - FC = \frac{2000 \cdot 20}{2 \cdot 100} - 100 = 100$, a kínálat megváltozása után $\pi = \frac{400 \cdot 4}{2 \cdot 100} - 100 = -92$. (Rövid távon még így is megéri termelni, mert a fix költség elszenvedése nagyobb veszteséget jelentene.) A realizálható profit 192 egységgel csökkent.

26. a) $AC = \frac{4900}{q} + 20 + q$; $MC = 20 + 2q$; $AC = MC$; $q = 70$
b) $P = MC(70) = 160$. A keresleti görbe alapján $Q = 920$, így
$n = [\frac{920}{70}] = 13$.

27. a) A vállalat profitja, felhasználva, hogy $p = MC$:
$\pi = (10q + 100)q - 5q^2 - 100q - 10\,000 = 40\,000$. Ebből $q = 100$.
b) $P = MC = 1100$
c) $Q = 23900$, $n = 239$

28. a) Üzembezárási pont: $q = 0$ és $P = 20$. Az iparági kínálati függvény: $Q = 90P - 1800$, ha $P \geq 20$.
b) $q = 20$, így a bevétel kiszámítható. A realizálható profit nagyságához a bevétel mellett a teljes költséget is ki kell számolni. A határköltség alapján $VC(q) = 5q^2 + 20q$, a fix költség szerepel a feladatban.
$\pi = 1600$
c) Az AC minimumának értékéből kapjuk, hogy $p = \sqrt{80} \approx 8,94$.

29. feladat $Q^S = 0,25p - 10$, amennyiben $p \geq 40$, különben zérus.

30. $\triangle TT = 150$

31. a) $Q^S = 5p - 25$, ha $p \geq 5$
b) $\varepsilon = 5\frac{100}{475} = 1,053$, amennyiben az ár 1%-kal növekszik, a kínált mennyiség 1,053%-kal nő.

32. $\approx 471,429$ darabot.

33. a) $p = 135$

b) $n = 78$
c) $n = 94$

34. a) $MC_1 = 2y_1+40$, $AVC_1 = y_1+40$, $AC_1 = y_1+40+\frac{625}{y_1}$, $MC_2 = 2y_2+10$, $AVC_2 = y_2 + 10$, $AC_2 = y_2 + 10 + \frac{900}{y_2}$
b) $S_1(p) = \frac{p-40}{2}$ ha $p > 40$, különben 0; $S_2(p) = \frac{p-10}{2}$ ha $p > 10$, különben 0.
c) $\sum S(p) = \frac{p-10}{2}$ ha $10 < p < 40$, $S = p-25$ ha $p \geqq 40$, $S = 0$ egyébként.
d) AC_1 min.: $y_1 = 25$, $AC_1(25) = 90$, AC_2 min.: $y_2 = 30$, $AC_2(30) = 70$
   i. $p = 100$, $y_1 = 30$, $y_2 = 45$, nyereségesek.
   ii. $p = 80$, $y_1 = 20$, $y_2 = 35$, termelnek, de az 1-es veszteséges (rövid táv!).
   iii. $p = 45$, $y_1 = 2,5$, $y_2 = 17,5$, termelnek, de mindkettő veszteséges.
   iv. $p = 20$, $y_1 = 0$, $y_2 = 5$, már csak az 2-es termel, még veszteségesebb.
   v. Egyik sem termel (rövid távon sem).
e) i. A hatékonyabb vállalat a 2-es, mert alacsonyabb AC mellett termel. Szabad a be- és kilépés, minden vállalat árelfogadó, és hosszú távon a leghatékonyabb vállalat átlagköltségének minimumában termel, tehát a piaci ár $p = 70$ lesz.
   ii. $n = \frac{D(70)}{y} = \frac{450}{30} = 15$ vállalat lesz a piacon.

35. a) $y = \frac{p}{2}$, $Y = n\frac{p}{2}$
b) A vállalatszám növekedésével az iparági kínálati görbe egyre laposabb lesz.
c) $p = 18$, $Y = 144$, $y = 9$, $AC_i = 13 < p = 18$, tehát nyereségesek a vállalatok, a profitjuk $\pi = 45$.
d) $y = 6$, $p = 12$, $Y = 150$, $n = 25$, $\pi = 0$
e) Az egyensúlyi termelés $Y = 158$ lenne, de ekkor elvileg $n = 26\frac{1}{3}$, ami viszont csak egész szám lehet. Így mindössze 26 standot bír el ez a piac, a kínálati függvény $Y = 13p$, az egyensúlyi ár $p \approx 12,143$, egy vállalat termelése kb. $6,07$.

36. $n = 390$

37. AC minimumhelye: $y = 5$; $p = 75$; $Q_D = 3250 = Q_S$; $n = 650$

38. Az AC minimumhelye: $q = 8$; $p = AC(8) = 20$. Ezért 60 vállalat esetén a teljes kínálat: $Q = 480$, amit a keresletbe helyettesítve
$480 = a - 5 \cdot 20$, amiből $a = 580$.

39. a) Az AC minimális, $FC = 64$
b) Az iparágban lévő vállalatok száma 60.
c) Nem, mert a vállalatok csak normálprofitot realizálnak (bevételük épp fedezi gazdasági költségüket).

40. a) 40
b) 16
c) Hosszú távon az egyforma vállalatok száma „mechanikus” számítás sze-

rint 43,3, ami azt jelenti, hogy 43 (azaz egész számú) vállalat van a piacon. Ez a 43 vállalat határozza meg a piaci kínálatot. A piaci kereslet és kínálat metszéspontja a $p \approx 20,075$ árnál van.

d) A vállalat kínálati függvényébe helyettesítve a c) részben meghatározott egyensúlyi árat: $q_S \approx 6,037$.

41. a) $q = q_1 + q_2$.Így $TC(q) = [4 + \frac{q_1^2}{2} + 1 + \frac{3(1-q_1)^2}{2}]$-nak a q_1 szerinti minimuma. A kapott q_1 értéket visszahelyettesítve: $TC(q) = 5 + \frac{3}{8}q^2$.

b) Az első gyáregységben 2,25-öt, a másodikban 0,75-öt termel.

42. a) Egy vállalat kínálata $q = 2p$, így a teljes piaci kínálat $Q = 40p$. Ekkor az egyensúlyi ár $p \approx 7,317$. A kereslet rugalmassága ilyen ár mellett $\varepsilon = -0,025$.

b) Első módszer: a reziduális kereslet $Q^r = 300 - 39p$. Ennek a rugalmassága a $p = \frac{300}{41} \approx 7,317$ ár mellett $\varepsilon_i = -39\frac{300/41}{300-39\cdot(300/41)} = -19,5$.
Második módszer (általánosan levezetve azt, amit az első módszerrel konkrétan kiszámoltunk): Egy kivételével a többi vállalat kínálata $S_0 = 38p$. Ennek rugalmassága $\eta_0 = 1$. A reziduális kereslet rugalmassága $\varepsilon_i = \varepsilon \cdot n - \eta_0(n-1) \approx -19,5$.

43. a) A magas költségű vállalatok az AC minimumában termelnek, ahol $q_m = 30$, $AC(30) = 62 = p$. Ilyen ár mellett a kereslet $Q = 5400$. Egy alacsony költségű vállalat termelése $p = MC$ alapján $q_A = 30$, és az összes alacsony költségű vállalat által kielégített kereslet 3000, amiből az következik, hogy a magas költségűek által kielégített kereslet 2400. $n = \frac{2400}{30} = 80$.

b) A reziduális kereslet: $D_r = 6020 - 10p - 179(\frac{p}{2} - 1) = 6199 - 99,5p$. Ennek rugalmassága $p = 62$ ár mellett $\varepsilon = -205,63$.

44. a) $p = 8$, $Q = 592$

b) $p = 8$, $Q = 592$, $MC = 8$

c) Gizi néni látszólagos bevételtöbblete nagyobb tapasztalatának ellenértéke, azaz járadék, és mint ilyen gazdasági költségének része. Bizonyos szerzők szerint azonban ez az összeg nem az input járadéka, hanem gazdasági profit. Nehéz ugyanis megmagyarázni a valóság és a tökéletesen versenyző piac modellfeltevése közti azon ellentétet, hogy a valóságban mégsem teljesen egyformák a tökéletesen versenyző piac vállalatai, még hosszú távon se. A magyarázat ezért nem egységes a különböző szerzők esetében.

45. a) $q = 0,004p - 16$, $\pi = 38\ 000$

b) Az adó után a vállalatok költségfüggvénye:
$TC = 125q^2 + 4500q + 250\ 000$.
Ekkor az iparági kínálat $Q^S = 4p - 18\ 000$. Az egyensúlyi bruttó ár $p = 16333,33$.

c) $Q = 47333,33$, $T = 23666666,67$

46. a) $p = 14$, $Q = 860$, $q = 5$, $N = 172$

b) A bruttó ár $p = 23$, $Q = 770$, $q = 5$, $N = 154$

47. a) $q = 45$, $p = 55$, $FT = TT = 1012,5$
    b) $q = 40$, a piaci bruttó ár $p = 60$
    c) $T = 400$, $FT = 800$, $TT = 800$, $HTV = 25$
    d) $q = 40$, az eladók most a nettó árat kapják meg, ami nem változott: $p_{\text{nettó}} = 50$, a fogyasztók fizetnek minden doboz cigaretta után 10 pénzegység adót.
48. a) A keresleti összefüggésből $p^b = 390 - 2Q$. A bruttó és nettó ár közti összefüggés $p^b = 1,1p^n$, a vevők a bruttó árat fizetik ki, az eladó a saját részükre a nettó árat kapják meg. $195 - 0,5 \cdot 1,1 \cdot p^n = 2 \cdot p^n - 60$. A bruttó ár $p^b = 110$; $Q = 140$.
    b) Eredetileg $P = 102$, $Q = 144$. Így $HTV = \frac{4 \cdot 10}{2} = 20$.
49. a) $p = 80$, $Q = \min\{190 - 80; 80 - 20\} = 60$
    b) $HTV = \frac{(130-80) \cdot 25}{2} = 625$
50. A fogyasztói többlet nagysága az adó bevezetése előtt 800, így az adó után 200. Ez akkor alakul ki, ha a fogyasztók 80-at fizetnek a termékért, ami mellett a keresett mennyiség 20. Ekkora mennyiséget értékesítve a termelők 40-et kapnak egy termékért, így a kivetett adó nagysága $t = 40$.
51. $t \cdot (10 - \frac{t}{2}) = 37,5$, a két lehetséges t közül a kisebb t jóléti szempontból előnyösebb: $t = 5$.
52. Az állam intézkedése utáni egyensúly: $p = 100$; $Q = 20$. Az állam kifizetése $20 \cdot 20 = 400$ a fogyasztók támogatására, és $5 \cdot 100 = 500$ a túlkínálat felvásárlására, vagyis összesen 900 pénzegység.
53. a) A termelési függvények és inputárak segítségével kiszámítva $MC_E = 2x$, és $MC_D = 2x$, innen $x(p) = \frac{p}{2} + \frac{p}{2}$, vagyis $S(p_x) = p_x$.
    b) $x = 50$, $p = 50$, $FT = 1250$, $TT = 1250$
    c) $x = 40$, a termelők által kapott (nettó ár) $p = 40$, $FT = 800$, $TT = 800$, $T = 800$.
    d) $HTV = 100$ (Az adó nem része a HTV-nek!)
    e) Minden ugyanaz, mint az előzőekben, csak a fogyasztók a termelőknek $p = 60$-as árat (bruttó ár) fizetnek, amiből 40 marad a termelőnél.
    f) $p^b = 1,25 \cdot p^n$; $100 - 1,25 \cdot p^n = p^n$; A fogyasztók által kifizetett nettó ár $p^n \approx 44,44$, $Q \approx 44,44$, $T \approx 44,4 \cdot 44,4 \cdot 0,25 \approx 493$, $FT \approx 0,5 \cdot 44,4^2 \approx 986$, $TT \approx 0,5 \cdot 44,4^2 \approx 986$, $HTV \approx 5,6 \cdot 11,1 \cdot 0,5 \approx 31$.
54. a) Egyszerű piactisztító árat kell számolni: $p = 8$, $Q = 160$.
    b) $p_D = 2p_S$ és $Q_D = \frac{Q_S}{2}$ alapján $240 - 20p_S = 10p_S$ és így $p_S = 8$, $Q_S = 160$. Vagyis 1600 *dkg* áfonyát adnak el az asszonyok, de a szektatagok ennek csak a felét tudják elfogyasztani, a többit a szekta vezetője kapja.
55. $p_D = 2p_S$ és $Q_D = \frac{Q_S}{2} + \frac{Q_S}{2} = Q_S$ alapján $240 - 20p_S = 20p_S$, és így $p_S = 6$, vagyis 10 dkg áfonya 600 FT-ba kerül. Az asszonyok 1200 dkg áfonyát hoznak a nagyvárosba.
56. a) $P = 48$, $Q = 30$

b) $p_S = \frac{p_D}{1,2}$, és így $Q = 26,92$ valamint $p_S \approx 46,15$, az adóbevétel pedig $T \approx 248,52$.
c) $(90 - 3Q)Q = 248,52$. Innen (jóléti szempontból nagyobb termelést választva) $Q \approx 26,92$ és $t \approx 9,24$.

57. a) $Q = 7,2$
b) b) $\frac{\sqrt{180}}{1,2\sqrt{Q}} = 5$ innen $Q = 5$, a termelés 2,2 egységgel csökkent.

58. Optimumban $y^2 = 2x_1 = 3x_2$, ekkor $\pi = p \cdot y - 10\frac{y^2}{2} - 15\frac{y^2}{3} \to \max$, amiből $y = \frac{p}{20}$.

59. Optimumban a vállalat csak az 1-es tényezőt használja, így a termelési függvény: $y = \sqrt{2x_1}$. Ennek felhasználásával $C(y) = 0,75y^2$; $y = \frac{2}{3}p$.

60. a) $C(y) = 800y^2 + 180\ 000$
b) $y = \frac{p}{1600}$
c) $y = 15$

61. a) $x_1 = x_2 = y^{3/2}; C(y) = 2y^{3/2}$
b) $MC(y) = 3y^{1/2}$
c) $S(p) = \frac{p^2}{9}$

62. a) $p \cdot MP_L = w$ alapján $w = 600$
b) $\pi = -3000$ (Rövid távon termel, mert a veszteség abszolút értéke kisebb a fix költségnél.)

63. a) $p = 100$, $p_L = 200$, ekkor $p \cdot MP_L = p_L$ alapján $L = 25$
b) $Q = 100$
c) Az inverz inputkeresleti függvény: $p_L = \frac{1000}{\sqrt{L}}$, inputkínálat: $p_L = 200$ mellett vízszintes.

64. a) $TC(Q) = 1000 + 10Q,\ MC(Q) = 10$.
b) $Q < 20$, mivel a tőke 10 egységben van rögzítve, 20-nál többet már nem tudnak termelni, a határköltséget már $Q = 20$-ban sem tudjuk értelmezni.
c) $Q = 20$.
d) $L = 20$, mert a rögzített tőkemennyiség nem engedi minden határon túl növelni a kibocsátást.

65. a) $c(Q) = 3,5Q^2$
b) $MC(Q) = 7Q$
c) $Q = 1$
d) A profit 3,5
e) $Q = \sqrt{6}$
f) $\Pi = -3,85$, de a veszteség ellenére rövid távon termel, mert a fix költség nagyobb veszteséget jelentene.

66. a) $L = 25$, $w = 75$
b) $L = \min\{100 - w_m;\ \frac{w_m - 25}{2}\} = \min\{20;\ 27,5\} = 20;\ w = 80$.
c) A munka kereslete: $L_D = 20$, kínálata pedig $L_S = 27,5$. Munkanélküliség (túlkínálat a munkából) alakul ki.

6. fejezet

Monopólium, monopszónium

A monopólium és a tökéletes verseny modellje az a két piacforma, mely az alapfokú mikroökonómia-kurzusokon is tananyagként szerepel. Míg a tökéletes verseny esetében a felmerülő kérdések szorosan kapcsolódnak a termeléselmélethez, addig a monopóliumnál már sokkal inkább a piacszerkezeti megközelítések kerülnek előtérbe. Az alapprobléma itt is, mint minden piacelméleti modellnél az, hogy mikor lesz a szóban forgó vállalat profitja maximális, és hogyan alakul a piaci egyensúly. Ebben a fejezetben a belépésmentes monopolista piaccal foglalkozunk, és kizárólag az ún. tiszta, vagy tökéletes – azaz a nem árdiszkrimináló – monopóliumra adunk példákat. Külön feladatokat készítettünk arra a helyzetre vonatkozóan, amikor a monopólium kialakulásának oka „természetes", a költségfüggvény tulajdonságából következik.

Ahogy az eladási oldalon a monopólium, úgy a vásárlási oldalon a monopszónium modellje mutatja be, hogyan viselkedik az egyedüli piaci szereplő. Monopszóniumra találnak olyan feladatokat, ahol a monopszónium termékét a tökéletesen versenyző piacon adja el, és olyat is, ahol a kibocsátás a monopol piacon történik, továbbá készítettünk feladatot bilaterális monopóliumra is.

Olvasóink foglalkozhatnak a monopólium és a tökéletes verseny jóléti megközelítésű összehasonlításával, a holtteherveszteség kiszámításával. Külön feladatokat készítettünk az adó – mind a mennyiségi adó, mind a forgalmi adó, mind a profitadó – termelés és ármódosító hatásának kimutatására. Néhány példánk a lobbizás jóléti következményeit elemzi. A monopolerő mérésére a Lerner-index kiszámolását kérjük, illetve néhány esetben a haszonkulcsot (mint árképzési módszert) kell számszerűsíteni. Az árdiszkrimináció hatását példatárunk árképzéssel foglalkozó fejezetében gyakorolhatják, és a játékelméleti részben is találnak néhány, a monopólium viselkedését elemző feladatot.

6.1. Tesztkérdések

A monopólium határbevétele

1. A monopólium határbevételének értéke
   a) mindig állandó, de kisebb, mint az adott mennyiséghez tartozó piaci ár;
   b) mindig pozitív, és megegyezik az adott mennyiséghez tartozó piaci árral;
   c) csak az optimumban egyezik meg a piaci árral;
   d) minden mennyiség esetén megegyezik a mennyiséghez tartozó piaci árral;
   e) bizonyos mennyiségnél (mennyiségeknél) lehet 0 is.
2. A monopólium határbevétele szigorúan csökkenő piaci keresleti függvény és szigorúan pozitív termelési mennyiség esetén
   a) sosem lehet negatív;
   b) sosem lehet nulla;
   c) egyenlő a piaci árral;
   d) kisebb a piaci árnál.
3. Negatív meredekségű keresleti görbével szembesülő monopólium esetén minden egyes újabb eladott termékegység
   a) az aktuális piaci ár nagyságával növeli a monopólium bevételét;
   b) az aktuális piaci árnál kisebb mértékben növeli a monopólium bevételét;
   c) az aktuális piaci árnál nagyobb mértékben növeli a monopólium bevételét;
   d) növelheti a monopólium bevételét az aktuális piaci árnál nagyobb, illetve kisebb mértékben, a keresleti görbe elhelyezkedésétől függően.
4. Olyan termelési mennyiségnél, amikor a piaci kereslet árrugalmas, a monopólium határbevétele
   a) nulla;
   b) pozitív;
   c) negatív;
   d) bármilyen előjelű lehet.
5. Egy (nem feltétlen ésszerűen döntő) monopólium jelenlegi termelési mennyisége mellett a határbevétel negatív. Ekkora termelésnél a kereslet (saját) árrugalmassága biztosan
   a) nagyobb, mint 0;
   b) kisebb, mint $-0,5$;
   c) abszolút értékben kisebb, mint 1;
   d) abszolút értékben nagyobb, mint 1.
   e) Ennyi információból nem tudunk egyértelmű következtetést levonni.

6. Azon a piacon, ahol az inverz keresleti függvény $p = \frac{1}{Q^2}$, jelenleg egy monopólium termel. Határköltsége pozitív. Ekkor
   a) a monopólium határbevétele mindig negatív;
   b) bármekkora termelést választ is a monopólium, mindig tud annál nagyobb profitot hozó termelést is választani;
   c) a) is és b) is igaz;
   d) sem a) sem b) nem igaz.
7. Egy iparágban, ahol a keresleti függvény $Q = \frac{1}{p^3}$, egyetlen vállalat tevékenykedik. Ennek a vállalatnak
   a) a határbevételi függvénye konstans;
   b) a határbevétele a piaci ár konstansszorosa;
   c) a határbevétele mindenütt megegyezik a határköltséggel;
   d) a bevétele a termelés növekedésekor mindig csökken.
8. Egy tiszta monopólium (melynek határköltsége pozitív), sohasem termel abban a pontban, ahol
   a) határbevételi függvénye negatív meredekségű;
   b) határköltségfüggvénye negatív meredekségű;
   c) teljes bevételi függvénye negatív meredekségű;
   d) határprofitja 0.
   e) Az előzőek (a), b), c) és d)) között több helyes válasz is van.

Optimális döntés – profitmaximum

9. A tiszta monopólium
   a) optimális termelési pontjában (ha valóban megéri termelnie) a határbevétel megegyezik a határköltséggel (feltéve, hogy mindkettő létezik);
   b) realizálhat gazdasági profitot;
   c) nem feltétlenül termel az átlagköltség minimumában.
   d) Mindegyik fenti válasz helyes.
   e) Egyik fenti válasz sem helyes.
10. Egy tiszta monopólium optimális termelési pontjában (ha valóban megéri termelnie, és valamennyi „határ”-függvénye létezik)
    a) a határköltségnél magasabb áron értékesíti termékét;
    b) a határprofit 0;
    c) a kereslet árrugalmas.
    d) Az előző válaszok mindegyike helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
11. Negatív meredekségű, lineáris keresleti görbe mellett (és ha $Q > 0$), a tiszta monopólium által meghatározott ár (amennyiben valamennyi „határfüggvénye” létezik)
    a) mindig nagyobb, mint a határköltség;
    b) nem lehet nagyobb, mint a határköltség;
    c) kisebb, mint a határköltség;
    d) egyenlő a határköltséggel.
    e) Egyik válasz sem helyes.

12. Egy tiszta monopolista vállalat rövidtávú optimumában
    a) a teljes bevétel maximális;
    b) az átlagköltség minimális;
    c) a határprofit pozitív;
    d) az ár lehet kisebb az átlagköltségnél.
    e) Az előzőek mindegyike helyes.
13. Egy (nem feltétlen ésszerűen döntő) tiszta monopóliumról tudjuk, hogy ebben a pillanatban a termelés nagysága 1000, az eladási ár 900 Ft. Ennél a termelési nagyságnál a kereslet árrugalmasságának abszolút értéke $\frac{3}{2}$, a határköltség 250. A monopólium határköltsége végig növekvő. Melyik állítás helyes a fentiek alapján?
    a) Növelni kell a termelést a profitmaximum eléréséhez.
    b) Nem kell változtatni az outputon a profitmaximum eléréséhez.
    c) Csökkenteni kell a termelést a profitmaximum eléréséhez.
    d) A fenti adatok nem elegendőek ahhoz, hogy eldöntsük, mit kell tenni a profitmaximum eléréséhez.
14. Egy monopolista vállalat profitmaximumában az ár éppen másfélszerese a határköltségnek. Mennyi lehet a piaci kereslet árrugalmassága?
    a) $-\frac{2}{3}$
    b) $-0,5$
    c) $-1,2$
    d) -2
    e) -3
15. Egy profitmaximalizáló monopólium teljesköltségfüggvénye: $TC(Q) = 10Q + 500$. Tudjuk, hogy a terméke iránti kereslet árrugalmassága az optimumban -3. Ekkor a profitmaximáló ár
    a) 10;
    b) 15;
    c) 25;
    d) 30.
16. Az alábbi piaci keresleti függvények közül melyik az, amelyik mellett biztosan nem létezik a monopóliumnak optimális termelési mennyisége?
    a) $Q = 100 - p$
    b) $Q = \frac{1}{\sqrt{p}}$
    c) $Q = p^{-\frac{3}{2}}$
    d) $Q = \frac{1}{p^3}$
    e) Mindegyik keresleti függvény mellett létezhet optimális termelési mennyiség.
17. A monopolista piac hosszú távú egyensúlyában
    a) a hosszú távú átlagköltség minimális;
    b) az üzem technikai optimumánál többet termelnek;
    c) a hosszú távú átlagköltség azonos a piaci árral;
    d) a hosszú távú határköltség azonos a piaci árral.
    e) Egyik előző válasz sem feltétlen helyes.

Kínálat, üzemszünet, költségek fedezése

18. A monopólium kínálati függvénye
    a) az MC-nek az AVC minimumpontja fölötti szakasza;
    b) az MC-görbe teljes növekvő szakasza;
    c) az MC-görbének a határbevételi függvény fölötti szakasza;
    d) az MC-görbének a keresleti görbe fölötti szakasza.
    e) Egyik előző válasz sem helyes, mert a monopóliumnak nincs kínálati függvénye.
19. Ha egy profitmaximalizáló monopólium rövid távon abban a pontban termel, ahol a határbevétel éppen 0, akkor
    a) a profitja is biztosan 0;
    b) a határköltsége is 0;
    c) nem lehetnek fix költségei.
    d) Mindhárom fenti válasz igaz.
20. Egy monopolista vállalat profitmaximalizáló outputja éppen az AC minimumában van. Ekkor a monopólium
    a) pozitív gazdasági profitot realizál;
    b) a keresleti görbe átmegy az AC minimumpontján;
    c) átlagköltsége egyenlő a piaci árral;
    d) az átlagköltség görbe érinti a keresleti görbét.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
21. Ha egy (racionálisan viselkedő) monopólium zérus gazdasági profitot realizál, akkor
    a) az AC minimumában termel;
    b) az AC érinti a keresleti görbét;
    c) az AC megegyezik az MC-vel;
    d) az AR megegyezik az MR-rel.
    e) Egyik válasz sem helyes.
22. A monopólium üzemszüneti helyzetében
    a) az átlagos változó költség minimális;
    b) a határköltség megegyezik az átlagos változóköltséggel;
    c) a költségekből pontosan a fix költség térül meg;
    d) a piaci ár megegyezik a vállalat átlagos változó költségével.
    e) Pontosan két válasz helyes.

Haszonkulcsos árképzés

23. A monopólium által alkalmazható haszonkulcs mértéke függ
    a) a vállalat határköltségétől;
    b) a vállalat átlagköltségétől;
    c) a vállalat terméke iránti piaci kereslet árrugalmasságától;
    d) a kereslet jövedelemrugalmasságától.
    e) Az előzőek egyikétől sem.

24. Haszonkulcsos árképzés esetén a haszonkulcs a profitmaximumban annál nagyobb lehet,
    a) minél nagyobbak a vállalat költségei;
    b) minél nagyobb a kereslet árrugalmasságának abszolút értéke.
    c) minél kisebb a kereslet árrugalmasságának abszolút értéke;
    d) minél több helyettesítő termék van a piacon.
25. Egy nullánál nagyobb határköltséggel termelő, racionálisan viselkedő monopólium haszonkulcsos árképzést alkalmaz. Ekkor biztos, hogy az alkalmazott haszonkulcs
    a) egynél nagyobb;
    b) egynél kisebb;
    c) éppen egy;
    d) lehet egynél nagyobb és kisebb is, az iparági keresleti görbétől függően.
26. Egy piacon, ahol a keresleti függvény $Q = \frac{1}{p^3}$, egyetlen vállalat tevékenykedik. A haszonkulcs, melyet a monopolista által szabott ár tartalmaz
    a) annál nagyobb, minél nagyobb mennyiséget értékesít a monopólium;
    b) annál nagyobb, minél magasabb árat szab a monopólium;
    c) annál nagyobb, minél több fogyasztó van a piacon;
    d) állandó.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.

Lerner-index

27. A Lerner-index monopólium esetén:
    a) az ár–költség rés árral osztott értékével egyezik meg;
    b) csak a monopólium terméke iránti kereslet árrugalmasságától függ;
    c) egyenesen arányos a kereslet árrugalmasságával.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
    e) Egyik válasz sem helyes.
28. Tudjuk, hogy egy bizonyos piacon monopólium tevékenykedik. Melyik állítás igaz a Lerner-indexre vonatkozóan az alábbiak közül?
    a) Értéke biztosan nagyobb, mint 1.
    b) Minél nagyobb az értéke, annál nagyobb piaci erőfölénnyel rendelkezik a vállalat.
    c) Amennyiben az értéke pozitív, a vállalat biztosan pozitív gazdasági profitot realizál.
    d) Mindegyik előző válasz helyes.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
29. Egy monopólium optimális termelési mennyisége mellett a Lerner-index $\frac{1}{3}$. Ebben a pontban a piaci kereslet árrugalmassága
    a) 0;
    b) $\frac{1}{3}$;
    c) $-\frac{1}{3}$.
    d) -3
    e) Nem határozható meg egyértelműen.

Adó

30. Egy monopolista iparág vállalatának t nagyságú mennyiségi adót kell fizetnie. Ennek hatására a piaci ár az adózás előtti helyzethez képest
    a) nem változik;
    b) t-vel azonos mértékben emelkedik;
    c) t-nél kisebb mértékben emelkedik;
    d) t-nél nagyobb mértékben emelkedik;
    e) t-nél nagyobb, illetve kisebb mértékben is emelkedhet, a keresleti görbe és a határköltség-görbe alakjától függően.
31. Egy monopolista iparág vállalatának mennyiségi adót kell fizetni, melynek mértéke t Ft. A monopólium lineáris keresleti függvénnyel szembesül, határköltsége konstans. Ebben az esetben melyik állítás igaz az alábbiak közül?
    a) A piaci ár növekedni fog, méghozzá $t-$nél nagyobb mértékben.
    b) A piaci ár növekedni fog, t-vel azonos mértékben.
    c) A piaci ár növekedni fog, méghozzá t-nél kisebb mértékben.
    d) Az előzőek bármelyike előfordulhat.
32. Egy konstans határköltségű monopolista iparág vállalatának mennyiségi adót kell fizetnie, melynek mértéke 100 Ft/db. Ennek következtében az optimumban a bruttó ár az adó nélküli eset optimális árához képest éppen 50 Ft-tal emelkedik. Tudjuk, hogy a keresleti görbe vagy lineáris, vagy konstans árrugalmasságú. Melyik állítás helyes?
    a) A monopólium konstans árrugalmasságú keresleti görbével szembesül, és az árrugalmasság -2.
    b) A monopólium konstans árrugalmasságú keresleti görbével szembesül, és az árrugalmasság $-1/2$.
    c) A monopólium lineáris keresleti görbével szembesül, amelynek meredeksége biztosan -2.
    d) A monopólium negatív meredekségű lineáris keresleti görbével szembesül, de a meredeksége abszolút értékben bármekkora lehet.
    e) Egyik válasz sem helyes.
33. A monopólium által elért nyereségre kivetett tiszta profitadó
    a) nem változtatja meg a monopólium által piacra bocsátott mennyiséget;
    b) csökkenti a monopólium által piacra bocsátott mennyiséget;
    c) növeli a monopólium által piacra bocsátott mennyiséget;
    d) növelheti, illetve csökkentheti is a monopólium által piacra bocsátott mennyiséget, a keresleti görbe alakjától függően.
34. Egy monopólium piacán a kereslet $p = 120 - 2,4Q$. A monopólium költségfüggvénye: $c(Q) = 3Q^2 + 2$. A termék eddig nem tartozott az ÁFA-köteles (általános forgalmi adó köteles) termékek közé, de a következő évtől ezen termékre is 20%-os ÁFÁ-t vetnek ki. Mennyit fog értékesíteni a monopólium a termékéből, ha se a keresleti, se a költségfüggvény nem változik?
    a) $Q = 9,6$
    b) $Q = 11,11$

c) $Q = 10$
d) $Q = 9,259$

35. Egy monopólium piacán a kereslet $p = \frac{135}{Q^{0,5}}$. A termék eddig nem tartozott az ÁFA-köteles termékek közé, de a következő évtől ezen termékre is 20%-os ÁFÁ-t vetnek ki. Milyen árat fognak a vevők fizetni a termékért a következő évben, ha se a keresleti, se a költségfüggvény nem változik?
a) A költségfüggvény ismerete nélkül nem lehet megmondani.
b) A jelenlegi ár 1,2-szeresét.
c) A jelenlegi ár 1,2-ed részét.
d) Ugyanannyit, mint jelenleg.

Összevetés a tökéletes versennyel, holtteherveszteség

36. Az alábbi állítások közül melyikre igaz, hogy monopólium esetén teljesül, míg tökéletesen versenyző iparág esetében nem?
a) Az optimális termelési pontban a határbevétel megegyezik a határköltséggel.
b) A vállalatnak rövid távon sem lehet vesztesége.
c) Az iparágnak nincs kínálati függvénye.
d) Mindegyik fenti válaszra igaz.
e) Egyik fenti válaszra sem igaz.

37. Azonos lineáris piaci kereslet, és azonos vízszintes határköltségfüggvény mellett működő tökéletesen versenyző iparág, illetve tiszta monopólium esetében
a) a monopólium legalább annyit termel, mint a tökéletesen versenyző iparág;
b) a monopólium a tökéletesen versenyző árnál olcsóbban értékesít;
c) a monopólium pontosan annyival több termelői többletet realizál, mint amennyivel kevesebb a fogyasztói többlet;
d) a monopólium magasabb áron, de többet értékesít.
e) Egyik válasz sem helyes.

38. A monopólium által okozott holtteherveszteség
a) mindig nagyobb, mint a monopólium mellett kialakuló fogyasztói többlet;
b) az azonos iparági keresleti- és költségviszonyok mellett működő tökéletes verseny melletti társadalmi jólét, valamint a monopólium termelői többletének a különbsége;
c) az azonos iparági keresleti- és költségviszonyok mellett működő tökéletes verseny melletti társadalmi jólét, valamint a monopólium fogyasztói- és termelői többletének a különbsége.
d) Egyik előző válasz sem helyes.

39. A monopólium által okozott holtteherveszteség meghaladhatja a monopolista modellből származó egyszerű holtteherveszteség értékét, ha
    a) a piac megtámadható;
    b) ha a monopólium profitja egy részét járadékvadászatra fordítja;
    c) ha a monopólium a keresleti görbe árrugalmatlan szakaszán tevékenykedik;
    d) ha a Lerner-index nagyobb 0,7-nél.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
40. A monopólium okozta holtteherveszteség kisebb, mint amennyire a tiszta monopólium modelljéből következtethetnénk, ha
    a) a monopólium profitját költségcsökkentő újításra fordítja;
    b) a monopólium piaca megtámadható, és a monopólium árát ennek függvényében alakítja ki;
    c) a monopóliumot átlagköltség alapú ármeghatározásra kényszeríti a szabályozó hatóság.
    d) Mindhárom fenti esetre igaz a feladat állítása.

Természetes monopólium

41. Egy monopólium biztosan természetes monopóliumként működik, ha
    a) az átlagköltséggörbe minimuma a keresleti görbe felett van;
    b) a vállalat az átlagköltséggörbe minimumában termel;
    c) termelési függvénye csökkenő mérethozadékú.
    d) Az előző esetek bármelyikében.
    e) Egyik esetben sem.
42. Egy vállalat természetes monopólium, ha
    a) egy adott Q piaci mennyiséget kisebb költségen képes előállítani, mint két, vagy több vállalat;
    b) a Lerner-indexe minden pozitív ár mellett zérus;
    c) biztosan az átlagköltséggörbe növekvő szakaszán termel;
    d) a határköltséggörbe növekvő szakaszán termel.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
43. Természetes monopóliumnak nevezzük, ha egy vállalat
    a) az optimális üzemméretnek a piacmérethez viszonyított aránya miatt kerül monopolhelyzetbe;
    b) szabadalmak, licencek birtoklása miatt kerül monopolhelyzetbe;
    c) speciális állami engedély hatására kerül monopolhelyzetbe.
    d) A fentiek közül bármelyik eredményezhet természetes monopóliumot.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
44. Az alábbi feltételek közül melyik teljesülése nem szükséges feltétlenül ahhoz, hogy egy iparág természetes monopóliumként működjön?
    a) Egyetlen vállalat olcsóbban tudja előállítani az iparág teljes kibocsátását, mint kettő, vagy több vállalat.
    b) A költségfüggvény legyen szubadditív.

c) A monopólium optimális termelési mennyisége az átlagköltség csökkenő szakaszán legyen.
d) Mindegyik fenti feltétel teljesül, ha egy iparág természetes monopólium.

45. Az alábbi esetek közül melyikben valószínűsíthető természetes monopólium kialakulása?
a) A termelési függvény csökkenő mérethozadékú.
b) A termelési függvény növekvő mérethozadékú.
c) A termelési függvény Leontief típusú.
d) Az iparági kereslet mindenütt árrugalmas.
e) Egyik fenti esetben se.

A monopólium inputkereslete

46. Egy monopólium esetében az inputtényező
a) határtermék-bevétele mindig megegyezik az inputtényező határtermékértékével;
b) határtermék-bevétele mindig megegyezik az inputtényező határköltségével;
c) határtermék-bevétele nem lehet nagyobb, mint az inputtényező határtermékértéke;
d) határtermékértéke az optimumban egybeesik az inputtényező határtermék-bevételével;
e) határköltsége nem lehet azonos az inputtényező piaci árával.

47. Az inputpiacon tökéletesen versenyző monopólium inputkeresleti függvénye egyetlen változó input (L) esetén
a) az inputtényező határköltséggörbéje;
b) az inputtényező határtermékértéke;
c) a határtermék és az inputár szorzatának megfelelő függvény;
d) az inputtényező határtermék-bevételi függvény megfelelő szakasza.
e) Egyik válasz sem helyes.

Monopszónium

48. A monopszónium munka inputtényező határkiadási (vagy más néven inputtényező határköltség-) görbéje
a) az inputból (a munkából) egy pótlólagos egység megvásárlása miatt bekövetkező költségnövekményt mutatja;
b) megegyezik a munkakínálati görbével;
c) vízszintes a piaci bérnek megfelelő szintnél.
d) Az a) és c) válasz egyaránt helyes.
e) Egyik válasz sem helyes.

49. Ha egy vállalat inputjának piacán egyedüli vásárló (monopszonista), akkor az optimális inputfelhasználás esetén az inputtényező határköltsége
    a) kisebb, mint az input ára;
    b) kisebb, mint az inputtényező határtermék-bevétele;
    c) nagyobb, mint az input ára;
    d) nagyobb, mint az inputtényező határtermék-bevétele;
    e) megegyezik az input árával.
50. A monopszónium
    a) adott lineáris keresleti és kínálati viszonyok mellett mindig kisebb holtteher-veszteséget eredményez, mint a monopólium;
    b) számára a pótlólagos inputegységek megvásárlásának tényező-határköltségét a határkiadási görbe írja le;
    c) mindig Pareto-hatékony kimenetelt eredményez.
    d) Egyik fenti válasz sem helyes.
51. Tegyük fel, hogy egy munkaerőpiacon monopszónium érvényesül. Ekkor egy további munkás alkalmazásának
    a) tényező-határköltsége állandó;
    b) tényező-határköltsége megegyezik a munkabérrel;
    c) tényező-határköltségét a határkiadási görbe írja le.
    d) Az a) és b) válasz egyaránt helyes.
    e) Egyik válasz sem helyes.
52. Egy monopszónium optimálisan annyi munkást alkalmaz, ahány esetén
    a) a monopszónium által elért munkatényező határtermék-bevétel egyenlő a munkabérrel.
    b) a monopszónium által elért munkatényező határtermék-bevétel egyenlő a munkához tartozó határkiadással;
    c) a monopszónium által elért munkatényező határtermék-érték egyenlő a munkához tartozó határkiadással.
    d) A b) és c) válasz egyaránt helyes.
53. Azonos, pozitív meredekségű munkakínálati és negatív meredekségű munkatényező-határbevételi, illetve munkakeresleti függvény esetén a tökéletes versenyben kialakuló helyzethez képest
    a) a monopszónium kevesebb munkást alkalmaz, és magasabb bért fizet;
    b) a monopszónium kevesebb munkást alkalmaz, és alacsonyabb bért fizet;
    c) a monopszónium több munkást alkalmaz, és magasabb bért fizet;
    d) a monopszónium több munkást alkalmaz, és alacsonyabb bért fizet.
54. Egy olyan munkaerőpiacon, melyet egy monopszonista vállalat ural, minimálbér bevezetése után
    a) a munka kínálata biztosan meghaladja a munka iránti keresletet;
    b) a foglalkoztatás megegyezik azzal a szinttel, amely versenyzői piacon érvényesülne;
    c) a korábbinál biztosan több munkást fognak alkalmazni;
    d) előfordulhat, hogy a foglalkoztatás szintje nem változik.

55. Egy olyan munkaerőpiacon, melyet egy monopszonista vállalat ural, minimálbér bevezetése után
    a) elképzelhető, hogy növekszik a foglalkoztatás szintje;
    b) elképzelhető, hogy csökken a foglalkoztatás szintje;
    c) elképzelhető, hogy nem változik a foglalkoztatás szintje.
    d) Mindhárom fenti eset elképzelhető.
56. Az alábbi állítások (a), b), c) és d)) közül melyik nem helyes?
    a) A monopóliumnak nincs kínálati függvénye, a monopszóniumnak nincs inputkeresleti függvénye.
    b) A monopólium esetén az output ára nagyobb, mint a határbevétel, a monopszónium esetén az input ára kisebb, mint a határkiadás (inputtényező-határköltség).
    c) A monopólium nem termel a keresleti görbe árrugalmatlan szakaszán, a monopszónium nem vásárol az inputkínálati görbe árrugalmatlan szakaszán.
    d) A monopolista által meghatározott outputár nagyobb a versenyzői árnál, a monopszónium által fizetett inputár kisebb a versenyzői árnál.
    e) Az a), b), c) és d) válaszok mindegyike helyes.
57. A monopszónium profitmaximumában
    a) az input ára mindig megegyezik az inputtényező határtermék-bevételével;
    b) az inputtényező határtermékköltség mindig megegyezik az inputtényező határtemék-bevételével;
    c) a határtermékköltség mindig megegyezik az inputtényező határtermékértékével;
    d) az input ára mindig megegyezik az inputtényező határtermékértékével.
    e) A fentiek közül több válasz is helyes.
58. Monopszónium esetén biztosan *nem* értelmezhető
    a) a kínálati függvény;
    b) a holtteherveszteség;
    c) az inputkínálati függvény árrugalmassága a megvásárolt input pontjában;
    d) az inputkeresleti függvény.
    e) A fentiek közül két kategória se értelmezhető.
59. Bilaterális monopóliumról akkor beszélünk,
    a) ha az input monopszonista vásárlója monopol termelőtől veszi az inputot;
    b) ha az input monopszonista vásárlója egyben monopóliumként kínálja termékét;
    c) ha két monopólium kartellt alkot, és ketten együtt a monopolista termelési mennyiséget állítják elő;
    d) ha a duopólium két vállalata területileg felosztja egymást közt a piacot, és mindegyik monopóliumként viselkedik a saját piacán.

60. Bilaterális monopólium esetén
    a) az inputot vásárló monopszónium által diktált ár érvényesül;
    b) az inputot kínáló monopólium által diktált ár érvényesül;
    c) a két fél számára legjobb ár átlaga érvényesül;
    d) ez egy játékelméleti kérdés, az ár mindenképpen a két fél által még elfogadható legalacsonyabb és legmagasabb ár tartományában lesz.

6.2. Számítási feladatok

A monopólium optimális döntése

1. Egy monopolista vállalat közgazdásza az optimális vállalati magatartás kialakítása érdekében becsléseket végzett a piaci- és a költségviszonyok alakulására vonatkozóan. Becslése eredményeit foglalja össze az alábbi táblázat.

Ár (eFt/db)	*Termelés (Q, db)*	*Teljes költség (TC, eFt)*	*Teljes bevétel (TR)*	*Határbevétel (MR)*	*Határköltség (MC)*
21	0	6			
19	1	8			
17	2	9			
15	3	12			
13	4	19			
11	5	35			
9	6	54			
7	7	77			

    a) A táblázat hiányzó adatainak kitöltésével állapítsuk meg, mennyit termeljen, és milyen áron értékesítsen a vállalat, ha célja a teljes bevétel maximalizálása! A „határ”-mennyiségeket differenciahányadossal közelítsük, és mindig a kisebb ár sorába írjuk!
    b) Mennyit termeljen, és milyen áron értékesítsen a vállalat, ha célja a profit maximalizálása?
    c) Számítsuk ki a gazdasági profitot mindkét esetre!

2. Egy piacon, ahol a keresleti görbe $Q(p) = 1000 - 2p$ alakú, egy monopólium tevékenykedik, amely konstans $MC = 50$ határköltség mellett képes termelni. A termelés fix költsége $FC = 1000$.
    a) Mekkora mennyiséget, és milyen áron kínál a profitmaximalizáló monopólium az adott feltételek mellett?
    b) Mekkora a monopólium ellenére fennmaradó fogyasztói többlet?
    c) Mekkora a monopólium által realizált termelői többlet?
    d) Mennyit termelne és milyen áron a kompetitív iparág ugyanezen keresleti és költségviszonyok mellett?
    e) Mekkora holtteherveszteséget okoz a monopólium?

3. Egy monopólium változó költsége: $VC(Q) = 0,5Q^2$, a piaci keresleti függvény $Q(p) = 75 - 0,5p$.
   a) Írjuk fel a vállalat teljes bevételi és határbevételi függvényét!
   b) Mennyit és milyen áron kínál a profitmaximalizáló monopólium az adott feltételek mellett rövid távon?
   c) Mekkora a monopólium termelői többlete?
   d) Mennyit termelne és milyen áron a kompetitív iparág ugyanezen keresleti és költségviszonyok mellett rövid távon?
   e) Mekkora a monopolista piaci szerkezetből adódó holtteherveszteség?
4. Egy iparágban egyetlen monopólium működik, amelynek költségfüggvénye $TC(q) = 1,5q^2 + 25q + 1500$. Az iparág terméke iránti piaci keresleti függvény $Q = 100 - 0,5p$.
   a) Mekkora mennyiséget és milyen áron értékesít a monopólium?
   b) Mekkora a monopólium ellenére fennmaradó fogyasztói többlet?
   c) Mekkora gazdasági profitot realizál a monopólium?
   d) Mekkora a monopólium által okozott holtteherveszteség?
   e) Mi történne hosszú távon abban az esetben, ha a monopólium kvázifix költsége 2500-ra nőne?
5. Egy monopólium lineáris keresleti függvénnyel szembesül, határköltsége konstans. Fix költsége pontosan megegyezik a holtteherveszteség 40%-ával. A monopólium létéből fakadó holtteherveszteség hány %-a lesz a monopolista profitnak?
6. Egy vidéki kis faluban egyetlen virágüzlet van, mely esküvői csokrokat készít, az alábbi költségfüggvénnyel: $TC(q) = q^2 + 8$. Az esküvői csokrok készítéséből azonban az optimális termelés mellett is csak 0 gazdasági profitot ér el. Mekkora árat szab, ha tudjuk, hogy a falu csokrok iránti keresleti függvénye -1 meredekségű egyenes?
7. Egy iparágban egyetlen monopólium működik, amelynek költségfüggvénye $TC(q) = \frac{q^3}{10} - 20q^2 + 2500q$. Az iparág terméke iránti inverz piaci keresleti függvény $p = 2750 - 11q$. Amennyiben a vállalatnak az a célja, hogy termékegységenként az átlagköltség 10%-ának megfelelő profitot érjen el, mekkora mennyiséget kell értékesítenie, és milyen áron?
8. Egy monopólium keresleti függvényéről annyit tudunk, hogy az lineáris, és az ár minden egységnyi növekedése a keresett mennyiség ugyancsak egységnyi csökkenését vonja maga után. A monopólium teljes költségfüggvénye: $TC(Q) = Q^2 + 200$, és azt is tudjuk, hogy a profitmaximalizáló monopólium éppen normálprofitot realizál.
   a) Határozzuk meg a monopólium keresleti függvényét! Ábrázoljuk ezt az esetet!
   b) Mennyit és milyen áron termel és értékesít a monopólium?
   c) Mennyit termelne és milyen áron az ugyanezen keresleti és költségviszonyokkal működő tökéletesen versenyző iparág? Mennyi profitot realizálna?

9. A tóparti üdülőhelyen működő NAPraforgó Kft napernyőket gyárt, és az adott régióban egyedüli gyártóként monopolhelyzetben van. Változó költségfüggvénye $VC(Q) = Q^3 - 90Q^2 + 5160Q$. A napernyők iránti kereslet különböző, tavasztól őszig nagyobb, más időszakban kisebb, de az inverz keresleti függvény mindig lineáris, és meredeksége -10. Októberben a kereslet úgy alakult, hogy a vállalat rövid távon még éppen benn marad a piacon.
   a) Ábrázoljuk a vállalat helyzetét októberben!
   b) Mennyit termel és milyen áron értékesít a vállalat ebben az esetben?
   c) Hogyan alakult októberben a napernyők iránti kereslet?

10. Egy monopólium keresleti függvénye $Q(p) = 200 - 0,2p$, határköltségfüggvénye $MC(Q) = 15Q$, fix költsége 10 000.
   a) Határozzuk meg a monopólium kibocsátását és a piaci árat!
   b) A piaci kereslet megváltozott, miközben a monopólium továbbra is ugyanannyit termel, mint az eredeti keresleti függvény mellett, de magasabb áron értékesít. Ábrázoljunk egy ilyen esetet!
   c) Hogyan változott a kereslet? Írjunk fel egy lehetséges keresleti függvényt!
   d) Milyen következtetést vonhatunk le az előzőekből a monopólium inverz kínálati függvényére vonatkozóan?

11. Egy monopólium inverz keresleti függvénye $p = 160 - 2Q$, költségfüggvénye $c(Q) = 2Q^2 + 5$.
   a) Határozzuk meg a monopólium kibocsátását, és a piaci árat!
   b) A piaci kereslet megváltozott, miközben a monopólium továbbra is ugyanazon az áron adja el termékét, mint az eredeti keresleti függvény mellett, de más mennyiséget értékesít. Ábrázoljunk egy ilyen esetet!
   c) Hogyan változott a kereslet? Írjunk fel egy lehetséges keresleti függvényt!
   d) Milyen következtetést vonhatunk le az előzőekből a monopólium kínálati függvényére vonatkozóan?

12. Egy monopólium inverz keresleti függvénye $p(y) = 10 - 0,5y$, átlagköltségfüggvénye $AC(y) = c$.
   a) Mutassuk meg, hogy ha a piaci kereslet megváltozik, méghozzá úgy, hogy minden lehetséges áron az eredetihez képest kétszer annyi mennyiséget hajlandók a fogyasztók megvásárolni, akkor a monopólium által megállapított ár nem változik, miközben az eladott mennyiség megkétszereződik.
   b) Mi történik az árral és mennyiséggel, ha a kereslet úgy változik, hogy most az eredetihez képest a fogyasztók csak feleannyit hajlandók vásárolni?
   c) Milyen általános következtetést vonhatunk le az előzőekből a monopólium optimális árának és az ahhoz tartozó mennyiségnek az alakulásáról?

13. Egy élelmiszeriparban dolgozó vegyészmérnök egy új, speciális összetételű fogyasztószert állít össze. Ismerősei körében az új szer nagy sikert arat, ezért úgy gondolja, érdemes lenne nagyobb méretekben is forgalmazni. Talál is egy vállalkozót, aki hajlandó gyártani és forgalmazni a terméket, és megállapodásuk értelmében a mérnök a bevétel 15%-át kapja meg. A vállalkozó előzetes becslése szerint a termék piaci keresletét a $Q = 4000 - 2p$, költségeit a $TC(Q) = 405Q + 0,5Q^2 + 10\ 000$ összefüggés írja le.
    a) Milyen áron és mennyit forgalmaz a vállalkozó az adott termékből, ha célja a profit maximalizálása? Mennyi lesz a profitja?
    b) Milyen áron és mennyit forgalmazna a mérnök, ha saját jövedelmét szeretné maximalizálni?
14. A jelen példatár iránt a piac keresleti függvénye $Q = \frac{100\ 000}{p^2}$, ahol p a könyv ára 100 Ft-ban kifejezve, Q a könyvek darabszáma, 100-as egységekben. A kiadó költségfüggvénye szintén 100 Ft-ban kifejezve $c(Q) = 5Q + 3500$. A szerzői közösség a bevételből θ arányban részesedik. A kiadó lehetővé teszi, hogy θ-t a szerzői munkaközösség határozza meg. Mekkora θ-t választ a szerzői munkaközösség? Mennyibe fog kerülni a példatár? Mekkora lesz az eladott példányszám?
15. Rajzoljunk fel egy olyan ábrát, ahol a monopolista vállalat határbevételi görbéje az ártengelyt és a mennyiségi tengelyt is 100–100 egységnél metszi. A következő információkat tudjuk a monopólium termeléséről: optimális termelés esetén az átlagköltség 40 Ft/db, ennél kisebb átlagos költséggel a monopólium nem tud termelni. A határköltség végig növekvő.
    a) Mennyi a vállalat optimális termelése? Rajzoljunk be az ábrába egy lehetséges átlagköltség- és határköltséggörbét, és jelöljük be az optimális termelés mennyiségét!
    b) Milyen áron értékesíti a vállalat a termékét?
    c) Mekkora a monopólium teljes bevétele, teljes költsége és gazdasági profitja az optimális termelés esetén? Rajzoljuk be az ábrába a profitot és a holtteherveszteséget jelképező területet!
    d) Mekkora a fogyasztói többlet?
    e) Most rajzoljuk meg azt a helyzetet, amikor egy ugyanilyen átlag- és határköltséggel rendelkező, tökéletesen versenyző vállalat optimális termelés esetén ugyancsak 40 Ft/db átlagköltséggel termel (nem ugyanazon keresleti függvény mellett, mint a monopólium). Mekkora a vállalat profitja? Hasonlítsuk össze a két vállalat helyzetét!
16. Egy monopólium költségfüggvénye $c(Q) = Q^2 + Q + 100$. A monopólium keresleti görbéje lineáris, $p = 101$ esetén metszi az ártengelyt, a monopólium optimális termelési mennyisége $Q = 10$. Mekkora a monopólium profitja?

17. Egy monopólium változóköltség-függvénye: $VC(Q) = 0,5Q^2$, a piaci keresleti görbe $Q(p) = \frac{108}{p^2}$.
    a) Írja fel a vállalat teljes bevételi és határbevételi függvényét!
    b) Mennyit és milyen áron kínál a profitmaximalizáló monopólium az adott feltételek mellett?
    c) A monopólium fix költsége, $FC = 10$. Mekkora a monopólium (gazdasági) profitja?
18. Egy monopolizált piacon a keresleti függvény $q = \frac{1600}{p^2}$. A monopólium költségfüggvénye $TC = 4q + 20$.
    a) Mekkora a monopólium számára maximális profitot biztosító kínálat?
    b) Mekkora a monopólium termelői többlete?
19. Egy újonnan létrehozott Tisza-tó melletti strandon a lángos iránti keresleti függvény $q = \frac{3600}{(p+3)^2}$. Egyetlen büfében árulnak lángost, melyet a következő költségfüggvénnyel tudnak előállítani: $TC = 7q + 100$, ha $q > 0$ és $TC(0) = 0$ Mennyi lángost értékesítenek optimális esetben?
20. Egy monopolizált piacon a keresleti függvény állandó rugalmasságú, $q = p^{-\varepsilon}$, ahol ε a kereslet rugalmasságának abszolút értéke. A monopólium költségfüggvénye $TC = q$.
    a) Adjuk meg a monopólium optimális termelési mennyiségét ε függvényében!
    b) Mi történik a termelési mennyiséggel, ha ε értéke közelít az 1-hez?
    c) Mi történik a termelési mennyiséggel, ha ε értéke közelít a ∞-hez?
21. Egy monopólium piacán a keresleti görbe: $q = \frac{256}{(p-2)^2}$. A monopólium költségfüggvénye: $c(q) = \frac{q^2}{2} + 2q + 1$. Mennyit termel a monopólium?
22. Egy monopólium két gyáregységben termel. Az első költségfüggvénye: $c_1(q_1) = 0,5q_1^2 + 48,5$, a másodiké $c_2(q_2) = 12q_2 + 96$. A piac keresleti függvénye $q = 120 - p$. Mennyit termelnek az első, és mennyit a második gyáregységben?
23. Egy piacon a kereslet $Q = 200 - p$. A terméket egyetlen vállalat képes előállítani, amely két üzemet működtet az alábbi költségfüggvények mellett: $TC_1(q_1) = q_1^2 + 20$ és $TC_2(q_2) = 2q_2^2 + 10$. Mennyit termelnek az egyes üzemekben, és milyen áron értékesíti a monopólium a terméket?
24. Egy vidéki városban egyetlen taxivállalat működik, amely N db taxit üzemeltet. Mindegyik autó a $TC(q_i) = 100 + 4q_i^2$ költségfüggvény mellett működik, ahol q_i az i-edik taxi által óránként szállított utasok száma. A városban a taxis utak iránti óránkénti összkereslet $Q = 100 - p$. Optimális esetben hány taxit (N) üzemeltet a vállalat, és hány utast szállítanak összesen óránként?
25. Egy speciális aromájú bort csak egyetlen vállalkozó tud előállítani. Egy üveg bor előállítási költsége 1200 Ft, melyet a vásárlók közvetlenül a palackozás után éppen 1200 Ft-ért lennének hajlandók megvenni. Amennyiben a vállalkozó tárolja a bort, akkor az maximum 30 évig (30 év után a folyamat megfordul, és a bor elkezd savanyodni) fokozatosan érik, és egyre

értékesebbé válik. Emiatt évente 400 Ft-tal nő a lehetséges eladási ára. A tárolás évi költsége üvegenként 40 Ft. A piaci kamatláb 30 évig biztosan 10% marad. Hány évig érdemes a vállalkozónak érlelnie a bort?

Összevetés a tökéletes versennyel, technológiai fejlesztés és következményei a monopolista piacon

26. Egy monopólium konstans határköltséggel termel, $MC(Q) = 400$, gazdasági profitja, $\Pi = 10\ 000$. Egy technológiai fejlesztést végrehajtva határköltsége csökken (de továbbra is konstans), és továbbra is monopolhelyzetben maradva olyan áron értékesít, mint az eredeti költségek mellett működő, tökéletesen versenyző vállalat. A piaci keresleti függvény: $Q(p) = 2500 - 5p$.
    a) Mennyivel csökkent a monopólium határköltsége?
    b) Hogyan változott a profitja?

27. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 200 - bq$ alakú, ahol $b > 0$ paraméter. A piacon tevékenykedő monopólium költségfüggvénye $TC(q) = \frac{q^2}{2} + 20q$. Mekkora a b paraméter értéke, ha a monopólium 30 egységgel kevesebb terméket értékesít a piacon, mint azt egy azonos keresleti és költségviszonyok mellett működő, tökéletesen versenyző iparág tenné?

28. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = a - q$ alakú, ahol $a > 0$ paraméter. A piacon tevékenykedő monopólium költségfüggvénye $TC(q) = q^2$. Mekkora az a paraméter értéke, ha a monopólium mellett keletkező fogyasztói többlet 171,5-tel kevesebb, mint amennyi abban az esetben lenne, ha a piacon azonos keresleti és költségviszonyok mellett működő, tökéletesen versenyző iparág tevékenykedne?

29. Egy kisvárosban egyetlen dinnyeárus van, és a kisváros lakóinak dinnye iránti napi keresletét a $Q(p) = 700 - 5p$ függvény írja le. A dinnyeárusítás határköltsége konstans, fix költsége nincs. Az eladó 90 Ft-ért árul egy kg dinnyét, mert úgy gondolja, hogy a piacon más dinnyeárus biztosan nem fog megjelenni.
    a) Mekkora a határköltsége?
    b) Ahhoz, hogy az újonnan megépített piacon is standhoz jusson, napi 980 Ft-ot kell fizetnie. Hogyan változik ennek hatására a dinnye ára, eladott mennyisége és a dinnyeárus profitja?

30. Egy piacon, ahol a keresleti függvény $Q = 500 - p$, $MC = 300$ határköltséggel rendelkező egyforma versenyző vállalatok működnek. Az egyik vállalat kutatócsoportja felfedez egy új termelési módszert, amelyet képesek titokban tartani, és amelyik a határköltségét 80-ra csökkenti.
    a) Mekkora mennyiséget, és milyen áron értékesít a hatékonyabbá váló vállalat? Képes lesz-e a többi vállalatot a piacról kiszorítva monopóliumként tevékenykedni?
    b) Milyen maximális határköltség mellett alkalmazhat monopolista árazást a hatékonyabbá váló vállalat?

31. Egy speciális alkatrészeket előállító vállalat konstans átlagköltséggel termel, $AC(Q) = 800$. Termékének piacán egyetlen eladó, a piaci keresleti függvény: $Q(p) = 8000 - 4p$. A monopóliumnak lehetősége van csökkenteni a költségeit, de ennek érdekében 850 000 Ft-ért meg kell vásárolni egy új eljárást, amivel átlagköltségét 300 Ft-tal tudja csökkenteni.
    a) Megvásárolja-e a monopólium az új eljárást, ha egyetlen periódusban termel?
    b) Hogyan változna a fogyasztói és termelői többlet összege (azaz a társadalmi jólét), ha a monopólium megvalósítaná a fejlesztést? Milyen következtetést lehet levonni a kapott eredményekből?
    c) Egy periódusban gondolkodva maximálisan mennyit lenne hajlandó fizetni a monopólium az új eljárásért?
    d) Általánosítsuk a feladatot! Legyen a monopólium átlagköltsége c, az inverz piaci keresleti függvény $p(Q) = a - bQ$, az új eljárás felhasználásával elérhető költségcsökkenés mértéke x. Határozzuk meg a, b, c és x függvényében, hogy mennyit ér a monopóliumnak az új eljárás!

Haszonkulcsos árképzés, Lerner-index

32. Mekkora lesz a monopólium határköltségre vetített haszonkulcsa, ha a piaci keresleti görbe árrugalmassága az optimális termelési pontban -3? És a Lerner-index?
33. Egy profitmaximalizáló monopólium olyan keresleti függvény mellett tevékenykedik, melynek sajátár-rugalmassága minden pontban -3. A vállalat számára a profitmaximalizáló ár 12. Mekkora a határköltség az optimális termelési pontban? És a Lerner-index?
34. Egy piacon, ahol egyetlen vállalat tevékenykedik, a keresleti függvény $Q = 150 - p$. Mekkora konstans c határköltség esetén lesz a kereslet árrugalmassága a profitmaximalizáló monopolista ár mellett $-1,5$? Mekkora a Lerner-index ebben a pontban?
35. Egy újonnan alakult vállalat menedzsere – miután vállalata monopolhelyzetbe került – azt a célt tűzte ki maga elé, hogy legalább 22%-os haszonkulccsal működjön a vállalat. Termékének keresleti függvénye:
$Q(p) = 300 - 0,5p$. A vállalat teljesköltségfüggvénye:
$TC(Q) = 10.000 + 400Q$. Ezen feltételek mellett elérheti-e célját?
36. Egy monopol helyzetű vállalat költségfüggvénye: $TC(Q) = 5 + 4Q$, a piaci kereslet: $Q = 10 - p$.
    a) Mekkora a Lerner-index a monopólium optimális termelése mellett?
    b) Mekkora a piacon keletkező holtteherveszteség, ha a monopólium profitjának $\frac{3}{4}$ részét járadékvadászatra fordítja?

Lobbitevékenység és adó

37. A Balatonszépén levő községi strand üzemeltetését az önkormányzat egy magánvállalkozásra szeretné bízni. A szolgáltatás árát a megbízást elnyerő vállalat saját maga állapíthatja meg, és az üzemeltetési jogért napi 50 000 Ft-ot kell fizetni az önkormányzatnak. A településen ez az egyetlen strand, az üzemeltetési jogot két vállalkozó is szeretné megszerezni. Ennek érdekében mindketten erőteljes lobbitevékenységbe fognak, pénzt nem sajnálva, különböző figyelmességekkel, ajándékokkal valamint „fehér asztal" mellett próbálják meggyőzni a döntéshozókat arról, hogy csakis az adott vállalkozás tudja nyereségesen és színvonalasan működtetni majd a strandot. A strandbelépők iránti piaci keresleti függvény $Q(p) = 4200 - 4p$, ahol Q a napi belépők száma, p egy napijegy ára. A vállalkozók különböző költségfüggvényekkel kalkulálnak: az 1. vállalkozó költségfüggvénye: $TC(Q) = 250Q + 345\ 000$, a másiké: $TC(Q) = 400Q + 10\ 0000$.
    a) Melyik vállalat kapja meg a strand üzemeltetési jogát, ha a döntéshozók és vállalkozók egyaránt haszonmaximalizáló gazdasági szereplők?
    b) Jól járnak-e a fogyasztók a döntéshozók választásával?

38. Két közgazdász egyetemi hallgató egyben nagy mozirajongó is. Ezért első vállalkozásukként egy egyetemi filmklubot szeretnének működtetni. Ehhez az egyetem egyik 400 fős termét szándékoznak kibérelni. A film vetítésével kapcsolatban a következő költségekkel kalkulálhatnak: a filmkölcsönzés díja 112 000 Ft, az egyetem 80 000 Ft bérleti díjat kér, ezenkívül még 20 000 Ft költséggel számolnak, amit a segítőknek (technikus, ruhatáros stb.) fizetnek ki munkadíjként. Az előzetes felmérések alapján a filmklub által nyújtott szolgáltatás iránti becsült piaci kereslet: $Q(p) = 640 - 0,4p$, ahol p a mozijegy ára, Q a vásárolt jegyek mennyisége.
    a) Ha a diákoknak az a célja, hogy a terem tele legyen, mennyiért adnak el egy jegyet? Mennyi lesz a profitjuk?
    b) Ha a diákok célja a profit maximalizálása, mennyiért fogják a jegyeket árulni? Mennyi jegyet adnak el? Mennyivel változik a profitjuk? Hogyan változik a fogyasztói többlet?
    c) Az egyetem megváltoztatja a terem bérleti feltételeit. A bérleti díj most csak 50 000 Ft, de ezen kívül minden eladott jegy után még 100 Ft-ot kérnek a diákvállalkozóktól. Ha a vállalkozás továbbra is profitmaximalizáló, mennyi lenne a jegyek ára és eladott mennyisége? Jól jártak-e a diákvállalkozók a feltételek megváltoztatásával?

39. A repülőtereken használt, a csomagok védelmére szolgáló csomagolóanyagot a termék egyedüli gyártójaként a REPFOL vállalat gyártja és szállítja. A csomagolóanyag iránti napi piaci keresleti függvény: $Q(p) = 600 - 0,5p$ (ahol Q a csomagolóanyag mennyisége m^2-ben, p egy m^2 ára Ft-ban). A REPFOL költségfüggvénye: $TC(Q) = 20\ 000 + 3Q^2$. Mivel a csomagolóanyag használata környezetszennyező, az idei évtől az állam 140 Ft/m^2 nagyságú termékdíj megfizetésére kötelezi a vállalatot. Hogyan változik a REPFOL outputja, a csomagolóanyag piaci ára és a vállalat gazdasági profitja a bevezetett termékdíj hatására?

40. Egy monopólium keresleti függvénye: $Q = \frac{324}{p^2}$, változó költsége $VC(Q) = 4,5Q$, a fix költség $FC = 5$.
    a) Mennyit termel és milyen áron értékesít a monopólium? Mekkora a realizált gazdasági profit?
    b) A vállalatra adót vetnek ki, minden eladott termékegység után 1,5 egységnyi adót kell fizetnie. Hogyan változik ennek következtében az eladott mennyiség, a piaci ár és a vállalat gazdasági profitja?
    c) Ha az adott keresleti függvénnyel és költséggel rendelkező vállalatra t egységnyi mennyiségi adót vetnek ki, hogyan változik a piaci ár t függvényében?
41. Egy városban egyetlen autószerelőnek van engedélye zöldkártya kiállítására, amelynek költségfüggvénye $c(y) = 2y^2 + 2y + 10$, ahol y a kiállított zöldkártyák mennyisége (y egész, egész számú zöldkártyát állítanak ki). A város autótulajdonosai részéről a zöldkártya iránti inverz piaci kereslet: $p = 85 - 3y$, ahol p a zöldkártya ára 1000 Ft-ban. Az önkormányzat bevételének növelése érdekében mennyiségi adót vet ki minden kiállított zöldkártya után. Mekkora t nagyságú (mennyiségi) adóra van szükség (ezer forintban mérve), ha az adott piacról 24 ezer Ft nagyságú adóbevételre szeretne szert tenni, méghozzá úgy, hogy egy autósnak a lehető legkisebb adót kelljen fizetnie?
42. Egy piacon egy $TC = q^2 + 200$ költségfüggvénnyel jellemezhető vállalat tevékenykedik. A piaci inverz keresleti függvény $P = 120 - 1,2q$. Mekkora lesz a monopólium termelése, illetve profitja, ha a kormányzat előírja, hogy a fogyasztóknak 20%-os értékadót kell fizetniük a termék fogyasztása után?
43. Egy piacon egyetlen vállalat tevékenykedik, $c(Q) = 2 + Q^2$ költségfüggvénnyel. Terméke iránti inverz kereslet $p = 960 - 3,8Q$. Az állam a termékre 20%-os értékadót (a nettó ár 20%-át, ÁFÁ-t) vet ki, melyet a termelők fizetnek be a költségvetésbe.
    a) Mekkora mennyiségi adó eredményezne ugyanannyi adóbevételt az állam részére úgy, hogy közben a termelés a lehető legtöbb maradjon?
    b) A monopólium melyik adóforma esetén járna jobban?
44. Egy iparágban egyetlen vállalat működik, amelynek változóköltség-függvénye $VC(y) = 40y$. Az iparág terméke iránti piaci kereslet inverz függvénye: $p = 200 - 2y$. Az állam a monopóliumtól 10%-os profitadót szed be, melynek eredményeképpen a monopólium számára optimális termelési szint mellett 319 bevételhez jut. Mekkora a vállalat termelésének fix költsége?

Természetes monopólium

45. Egy város területén egyetlen, természetes monopóliumként működő vállalat foglalkozik a háztartási hulladék elszállításával. A hulladékszállítás iránti kereslet függvénye: $Q = 1200 - p$, ahol Q a naponta elszállított hulladék mennyisége (m^3), p pedig egy m^3 hulladék elszállításának díja Ft-ban. A hulladék elszállításának változó költsége 500 Ft/m^3, emellett a vállalatnak fix költségei is vannak: $FC = 78\ 400$.

a) A vállalat saját maga állapíthatja meg az árat, és célja a profit maximalizálása. Ugyanakkor 25%-os profitadót fizet a városi önkormányzatnak. Az adott feltételek mellett mennyi a hulladékszállítás díja, az elszállított hulladék mennyisége, és a vállalat profitja?
b) Az önkormányzat mikroökonómiában jártas közgazdásza azt javasolja, hogy a profitadó helyett olyan árat írjanak elő a vállalat számára, amely kizárólag a normálprofit realizálását teszi lehetővé, ugyanakkor a lehetőségekhez képest a legtöbb szemét elszállítására készteti a vállalatot. Milyen árat írjon elő az önkormányzat, és mennyi lesz ekkor az elszállított hulladék mennyisége?
c) Egy másik szakember azt javasolja, hogy az árszabályozás helyett továbbra is adó formájában vonják el a vállalat gazdasági profitját, méghozzá úgy, hogy minden egyes elszállított m^3 hulladék után t összegű adót kelljen a vállalatnak befizetni. Mekkora legyen az adó – t –, hogy a vállalat kizárólag normálprofitot realizáljon? Mennyi lesz ebben az esetben az elszállított hulladék mennyisége és ára?
d) Hasonlítsuk össze a három megoldást a fogyasztó, a vállalat, az önkormányzat szempontjából, valamint jóléti szempontból (fogyasztói többlet, termelői többlet, holtteherveszteség, önkormányzat bevétele).

46. Egy vállalat változóköltség-függvénye $VC(q) = 4q^2$, az inverz piaci kereslet $p = 1230 - 0,2q$. Legalább mekkorának kell lennie a vállalat fix költségének ahhoz, hogy teljesüljön a természetes monopólium elégséges feltétele? (azaz a vállalat méretgazdaságosság mellett működő természetes monopólium legyen)

47. Egy szolgáltatás piacán a kereslet: $p(Q) = 3500 - 70Q$. A piacon egyetlen vállalat működik, átlagköltség-függvénye: $LAC(Q) = Q^2 - 100Q + 3100$.
a) Mutassuk meg, hogy az adott feltételek mellett a vállalat természetes monopólium! Ábrázoljuk is az adott helyzetet!
b) Mekkora lenne ezen a piacon a tökéletes versenynek megfelelő ár? Mennyi lenne ezen ár mellett a vállalat gazdasági profitja?
c) Milyen ár mellett realizálna a vállalat éppen normál profitot?
d) A kereslet megváltozott, az új inverz keresleti függvény: $p(Q) = 5000 - 70Q$. Fennállnak-e továbbra is a természetes monopólium feltételei? Ábrázoljuk ezt a helyzetet is!

48. Egy piacon, ahol a kereslet $Q = 64p^{-2}$ alakú, egy vállalat működik, melynek a költségfüggvénye: $C(q) = 12 + \frac{Q^2}{4}$
a) Mekkora mennyiséget és milyen áron értékesít a monopólium?
b) Mekkora profitot ér el?
c) Mi történne, ha ugyanezen a piacon olyan tökéletesen versenyző vállalatok működnének, amelyeknek együttes hosszú távú költsége megegyezik a monopólium költségével? Ábrázoljuk ezt az esetet!

49. Tegyük fel, hogy egy monopólium két perióduson keresztül tevékenykedik egy piacon, ahol az inverz kereslet mindkét periódusban $p(q) = 160 - 2q$. A monopólium átlagköltsége az első periódusban $AC_1 = 40$. A második periódusra ez az átlagköltség tanulás révén csökken, és a következőképpen alakul: $AC_2 = 40 - 2,5q_1$, ahol q_1 az első időszakbeli termelés mennyisége. Mekkora a monopólium optimális termelése a két időszakban, ha a jövőbeli profitját nem diszkontálja?

Inputok, optimális döntés a termelési függvény ismeretében, monopszónium

50. Az országban egyetlen vállalat gyárt hajóponyvát, annak ellenére, hogy az iránta megnyilvánuló kereslet meglehetősen magas, és a következő inverz keresleti függvénnyel írható le: $p = 10800 - 0,025q$. A vállalat termelési függvénye $q = \sqrt{K \cdot L}$, ahol K a termelési folyamatba befektetett pénzösszeget, L a foglalkoztatott munkások számát jelöli. A vállalat a munkapiacon kialakult 2000 nagyságú bér mellett bármennyi munkást képes foglalkoztatni. Tudjuk, hogy a vállalat 1 000 000 Ft-ot fektetett a termelési folyamatba.
    a) Határozzuk meg a vállalat költségfüggvényét!
    b) Hány munkást foglalkoztat, és mennyi hajóponyvát értékesít optimális esetben a monopólium?

51. Teri néni, amikor nem az unokáival játszik, tortasütéssel tölti napjait. A torták készítéséhez piskótatésztát (x_1) és pudingport (x_2) használ fel, melyek ára rendre: $w_1 = 10$, $w_2 = 20$. A termelési függvénye $y = \sqrt{\min(2x_1; x_2)}$ alakú, ahol y a naponta megsütött torták száma. A faluban a torta iránti inverz keresleti függvény $p = 1000 - 25y$ alakú.
    a) Határozzuk meg a tortasütés költségfüggvényét, amennyiben nincsenek fix költségek!
    b) Mekkora mennyiséget és milyen áron értékesít Teri néni naponta a tortáiból, ha tudja, hogy a faluban nem akad versenytársa, így monopolista módon viselkedhet?

52. Egy egyedi szolgáltató tevékenységet végző monopólium az adott szolgáltatás piacán a következő keresleti függvénnyel szembesül: $Q(p) = 29\,280 - 4p$. A monopólium egyetlen inputot, munkát alkalmaz, termelési függvénye $Q = 20\sqrt{L}$. Emellett napi 100 000 Ft fix költsége is van, és 20%-os profitadót is fizet. A tökéletesen versenyző munkapiacon a kereslet $L(w) = 16\,000 - 2w$, a kínálat $L(w) = 1000 + 0,5w$, ahol w a napi munkabér (Ft/nap), L pedig a foglalkoztatottak száma (fő/nap).
    a) Határozzuk meg a vállalat munkakeresleti függvényét!
    b) Hány főt foglalkoztat a profitmaximalizáló monopólium és mekkora bért fizet?
    c) Határozzuk meg a monopólium gazdasági profitját!

53. Egy kisvárosban működő tejfeldolgozó üzem egyedüli munkaadóként keres betanított munkásokat, az előállított terméket a versenyzői piacon értékesíti. Termelési függvénye: $Q = 16L$. A feldolgozott tejért literenként 200 Ft-ot kap. A munkakínálati függvény: $L(w) = 0,2w - 184$.
    a) Határozzuk meg a vállalat határkiadási (inputtényező határköltség) függvényét!
    b) Mennyi munkaerőt foglalkoztat a vállalat és mekkora bért fizet?
    c) A vállalat 109 920 Ft gazdasági profitot realizál. A bérköltségen kívül a vállalatnak még fix költsége is van. Mekkora ez a fix költség?

54. Egy monopszonista vállalat termelési függvénye: $Q = 3000L - 0,25L^2$. A vállalat az outputpiacon tökéletesen versenyző, termékének piaci ára 4. A munkatényező inverz kínálati függvénye $w(L) = 2L$, ahol w a napi munkabér (Ft/nap), L pedig a foglalkoztatottak száma (fő/nap).
    a) Hány főt alkalmaz a monopszonista vállalat és mennyi lesz az összes bérköltsége?
    b) Ha a kormányzat 6500 Ft/nap minimálbért ír elő, hogyan változik a monopszónium által foglalkoztatottak száma? Lesz-e munkanélküliség?
    c) A munkásoknak sikerül további minimálbér emelést elérni, ennek következtében azonban a monopszónium által foglalkoztatottak száma a szabályozott bér nélküli helyzethez képest is csökkent. Vajon mekkora ez az új minimálbér?

55. Egy vállalat termelési függvénye: $Q(L) = 120L - 0,1L^2$. Termékét tökéletesen versenyző piacon értékesíti, 10 Ft/db-os egységáron. Mint a környék egyetlen vállalata, a munkapiacon egyedüli vásárló. A munkakínálati függvény: $L(w) = 0,25w - 50$.
    a) Mennyi lesz a foglalkoztatottak száma és a munkabér?
    b) Időközben a munkakínálati függvény megváltozott, az új függvény: $L(W) = 0,125w - 15$. Hogyan változik ennek hatására a foglalkoztatottak száma és a munkabér?
    c) Milyen következtetést vonhatunk le az előzőekből a monopszónium inputkeresletére vonatkozóan?

56. Egy piacon a munkakínálati görbe $w = 40 + L_s$, a munkakeresleti görbe $w = 100 - L_D$, ahol w a munkabér, L_S a munkakínálat, L_D a munkakereslet nagysága.
    a) Mekkora lesz a foglalkoztatottak száma és a fizetett bér, ha a piacon tökéletes verseny uralkodik?
    b) Tegyük fel, hogy a piacon monopszónium van! Határozzuk meg a határkiadási görbéjét (inputtényező határköltség-görbéjét)!
    c) Hány munkást foglalkoztat a monopszónium, és mennyit fizet a munkásainak? Hasonlítsuk össze az eredményt az a) pont eredményeivel!
    d) Mekkora a monopszónium által okozott holtteherveszteség?
    e) Hogyan változik a foglalkoztatás, ha az állam $w = 75$ nagyságú minimálbért ír elő a monopszónium részére?

57. Egy monopólium terméke iránti inverz piaci kereslet $p = 130 - 0,5Q$. A monopólium a termékének előállításához kizárólag munkaerőt használ fel, a következő termelési függvény szerint: $Q(L) = 4L$. Mivel a felhasznált munkaerő speciális, így a monopólium annak monopszonista vásárlója. A munkakínálati függvény: $L_S = \frac{w}{2} - 20$.
    a) Mennyi terméket értékesít optimális esetben a monopólium?
    b) Mekkora bért fizet a munkásoknak?

58. Egy speciális alapanyag egyedüli vásárlója az alapanyag egyedüli kínálójától tud csak hozzájutni ehhez a termeléséhez nélkülözhetetlen tényezőhöz, azaz a két vállalat bilaterális monopóliumot alkot. A szóban forgó input mennyiségét x-szel jelölve, a monopszónium határtermék-bevételi görbéje: $MRP(x) = 160 - x$. Az inputot előállító vállalat határköltséggörbéje: $MC(x) = 10 + 2x$. Mennyi inputot vásárol a monopszónium a monopóliumtól, és milyen áron?

59. Egy vállalat néhány mérnököt 10 évre szerződtetett, de emellett szüksége van betanított munkásokra is. A betanított munkások piacán monopszóniumként tevékenykedik. Itt az inverz munkakínálati görbe $w = 18,4 + 2L$. A monopszónium a tökéletesen versenyző iparágban értékesíti termékét, $p = 12,8$ áron. A 10 év minden időegységében termelési függvénye $Q = 60\,000 + 50L - L^2$, ha betanított munkásokat is alkalmaz. Ha nem alkalmaz betanított munkásokat, akkor nem tud termelni (a mérnökök nem hajlandók bizonyos tevékenységek elvégzésére.) Számítsuk ki a monopszónium létéből adódó holtteherveszteséget!

60. Egy vállalat termékét a tökéletesen versenyző piacon értékesíti, ugyanakkor a környéken (tanyás körzet) ez a vállalat biztosít egyedül foglalkoztatási lehetőséget az itt lakóknak. A vállalat $p = 10$ áron tudja a végtermékét értékesíteni, rövid távú termelési függvénye $Q = 2000L - 0,5L^2$. A környéken a munka inverz kínálati függvénye: $w = 900 + 5L$.
    a) Mennyi munkást alkalmaznak, és milyen munkabér mellett?
    b) Konstruáljon egy olyan munkakínálati függvényt, ahol ugyanennyi munkást alkalmaznak, de más munkabér mellett!
    c) Elemezze a feladatból leszűrhető tanulságot a monopszónium inputkeresleti függvényére vonatkozóan!

61. Egy vállalat termékét a tökéletesen versenyző piacon értékesíti, a felhasznált speciális nyersanyagot a környéken csak ő vásárolja. (A kérdéses nyersanyag romlandó, nem bírja a szállítást.) A vállalat $p = 30$ áron tudja a végtermékét értékesíteni, rövid távú termelési függvénye $Q = 120x - 5x^2$. A nyersanyag inverz kínálati függvénye: $p_x = 400 + 10x$.
    a) Mennyi nyersanyagot vásárol a vállalat, és milyen áron?
    b) Konstruáljon egy olyan inverz nyersanyag-kínálati függvényt, ahol az a) részben kiszámított áron, de más nyersanyagmennyiséget vesz a monopszónium!
    c) Elemezze a feladatból leszűrhető tanulságot!

62. Az e-cigarettát – levédett szabadalmának köszönhetően – egyetlen vállalat, az E-füst Kft. kínálja. Az e-cigaretta elkészítéséhez egy speciális mikrochipre van szükség, ezt csak az E-füst vásárolja. Az e-cigaretta – melynek számát ezer darabban Q jelzi – iránti inverz kereslet: $p = 17,625 - Q$, gyártásának rövid távú termelési függvénye pedig $Q = c^{0,5}$, ahol c a chipek száma, szintén tízezer darabban. A chipek inverz kínálati függvénye: $p_c = 10 + \frac{2}{3}c^{\frac{1}{2}}$. Hány chipet vásárol az E-füst Kft?

6.3. Monopólium – Megoldások

Tesztkérdések

1. E	2. D	3. B	4. B	5. C	6. C	7. B	8. C	9. D	10. D
11. A	12. D	13. A	14. E	15. B	16. B	17. E	18. E	19. B	20. A
21. B	22. D	23. C	24. C	25. A	26. D	27. D	28. B	29. D	30. E
31. C	32. D	33. A	34. C	35. D	36. C	37. E	38. C	39. B	40. D
41. A	42. A	43. A	44. C	45. B	46. C	47. D	48. A	49. C	50. B
51. C	52. B	53. B	54. D	55. D	56. C	57. B	58. D	59. A	60. D

Számítási feladatok

1.

Ár (eFt/db)	*Termelés (Q, db)*	*Teljes költség (TC, eFt)*	*Teljes bevétel (TR)*	*Határbevétel (MR)*	*Határköltség (MC)*
21	0	6	0		
19	1	8	19	19	2
17	2	9	34	15	1
15	3	12	45	11	3
13	4	19	52	7	7
11	5	35	55	3	16
9	6	54	54	−1	19
7	7	77	49	−5	23

a) $Q = 5$, $p = 11$
b) $MR = MC$ alapján: $Q = 4$, $p = 13$, de a profit konkrét nagysága alapján $Q = 3$, $p = 15$, vagy $Q = 4$, $p = 13$.
c) $\Pi = 20$, $\Pi = 33$

2. a) $Q = 450$, $p = 275$
b) 50 625
c) 101 250
d) $Q = 900$, $p = 50$
e) 50625

3. a) $TR(Q) = 150Q - 2Q^2$, $MR(Q) = 150 - 4Q$
b) $Q = 30$, $p = 90$ (mivel $p > AVC(30)$, rövid távon biztosan termel)
c) termelői többlet: $TR - VC = 2250$
d) $Q = 50$, $p = 50$
e) $HTV = 600$

4. a) $Q = 25$, $p = 150$
   b) 625
   c) $687,5$
   d) 250
   e) Kivonul a piacról, mivel negatív $(-312,5)$ lenne a profitja.
5. Legyen $p = a - bQ$, $MC = c$, és a fix költség FC. Ekkor $Q = \frac{a-c}{2b}$, $p = \frac{a+c}{2}$ és a termelői többlet: $\frac{(a-c)^2}{4b}$. A holttehervesztesség: $\frac{(p-c)Q}{2} = \frac{(a-c)^2}{8b}$. A fix költség: $FC = 0,4 \cdot \frac{(a-c)^2}{8b} = \frac{(a-c)^2}{20b}$, a profit a termelői többlet és fix költség különbsége: $\Pi = \frac{(a-c)^2}{5b}$, így a holttehervesztesség a profit $\frac{5}{8}$-a, azaz 62,5%-a.
6. Az inverz keresleti görbe $p = a - q$ alakú. Ekkor az optimumfeltétel: $a - 2q = 2q$, amiből $a = 4q$, vagyis $p = 3q$. A profit: $\Pi = 3q^2 - q^2 - 8 = 0$ ebből $q = 2$, vagyis $p = 6$.
7. $1,1 \cdot AC(q) = p$ feltételnek kell teljesülnie, melyből kapjuk, hogy $q = 100$, és $p = 1650$.
8. a) Legyen $p = a - Q$, és mivel $MR = MC$ és $P = AC$, ebből $a = 40$, a keresleti függvény: $Q = 40 - p$. Az ábrán az AC érinti a -1 meredekségű keresleti görbét.
   b) $Q = 10$, $p = 30$
   c) Rövid távon $Q = \frac{40}{3}$ és $p = \frac{80}{3}$, ekkor $\mathrm{G}\Pi = -\frac{200}{9}$, tehát a versenyző vállalatoknak hosszú távon nem érdemes termelniük.
9. a) Az AVC görbe érinti a -10 meredekségű inverz keresleti függvényt.
   b) Az ábra alapján az AVC azon pontját keressük, ahol meredeksége -10, ekkor $Q = 40$ és $p = 3160$.
   c) $Q = 356 - 0,1p$
10. a) $Q = 40$, $P = 800$
    b) A megváltozott inverz kereslethez tartozó MR ugyancsak $Q = 40$-nél metszi MC-t és meredekebb, mint az eredeti.
    c) Legyen az inverz keresleti függvény $p = a - bQ$, ekkor $Q = 40$-et behelyettesítve, valamint figyelembe véve, hogy $p > 800$: $MR = a - 80b = 600$-ból következik, hogy minden olyan függvény megfelelő, ahol $a = 600 + 80b$ és $b > 5$.
    d) A monopóliumnak nincs inverz kínálati függvénye.
11. a) $Q = 20$, $p = 120$.
    b) A megváltozott MR a megváltozott kereslet $p = 120$ pontjánál fele akkora Q-hoz tartozik, mint a keresleti görbe. A megváltozott MC az MR-t akkora Q-nál metszi, amekkorához a $p = 120$ tartozik a keresleti görbén. Lineáris MR-t feltételezve, a két MR pontot összekötve megkapjuk az MR-t, és a D-t utána könnyű megrajzolni: a függőleges tengelymetszete azonos az MR-ével, és a $p = 120$-hoz tartó pontját már korábban kiválasztottuk.
    c) Legyen pl. az optimum $Q = 10$ és $p = 120$, a piaci keresleti függvény pedig továbbra is lineáris. Ekkor $MR(10) = MC(10) = 40$, valamint,

ha $MR = 120$, akkor $Q = 5$. Ennek alapján $MR = 200 - 16Q$ és $p = 200 - 8Q$.

d) A monopóliumnak nincs kínálati függvénye.

12. a) az eredeti mennyiség és ár: $y = 10 - c$ és $p = 0,5(10 + c)$, az új inverz keresleti függvény: $p'(y) = 10 - 0,25y$, ekkor $y = 2(10 - c)$ és $p = 0,5(10 + c)$

b) a mennyiség felére csökken, miközben az ár változatlan.

c) Az előzőekben az inverz keresleti függvény tengelymetszete nem, csak meredeksége változott. Általánosan is igaz, hogy lineáris kereslet, a keresleti görbe változatlan tengelymetszete és konstans határköltség mellett a monopolista ár nem függ a keresleti görbe meredekségétől, az optimális kibocsátás viszont az inverz keresleti görbe meredekségével fordítottan arányos (ha $p = a - bQ$, akkor $p = (a + c)/2$, és $Q = (a - c)/2b$)

13. a) $0,85MR = MC$ alapján: $Q = 700$, $p = 1650$.
$\Pi = 0,85TR(700) - TC(700) = 443250$

b) $0,15TR(Q) \to \max$ alapján: $Q = 2000$, $p = 1000$.

14. Legyen $\alpha = 1-\theta$. A kiadó profitmaximuma: $\alpha p\frac{1}{2} = 5$, $p = \frac{10}{\alpha}$, $Q = 1000\alpha^2$. A szerzői kollektíva bevételének maximuma $\alpha = \theta = 0,5$ esetén lesz. Az ár $p = 20$ vagyis 2000 Ft, az eladott példatárak száma $Q = 250$, azaz 25 000 példány.

15. a) Miután $AC = 40$ az AC minimuma, itt $MC = AC$, így az optimális termelés $Q = 60$.

b) A keresleti görbét berajzolva (a helyesen felrajzolt ábráról könnyen látható), vagy az MR alapján az egyenletét felírva $p = 100 - 0,5Q$-ból $p(60) = 70$.

c) $TR = 4200$, $TC = AC \cdot Q = 2400$, $\Pi = 1800$, a holtteherveszteség a keresleti görbe és az MC görbe közti terület a $Q = 60$ és azon termelési szint közt, ahol az MC metszi a keresleti görbét.

d) Fogyasztói többlet: 900.

e) Ha a tökéletesen versenyző vállalat az AC minimumában termel, akkor $AC = MC = p = 40$ és $\Pi = 0$.

16. Az adatok alapján $MR(10) = 21$ és az MR egyenletébe behelyettesítve a zérust (még akkor is, ha zérus termelésnél nem értelmezett mindkétoldali határbevétel): $MR(0) = 101$. Így a lineáris keresleti görbe $p = 101 - 4Q$, a profit pedig 400.

17. a) $TR(Q) = \sqrt{108Q}$, $MR(Q) = 0,5\sqrt{\frac{108}{Q}} = \sqrt{\frac{27}{Q}}$

b) $Q = 3$, $p = 6$

c) $\Pi = 3,5$

18. a) 25

b) Profit $+FC = 80 + 20 = 100$

19. $y = 9$ a maximális profitot biztosító termelés, de ekkor a monopólium profitja negatív, így hosszú távon kilép a piacról.

20. a) $q = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)^{\varepsilon}$
    b) $q \to 0$
    c) $q \to 1$, ami megegyezik azzal a mennyiséggel, amit a tökéletesen versenyző iparág értékesítene az adott körülmények között.
21. $q = 4$
22. A monopólium költségfüggvénye $q \geq 12$ esetén $c(q) = 72,5 + 12q$. Az első gyáregységben 12 egységet termelnek, a másodikban 42 egységet.
23. Optimumban mindkét üzem vonatkozásában a határbevételnek meg kell egyeznie a határköltséggel: $200 - 2(q_1 + q_2) = 2q_1$, és $200 - 2(q_1 + q_2) = 4q_2$, amiből $q_1 = 40$, $q_2 = 20$, $p = 140$.
24. Mivel a taxik költségfüggvénye egyforma, így mindegyik ugyanannyi utast fog szállítani. Ekkor az optimumfeltétel: $MR = MC(q_i)$, vagyis $100 - 2Nq_i = 8q_i$. A taxik száma akkor optimális, ha az átlagköltség minimális: $\frac{100}{q_i} + 4q_i$ minimális, ha $q_i = 5$. Ekkor a taxik optimális száma az első feltétel alapján $N = 6$.
25. A bort addig érdemes érlelni, míg jobban növeli az értékét, mintha az érte kapott pénzt bankba tennénk. Mivel egy év alatt az értéke 400 Ft-tal nő bor alakban, ezért n év múlva 1200+400n lesz. Akkor érdemes a vállalkozónak eladnia a bort, ha:
    $0,1 \cdot (1200 + 400n) \geq 360$
    A fentiek alapján a 6. vagy a 7. év végén érdemes eladnia a bort.
26. a) A versenyzői ár $p = 400$, a mennyiség $Q = 500$, az ehhez tartozó $MR(500) = 300$, így $MC^{\text{új}} = 300$.
    b) Az eredeti határköltség mellett a monopólium outputja $Q = 250$, a piaci ár $p = 450$. Ekkor $FC = TR - VC - \Pi = 2500$. $MC^{\text{új}}$ esetén $\Pi^{\text{új}}(500) = 47500$.
27. A tökéletesen versenyző iparág termelése: $q = \frac{180}{1+b}$; a monopólium termelése: $q = \frac{180}{1+2b}$. A $\frac{180}{1+2b} + 30 = \frac{180}{1+b}$ egyenletből kapjuk, hogy $b = 1$ vagy $b = 0,5$.
28. A fogyasztói többlet monopólium mellett: $FT = \frac{\left(\frac{a}{4}\right)^2}{2}$, tökéletes verseny esetén: $FT = \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^2}{2}$. Az $\frac{\left(\frac{a}{4}\right)^2}{2} + 171,5 = \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^2}{2}$ egyenletet megoldva kapjuk, hogy $a = 84$.
29. a) Ha $p = 90$, akkor $Q = 250$, ezért $MC = MR(250) = 40$.
    b) MC nem változik, ezért Q és p sem változik, de a profit 980 Ft-tal csökken.
30. a) $Q = 210$, $p = 290$, ezzel kiszorítja a többi vállalatot a piacról.
    b) $100 - \varepsilon$ (ahol ε egy végtelen kis egységet jelöl)
31. a) Nem, mert a profitnövekedés kisebb, mint az eljárás költsége: $\Delta\Pi = 810\ 000 < 850\ 000$. (Ha nem veszi meg, $Q = 2400$, $p = 1400$, $\Pi = 1\ 440\ 000$, ha megveszi, $Q = 3000$, $p = 1250$, $\Pi = 2\ 250\ 000$)
    b) Fogyasztói többlet változása: 405 000, ehhez hozzáadva a profit (termelői többlet) változását, a társadalmi jólét növekedése:

$\Delta W = 1\ 215\ 000 > 850\ 000$. Jóléti szempontból egyetlen periódusra is megéri a fejlesztés.

c) Maximum a profitnövekmény mértékét: 810 000-et.

d) Legyen az eljárás költsége F. Ha fejleszt, $\Pi' = \frac{(a-c+x)^2}{4b}$, ha nem, akkor $\Pi = \frac{(a-c)^2}{4b}$, a fejlesztés feltétele, hogy $\Pi' - \Pi \geq F$, ez akkor teljesül, ha $\frac{x}{4b}\left[x + 2(a-c)\right] \geq F$.

32. A haszonkulcs $\frac{1}{1-\frac{1}{|\epsilon|}} = \frac{3}{2}$; A Lerner-index $L = 1/3$.

33. A $\frac{p-MC}{p} = \frac{1}{|\varepsilon|}$ összefüggésből kapjuk, hogy $MC = 8$. Továbbá $L = 1/3$.

34. A monopólium optimumfeltételéből kapjuk, hogy $P = \frac{150+c}{2}$. Ezt behelyettesítve a $\frac{p-c}{p} = \frac{1}{|\varepsilon|}$ összefüggésbe adódik, hogy $c = 30$. Másrészt $L = 2/3$.

35. Igen, mert $Q = 50$, $p = 500$, $\varepsilon = -5$, a haszonkulcs 1,25 azaz 25%-os.

36. a) $L = \frac{p-MC}{p} = \frac{3}{7}$

b) $HTV = 4,5 + 3 = 7,5$

37. a) Az 1. vállalkozónál $MR = MC$ alapján $Q = 1600$ és $p = 650$, így profitja $295\ 000 - 50\ 000 = 245\ 000$ Ft lenne, tehát maximálisan ennyit költhet „járadékvadászatra". A 2. vállalkozónál $MR = MC$ alapján $Q = 1300$ és $p = 725$, így profitja $322\ 500 - 50\ 000 = 272\ 500$ Ft lenne, tehát maximálisan ennyit költhet „járadékvadászatra", tehát a 2. vállalkozó fogja megkapni az üzemeltetési jogot.

b) Nem, mert a fogyasztói többlet ebben az esetben kisebb lesz.

38. a) $p = 600$ Ft/db, $\Pi = 28\ 000$ Ft

b) Mivel csak fix költség van, így $MC = 0$, és $MR = MC$-ből: $Q = 320$, $p = 800$, $\Delta\Pi = 16\ 000$ Ft, $\Delta FT = -72\ 000$ Ft

c) $MC = 100$, $Q = 300$, $p = 850$, bár bérleti díjként összességében továbbra is ugyanannyit fizetnek ($50\ 000 + 300 \cdot 100 = 80\ 000$), a profit 1000 Ft-tal csökkent.

39. Eredetileg $Q = 120$, $p = 960$, $\Pi = 52\ 000$, termékdíj esetén: $Q = 106$, $p = 988$, $\Pi = 36180$.

40. a) $p = 9$, $Q = 4$, $\Pi = 13$

b) $MC' = 6$, $p' = 12$, $Q' = 2,25$, $\Pi' = 8,5$

c) Legyen $MC = c$. Adó nélkül $p = 2c = 9$, t nagyságú adóval: $p = 2(c + t) = 2(4,5 + t)$, így $\Delta p = 2t$.

41. A vállalat költségfüggvénye az adó mellett: $c(y) = 2y^2 + 2y + ty + 10$. Ekkor a monopólium optimumfeltétele: $85 - 6y = 4y + 2 + t$. Felhasználva, hogy $ty = 24$, adódik, hogy $t = 3$.

42. A keresleti görbe, amellyel a vállalat szembesül: $p_s = \frac{p}{1,2} = 100 - q$. Ezen monopóliumként viselkedve: $q = 25$, $\Pi = 1050$.

43. a) ÁFA esetén 96 egységet termelnek, ezért a vevők $p = 595,2$ egységárat fizetnek, a termelők pedig 496 egységárat kapnak. Az összes ÁFA-kifizetés: $9523,2$, és a profit 38 398. Ugyanannyi adóbevételt mennyi-

ségi adóval $t = 107,2034$ biztosít, a vevők ekkor kerekítve $622,4$ egységárat fizetnek, az eladók pedig kerekítve $515,2$ egységárat kapnak, termelésük nagysága kerekítve $88,8$, a profit pedig $37\ 876,2$.

b) Az ÁFA azonos adóbevétel mellett magasabb profitot biztosít a feladat monopolista vállalatának.

44. Ahhoz, hogy az állam ekkora adóbevételhez jusson, a vállalatnak $\Pi = 3190$ profitot kell realizálnia. Az optimális termelése az $MR = MC$ feltételből $y = 40$. Ekkor a profit: $\Pi = 120 \cdot 40 - 40 \cdot 40 - FC = 3190$. Ebből adódik, hogy $FC = 10$.

45. a) $Q = 350$, $p = 850$, $\Pi = 33075$

b) $p = AC$-ból $1200 - Q = \frac{78400}{Q} + 500$, $Q = 560$, $p = 640$.

c) Ha az adó nagysága t, akkor $MC = 500 + t$. A profitmaximumban a nettó árnak meg kell egyezni az átlagköltséggel, azaz $MR = MC$ és $P = AC$. Ebből $t = 700 - 2Q$, $Q = 280$, $p = 920$ és $t = 140$.

d)

	Profitadó	*Árszabályozás*	*Mennyiségi adó*
Fogyasztói többlet	61 250	156 800	39 200
Holtteherveszteség	61 250	9800	88 200
Vállalat profitja	33 075	0	0
Önkormányzat bevétele	11 025	0	39 200

46. Az AC minimumának az inverz keresleti görbén, vagy afölött kell lennie. $AC'(Q) = -\frac{F}{Q^2} + 4 = 0$-ból az AC mimimumában: $F = 4Q^2$, és $AC = p$-ből $Q = 150$, így $FC \geq 90\ 000$.

47. a) A LAC minimumában $Q = 50$ és $LAC(50) = 600$. Mivel $p(50) = 0 < 600$, a LAC minimuma a keresleti görbe felett van, a vállalat természetes monopólium.

b) $P = LMC$-ből (ahol $LMC = 3Q^2 - 200Q + 3100$) $Q \sim 46,2$, $p \sim 266$, $\Pi \sim -16100$.

c) $P = LAC$-ból $Q = 40$ és $p = 700$.

d) Most $p(50) = 1500 > 600$, de $LAC = (Q-50)^2+600 \leq (0,5Q-50)^2+600$,ha $Q \leq \frac{200}{3}$, így a $Q \leq \frac{200}{3}$ tartományban egy vállalat olcsóbban termel, mint két vállalat, és mivel $LAC(\frac{200}{3}) = \frac{7900}{9} \geq p(\frac{200}{3}) = \frac{100}{3} \approx 333,3$, a keresleti görbe ebben a tartományban metszi a költséggörbét. A releváns tartományban egy vállalat továbbra is olcsóbban termel, mint kettő, továbbra is természetes monopólium lesz.

48. a) $Q = 4$, $P = 4$

b) $\Pi = 0$

c) A versenyző vállalatoknak hosszú távon nem érdemes termelniük, mivel az ár alacsonyabb lenne, mint az átlagköltség.

49. A profit: $\Pi = (160 - 2q_1 - 40)q_1 + (160 - 2q_2 - 40 + 2,5q_1)q_2$. Ezt maximalizálva mindkét termelési mennyiség szerint kapjuk, hogy $q_1 = q_2 = 80$.

50. a) $C(q) = \frac{q^2}{500} + 1\ 000\ 000$

b) $MR = MC$ alapján $q = 200\ 000$, $L = 40\ 000$.

51. a) $C(y) = 25y^2$
    b) $y = 10$, $p = 750$.

52. a) $MR(Q) = 7320 - 0,5Q$
    $\rightarrow MRP(L) = (7320 - 10\sqrt{L})\frac{10}{\sqrt{L}} = \frac{73\ 200}{\sqrt{L}} - 100$
    $\rightarrow$ inputkeresleti függvény: $\frac{73\ 200}{\sqrt{L}} - 100 = w \rightarrow L(w) = \left(\frac{73\ 200}{w+100}\right)^2$
    b) $w = 6000$, $L = 144$
    c) $Q = 240$, $p = 7260, \rightarrow TR = 1\ 742\ 400, TC = 6000 \cdot 144 + 100\ 000 \rightarrow$ bruttó profit: 778 400 Ft, nettó: 622 720 Ft.

53. a) $w(L) = 5L + 920 \rightarrow\ MFC_L = 10L + 920$
    b) $VMP_L = MFC_L$-ből $L = 228$, $w = 2060$
    c) $Q = 3648 \rightarrow TR = 729\ 600$, bérköltség $VC = 469\ 680$,
    $FC = TR - VC - \Pi = 150\ 000$

54. a) $L = 2000$, $w = 4000 \rightarrow L \cdot w = 8\ 000\ 000$
    b) $6500 = 12\ 000 - 2L$-ből $L = 2750$, a foglalkoztatás nő, de a munkakínálat $L(6500) = 3250$, így munkanélküliség lesz.
    c) $w > 8000$

55. a) $L = 100$, $w = 600$
    b) $L' = 60$, $w = 600$
    c) Ugyanahhoz a bérhez különböző vásárolt munkamennyiség tartozik, a monopszóniumnak nincs munkakeresleti (inputkeresleti) függvénye.

56. a) Munkakínálat = Munkakereslet, $40 + L = 100 - L$, ebből $L = 30$, $w = 70$
    b) A teljes kiadás: $TO = L_S w = L_S(40 + L_S)$, ebből a határkiadás: $MO = 40 + 2L_S$
    c) $D = MO$, $100 - L = 40 + 2L$, ebből $L = 20$, $w = 60$. Vagyis a monopszónium a tökéletes versenyhez képest kevesebb embert foglalkoztat, és alacsonyabb bért fizet!
    d) $HTV = 100$
    e) Az MO görbe $w = 75$-nél vízszintes a kínálati görbével való metszéspontjáig, majd az eredetivel egyezik meg. Egyensúly: $MO = D$, $75 = 100 - L$, vagyis $L = 25$-re nő a foglalkoztatás.

57. a) A monopólium profitja: $\Pi = (130 - 0,5q)q - L \cdot w$. Felhasználva, hogy $L = \frac{Q}{4}$ és hogy $w = 40 + 2L$, majd q szerint maximalizálva kapjuk, hogy $q = 96$.
    b) $L = 24$, így $w = 88$.

58. Ha a monopszóniumnak sikerül teljes egészében ráerőszakolnia a monopóliumra az akaratát, akkor $MRP(x) = MFC(x)$ pontban termelnek, $MC(x)$ áron, azaz $x = 30$ és $p_x = 70$. Amennyiben a monopóliumnak sikerül teljesen ráerőszakolnia az akaratát a monopszóniumra, akkor pedig $x = 37,5$ és $p_x = 122,5$. A mennyiség mindenképp 30 és 37,5 közt lesz, az ár pedig legalább akkora, mint a kérdéses mennyiség mellett a monopólium $MC(x)$ értéke, de legfeljebb akkora mint a monopszónium $MRP(x)$ értéke.

59. A monopszónium 21 segédmunkást alkalmaz. Ha a munka határtermékbevétele (ami most azonos a munka határtermékérték-görbével) a munka inputkeresleti görbéje lenne, akkor $\approx 22,52$ munkást alkalmazna (egyeseket törtidőben alkalmazna). A monopszónium által adott munkabér $w = 60,4$. $L = 21$ esetén a munka határtermékbevétele $102,4$, és így a holtteherveszteség $\approx 31,96$.

60. a) $20\,000 - 10L = 900 + 10L$, $L = 955$, $w = 5675$.
    b) Pl. $w = 2810 + 4L$, ebben az esetben is $L = 955$ az egyensúlyi munkamennyiség, a bér pedig $w = 6630$.
    c) A monopszóniumnak nincs inverz inputkeresleti függvénye.

61. a) $x = 10$, $p_x = 500$.
    b) Pl. $p_x = 100 + \frac{400}{9}x$
    c) A monopszóniumnak nincs inputkeresleti függvénye.

62. $[17,625\ -2c^{0,5}]\frac{1}{2c^{0,5}} - 10 - c^{0,5} = 0$ pozitív c értéke adja a maximumot, $c = 0,75^{0,5}$. Így $c = 0,5625$, és 5625 chipet vásárol az E-füst Kft.

7. fejezet

Oligopólium, monopolisztikus verseny

Az oligopólium a piacszerkezeti fejezetek egyik legizgalmasabb, ha nem a legizgalmasabb területe. Az egységes elnevezés rendkívül különböző piaci formákat tartalmaz. Az egymástól függetlenül saját profitjukat szem előtt tartó nagyvállalatoktól kezdve az együttes profitjukat maximalizáló kartellen át egészen a „domináns vállalatcsoport kompetitív szegéllyel" modelljéig számtalan, egymástól eltérő piacformát tekintünk oligopóliumnak. A monopolisztikus verseny pedig az oligopol modellekétől egészen különböző megközelítéseket tartalmaz, bár a gyakorlatban sokszor nem egyértelmű az oligopol, monopolisztikus versenyző, vagy tökéletesen versenyző piachoz történő besorolás. Fejezetünk segítséget nyújt azoknak, akik az alapvető oligopol formákhoz, a Cournot-, a Stackelberg- és a Bertrand-oligopóliumhoz, valamint a kartellhez kapcsolódó típusfeladatokat kívánják gyakorolni, és azoknak is, akik szeretnének komolyabb kihívással szembesülni. Az oligopol témakörben nagyon sok, kifejezetten nehéz feladat létezik, bizonyos részterületek szakirodalmi szinten is a legfrissebb témák közé tartoznak. Bonyolultabb feladataink nehézségi szintje az erősebb középhaladó kurzusok igényét elégíti ki. Fejezetünk bizonyos részei játékelméleti ismereteket is igényelnek.

7.1. Tesztkérdések

1. Egy oligopol piacon az egyensúlyban
   a) minden vállalat határköltsége ugyanakkora;
   b) a vállalatok biztosan a határköltségükkel megegyező áron adják el terméküket;
   c) a vállalatok a többi vállalat stratégiájának (illetve a stratégiájukra vonatkozó vélekedésüknek) a figyelembevételével hozzák meg döntésüket;
   d) mindig minden vállalat kibocsátása ugyanakkora.

Cournot-oligopólium

2. Egy duopólium vállalatai egy adott helyzetben annyit termelnek, hogy saját profitjuk maximális a másik vállalat által termelt mennyiség mellett. Ekkor
   a) a profitok összege maximális;
   b) a kibocsátás társadalmilag hatékony;
   c) Cournot-egyensúlyról beszélünk;
   d) a fogyasztói többlet nulla.
3. A kétszereplős Cournot-modellben az 1. vállalat reakciófüggvénye azokat a q_1 és q_2 kombinációkat tartalmazza, amely mellett
   a) az 1. vállalat profitja maximális, ha a másik vállalat termelése q_2;
   b) a vállalat profitja konstans;
   c) bevétele maximális;
   d) költsége minimális.
4. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 100 - q$. A jószágot Cournot-duopólium termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 10 egység. Az egyensúlyban
   a) mindkét vállalat kibocsátása 45 egység;
   b) az egyik vállalat kibocsátása 45 egység, a másiké 22,5 egység;
   c) mindkét vállalat kibocsátása 30 egység;
   d) mindkét vállalat kibocsátása 22,5 egység;
5. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 400 - q$. A jószágot Cournot-duopólium termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 100 egység. Az egyensúlyban
   a) a jószág ára 250;
   b) a jószág ára 200;
   c) a jószág ára 175;
   d) a jószág ára 100.
6. Egy bizonyos Cournot-iparágban 2 vállalat van, egyforma, konstans határköltséggel. Az iparági piaci kereslet lineáris. Ha a vállalatok egyikének határköltsége megnő, akkor ezen vállalat
   a) termelése nő, miközben a másiké csökken, így az iparági piaci ár és mennyiség változatlan marad;
   b) reakciógörbéje (legjobb válasz függvényének grafikonja) kifelé tolódik;
   c) termelése csökken, miközben a másik vállalat termelése nő, de az iparági termelés és ár változatlan;
   d) termelése csökken, miközben a másik vállalat termelése nő, a piaci ár nő, és az iparági termelés csökken.
   e) Egyik válasz sem helyes.

7. Ha egy iparágban a piaci kereslet lineáris, és a vállalatok határköltsége konstans és egyenlő, akkor a Cournot-oligopóliumban a vállalatok számának növekedésével a piaci ár közelít
   a) a monopolista árhoz;
   b) a Cournot-duopólium árához;
   c) a Stackelberg-duopólium árához;
   d) a versenyzői árhoz.
8. Lineáris piaci keresleti függvény esetén két, eltérő – de konstans – határköltséggel működő vállalat által alkotott Cournot-féle duopol modell egyensúlyában
   a) a két vállalat isoprofit-görbéje metszi egymást;
   b) a vállalatok különböző áron értékesítik outputjaikat;
   c) a két vállalat isoprofit-görbéje érinti egymást;
   d) a nagyobb határköltségű vállalat outputja nagyobb;
   e) kisebb az ár, mint – ugyanolyan keresleti és költségviszonyok esetén – a Stackelberg-duopólium egyensúlyában (ahol a vezető vállalat a kisebb határköltségű).
9. Egy Cournot-iparágban 3 vállalat van, egyforma, konstans határköltségekkel. A piaci kereslet lineáris. Ha a három vállalatból kettő fuzionál, (de az iparág továbbra is Cournot-iparág lesz és a fúzió nem befolyásolja a költségeket sem), akkor
   a) az iparági termelés csökken, a piaci ár nő, de a fuzionált vállalatok többet termelnek, mint a kimaradó vállalat, ezért a fuzionált vállalatok egyenként nagyobb profitot realizálnak, mint a kimaradó vállalat;
   b) az iparági termelés csökken, az ár nő, de a fúzióban résztvevő vállalatok rosszul járnak, mert egyenként kevesebb profitot realizálnak, mint azelőtt, miközben a kimaradó vállalat profitja nő;
   c) az iparági termelés és ár változatlan, de a fúzióban résztvevő vállalatok egyenként kevesebbet termelnek és kevesebb profitot realizálnak, mint azelőtt, miközben a kimaradó vállalat termelése és profitja nő;
   d) a fuzionáló vállalatok rosszul járnak, mivel összességében kevesebbet és magasabb áron értékesítenek, mint a fúzióból kimaradt vállalat.
   e) Egyik válasz sem helyes.

Stackelberg-oligopólium

10. Adott egy Stackelberg-duopólium, melyben a vállalatok határköltsége állandó és egyenlő, termékük piaci keresleti függvénye lineáris. Ebben a duopóliumban a Stackelberg-vezető
    a) dönt a saját és a Stackelberg-követő kibocsátásáról;
    b) által választott kibocsátással megegyező mennyiséget termel a követő vállalat;
    c) reakciófüggvénye megegyezik egy Cournot-duopolista reakciófüggvényével;
    d) kibocsátása megegyezik az ugyanezen a piacon ugyanilyen határköltség mellett elérhető monopolista kibocsátással.

11. Egy bizonyos Stackelberg-duopólium vállalatainak határköltsége állandó és egyenlő, termékük piaci keresleti függvénye lineáris. Ekkor a Stackelberg-vezető
    a) profitja megegyezik az azonos piaci körülmények közt működő, azonos határköltségű monopolista profitjával;
    b) profitja kétszerese a követő vállalat profitjának;
    c) profitja kisebb, mint egy Cournot-duopolistáé;
    d) magasabb áron adja el termékét, mint a követő vállalat.
12. Egy Stackelberg-duopóliumra vonatkozó állítások közül az alábbi nem igaz:
    a) A Stackelberg-duopólium termelhet kevesebbet is, mint egy n számú vállalatból álló Cournot-oligopólium.
    b) A termelési szint meghatározása egyidőszakos, szimultán játékként írható le.
    c) A vezető vállalat előnye abból fakad, hogy ismeri a követő reagálását.
    d) A vállalatok stratégiai változója a mennyiség.
    e) Az előző válaszok mindegyike helyes.
13. Azonos lineáris keresleti görbe és azonos, konstans MC esetén a Stackelberg-duopólium követő vállalatának outputja
    a) megegyezik a Cournot-duopólium egy vállalatának outputjával;
    b) fele a Cournot-duopólium egyik vállalata outputjának;
    c) megegyezik a kartell egyik vállalatának outputjával (feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt);
    d) 2/3-a a kartell egyik vállalata outputjának (feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt).
14. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 100 - q$. A jószágot Stackelberg-duopólium termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 10 egység. Az egyensúlyban
    a) mindkét vállalat kibocsátása 45 egység;
    b) az egyik vállalat kibocsátása 45 egység, a másiké 22,5 egység;
    c) mindkét vállalat kibocsátása 30 egység;
    d) mindkét vállalat kibocsátása 22,5 egység.
15. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 400 - q$. A jószágot Stackelberg-duopólium termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 100 egység. Az egyensúlyban
    a) a jószág ára 250;
    b) a jószág ára 200;
    c) a jószág ára 175;
    d) a jószág ára 100.

Bertrand-oligopólium

16. Bertrand-duopólium esetén a 2. vállalat legjobb válasza, ha az 1. vállalat p_1 árat választ,
    a) szintén p_1;
    b) p_1, ha ez magasabb a 2. vállalat határköltségénél;
    c) valamivel kisebb, mint p_1, ha ez magasabb a 2. vállalat határköltségénél;
    d) valamivel magasabb, mint p_1, ha ez magasabb a 2. vállalat határköltségénél.
17. Ha a Bertrand-oligopólium vállalatainak teljesköltség-függvénye lineáris és egyenlő, akkor az egyensúlyi ár a vállalatok számának növekedésével
    a) növekszik;
    b) nem változik;
    c) csökken;
    d) eleinte növekszik, majd csökken.
18. Ha a Bertrand-duopólium vállalatainak határköltsége állandó, de nem egyenlő, akkor az egyensúlyban a fogyasztók által fizetett ár
    a) meghaladja a magasabb határköltséget;
    b) valamivel kisebb, mint a magasabb határköltség;
    c) megegyezik az alacsonyabb határköltséggel;
    d) a két határköltség átlagával egyezik meg.
19. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 100 - q$. A jószágot Bertrand-duopólium termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 10 egység. Az egyensúlyban
    a) a vállalatok együttes kibocsátása 90 egység;
    b) a vállalatok együttes kibocsátása 100 egység;
    c) a vállalatok együttes kibocsátása 45 egység;
    d) a vállalatok együttes kibocsátása 50 egység.
20. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 400 - q$. A jószágot Bertrand-duopólium termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 100 egység. Az egyensúlyban
    a) a jószág ára 250;
    b) a jószág ára 200;
    c) a jószág ára 175;
    d) a jószág ára 100.
21. Bertrand-duopólium esetén
    a) a reakciófüggvények pozitív meredekségűek, ha a termékek differenciáltak (térbeli Bertrand-modell), és negatívak, ha a termék homogén;
    b) a reakciófüggvények negatív meredekségűek, ha a termékek differenciáltak, és pozitívak, ha a termék homogén;
    c) akár homogén, akár differenciált terméket termelnek, az ár a határköltséggel azonos, amennyiben nincsenek kapacitáskorlátok;
    d) minél differenciáltabb a termék, annál alacsonyabbak az árak.
    e) Egyik válasz sem helyes.

22. Egy kétvállalatos Cournot- és differenciált termékeket előállító Betrand-iparágat (térbeli Bertrand-modell) összehasonlítva
    a) a reakciófüggvények mindkét esetben negatív meredekségűek;
    b) a vállalatok döntési változója a kapacitások mennyisége;
    c) a reziduális keresleti görbék folytonos, negatív meredekségű egyenesek;
    d) mindkét iparágban általában határköltség feletti árak érvényesülnek.
    e) Az előzőek mindegyike helyes.
23. A kapacitáskorlátos Bertrand-, és a differenciált terméket előállító Bertrand-modell (térbeli Bertrand-modell)
    a) közös jellemzője, hogy a modell (tiszta vagy kevert stratégiai) egyensúlyában az ár megegyezik a vállalatok határköltségével;
    b) közös jellemzője, hogy a modell (statikus vagy dinamikus) egyensúlyában mindkét vállalat általában pozitív profitot realizál;
    c) abban is különbözik egymástól, hogy a modell (statikus vagy dinamikus) egyensúlyában az egyik esetben az ár biztosan megegyezik a határköltséggel, a másikban pedig az ár nagyobb a határköltségnél;
    d) esetében, ha van tiszta stratégiai egyensúly, akkor a modell visszaadja a sima Bertrand-modell árait, és csak akkor különbözik bármelyik modell megoldása az eredeti Bertrand-modell áraitól, ha csak kevert stratégiai egyensúly létezik.
24. Egy differenciált terméket előállító Bertrand-iparágban 2 vállalat van, egyforma költségekkel. Ha a vállalatok egyike költségcsökkentő technikai fejlesztést valósít meg, akkor ezen vállalat
    a) csökkenti termékének árát, miközben a másik vállalat növeli;
    b) reakciógörbéje (legjobbválasz-függvényének grafikonja) befelé (lefelé) tolódik;
    c) termelése nő, miközben a másik vállalat termelése pontosan ugyanannyival csökken;
    d) mindkét vállalat árai pontosan egyforma mértékben csökkennek.
    e) Egyik válasz sem helyes.
25. A kapacitáskorlátos Bertrand-duopóliumban
    a) általában létezik egyáras statikus (tiszta stratégiai) egyensúly;
    b) általában nem létezik egyáras statikus (tiszta stratégiai) egyensúly;
    c) általában annyit termelnek, mintha a két vállalat kartellt alkotna;
    d) általában ugyanannyit termelnek, mintha a két vállalat Cournot-duopóliumot alkotott volna.

Oligopol formák vegyesen

26. Egy bizonyos iparágban a piaci keresleti függvény lineáris, a vállalatok határköltsége állandó és egyenlő. Mely piaci szerkezet esetén a legnagyobb, és melyik esetén a legkisebb a fogyasztói többlet a következők közül: monopólium, Cournot-duopólium, Stackelberg-duopólium, Bertrand-duopólium?
    a) Legnagyobb Bertrand-duopólium esetén, legkisebb monopólium esetén.
    b) Legnagyobb monopólium esetén, legkisebb Bertrand-duopólium esetén.

c) Legnagyobb Stackelberg-duopólium, legkisebb monopólium esetén.
d) Legnagyobb Cournot-duopólium esetén, legkisebb Stackelberg-duopólium esetén.

27. Egy iparágban a piaci keresleti függvény lineáris, a vállalatok határköltsége állandó és egyenlő. Mely piaci szerkezet esetén a legnagyobb, és melyik esetén a legkisebb a profitok összege a következők közül: monopólium, Cournot-duopólium, Stackelberg-duopólium, Bertrand-duopólium?
a) Legnagyobb Bertrand-duopólium esetén, legkisebb monopólium esetén.
b) Legnagyobb monopólium esetén, legkisebb Bertrand-duopólium esetén.
c) Legnagyobb Stackelberg-duopólium, legkisebb monopólium esetén.
d) Legnagyobb Cournot-duopólium esetén, legkisebb Stackelberg-duopólium esetén.

Kartell

28. A kartell vállalatai
a) egymással versenyeznek;
b) saját profitjukat maximalizálják;
c) összejátszanak;
d) nulla profitot érnek el.

29. Egy piacon az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 100 - q$. A jószágot két vállalat termeli, a vállalatok határköltsége állandó, 10 egység. Ha a vállalatok kartellt alkotnak, akkor
a) a vállalatok együttes kibocsátása 90 egység;
b) a vállalatok együttes kibocsátása 100 egység;
c) a vállalatok együttes kibocsátása 45 egység;
d) a vállalatok együttes kibocsátása 50 egység.

30. Ha egy többvállalatos kartell maximalizálni akarja a profitját, és a vállalatok különböző, de növekvő határköltségfüggvénnyel rendelkeznek, akkor a résztvevő vállalatok úgy osztják fel egymás között a termelést, hogy megegyezzen
a) a határköltségük;
b) a kapacitáskihasználtságuk;
c) a résztvevő vállalatok profitja;
d) a vállalatok termelése.
e) Egyik előző válasz sem helyes.

31. A kartellbeli csalást viszonylag könnyű felfedezni, ha
a) nincs sok vállalat a piacon;
b) valemennyi kartelltag egyforma terméket értékesít, és azt az ellátási lánc azonos pontján adja el;
c) az árak ismertek.
d) Mind a három fenti eset megkönnyíti a kartellbeli csalás felfedezését.

32. A kétvállalatos kartell modelljében a csalás veszélyét meg lehet mutatni
    a) azzal, hogy a másik vállalat kartellbeli termelési szintjénél húzott egyenes metszi és nem érinti az egyik vállalat kartellbeli profitszintjéhez tartozó izoporiftgörbéjét;
    b) a Cournot-magatartás segítségével;
    c) azzal, ha kiszámoljuk az egyik vállalat határprofitjának értékét a közös profitmaximumhoz tartozó, rá vonatkozó termelési szinten.
    d) Mindegyik fenti eset jól magyarázza a csalás veszélyét.
33. A kartellekkel kapcsolatos engedékenységi politika azt jelenti, hogy
    a) bizonyos esetekben a versenyhivatali szabályozó hatóság szemet huny a kartellek működése felett, mert azt társadalmilag hasznosnak tartja;
    b) opportunista magatartása következtében a versenyhivatali szabályozó hatóság gyakran szemet huny a kartellek működése felett;
    c) az a kartelltag vállalat, amelyik felfedi a kartellt, mentességet élvezhet a büntetés alól;
    d) a vezető politikai hatalomhoz közel álló kartellek működését engedélyezik.

Domináns vállalati árvezérlés

34. A domináns vállalati árvezérlés (domináns vállalat kompetitív szegéllyel) modelljében
    a) a domináns vállalat árelfogadó, a kompetitív szegély vállalatai versenyzők;
    b) a domináns vállalat határozza meg az árat, a kompetitív szegély vállalatai árelfogadók;
    c) a domináns vállalat terméke jobb minőségű, mint a kompetitív szegély vállalatainak terméke;
    d) a domináns vállalat úgy viselkedik, mint egy Cournot-vállalat, a kompetitív szegély vállalatai versenyzők.
35. A domináns vállalat reziduális keresleti görbéje a domináns vállalat kompetitív szegéllyel modellben (árvezérlés-modell) megegyezik
    a) a piaci keresleti görbével;
    b) a piaci keresleti görbe és a kompetitív szegély kínálati görbéjének horizontális különbségével;
    c) a kompetitív szegély és a domináns vállalat keresleti görbéjének horizontális különségével;
    d) a piaci keresleti görbe és a domináns vállalat határköltség-görbéjének horizontális különbségével.
    e) Egyik megállapítás sem igaz.
36. A domináns vállalat kompetitív szegéllyel modellben (árvezérlés-modell) a követő és a vezérlő szereplő abban különbözik, hogy a követő szereplő
    a) határköltsége kisebb, mint az árvezérlőé;
    b) sosem realizálhat profitot, miközben az árvezérlő igen;

c) saját határköltségének megfelelő áron ad el, miközben az árvezérlő saját határköltsége feletti áron értékesít;
d) alacsonyabb áron ad el, mint az árvezérlő;
e) egyik előző válasz sem helyes.

37. A domináns vállalat kompetitív szegéllyel modellben (árvezérlés-modell) a szegélybe történő szabad belépés mellett
a) sem a domináns vállalat, sem a szegélyvállalatok nem realizálhatnak profitot hosszú távon;
b) a szegélyvállalatok sem rövid, sem hosszú távon nem realizálhatnak gazdasági profitot, miközben a domináns vállalat mindig realizál gazdasági profitot;
c) a domináns vállalat rövid és hosszú távon is, a szegélyvállalatok csak rövid távon realizálhatnak gazdasági profitot;
d) mindkét vállalatcsoport realizálhat profitot rövid és hosszú távon egyaránt.

38. A domináns vállalat kompetitív szegéllyel modellben (árvezérlés-modell) a domináns vállalat termelése
a) mindig kisebb, mintha nem lenne ott a kompetitív szegély;
b) mindig nagyobb, mintha nem lenne ott a kompetitív szegély;
c) pontosan annyi, mintha nem lenne ott a kompetitív szegély;
d) több és kevesebb is lehet, mintha nem lenne ott a kompetitív szegély.

Monopolisztikus verseny

39. Differenciált termékű monopolisztikus verseny esetén
a) a vállalatok termékei egymás tökéletes helyettesítői;
b) a vállalatok termékei egymás közeli helyettesítői;
c) a vállalatok termékei egymás tökéletes kiegészítői;
d) egyes vállalatok termékei egymás helyettesítői, más vállalatok termékei kiegészítők.

40. A Chamberlin-féle monopolisztikus verseny reprezentatív vállalatának általa érzékelt határbevételi görbéje ... származtatható.
a) az ártengelytől az egyensúlyi pontig az aszimmetria, azután a szimmetria keresleti görbéből;
b) a szimmetria keresleti görbéből;
c) az aszimmetria keresleti görbéből;
d) a piaci keresleti görbéből;

41. A monopolisztikus és a tökéletesen versenyző iparág egy vállalatának közös jellemzője, hogy
a) mindkettő minden rá vonatkozó modellben differenciált terméket gyárt;
b) egyik esetben sem érvényesülnek belépési korlátok az iparágban;
c) hosszú távon mindkét vállalat az átlagköltség minimumpontjában termel;
d) az ár mindkét esetben megegyezik a határköltséggel.

42. A monopolisztikus verseny hosszú távú egyensúlyában egy reprezentatív vállalat
    a) hosszú távú átlagköltsége minimális.
    b) többet termel a hosszú távú átlagköltség minimumához tartozó termelési szintnél;
    c) hosszú távú határköltsége azonos a piaci árral;
    d) hosszú távú átlagköltsége azonos a piaci árral.
43. A monopóliumot a monopolisztikus versennyel összevetve igaz, hogy
    a) mindkét piaci formában belépési korlátok vannak;
    b) mindkét piaci formában a vállalatok negatív lejtésű keresleti görbével szembesülnek;
    c) hosszú távon mindkét esetben pozitív profit realizálható;
    d) rövid távon egyik sem lehet veszteséges.
    e) Mindegyik előző válasz helyes.
44. Homogén termékek és szabad belépés esetén, ha minden monopolisztikusan versenyző vállalat költségfüggvénye $TC(q) = FC + cq$ alakú, akkor
    a) minden vállalat átlagköltséggel megegyező, de határköltség feletti áron termel;
    b) a kormányzat a belépés korlátozásával növelheti a jólétet (a fogyasztói többlet és a profit összegét);
    c) túl sok vállalat lesz az iparágban.
    d) Mindegyik előző válasz helyes.
    e) Egyik válasz sem helyes.
45. A Hotelling-féle egyenesváros-modellben 2 egyforma vállalat esetén, ha mindkét vállalat szabadon változtathat elhelyezkedésén és az árak rögzítettek, akkor egyensúlyban
    a) egymás mellett fognak elhelyezkedni, de meghatározhatatlan, hogy a város melyik részén;
    b) egymás mellett fognak elhelyezkedni, pontosan a város közepén;
    c) a város két végétől és egymástól is pontosan egyforma távolságban fognak elhelyezkedni;
    d) a város két végén fognak elhelyezkedni;
    e) az előzőek közül több eset is előfordulhat.
46. A Hotelling-féle egyenesváros-modellben
    a) nincs egyensúly, ha a vállalatok a helyüket és az eladási árat is változtatni tudják;
    b) azonos árak esetén a kétvállalatos modell vállalatai az út két végén helyezkednek el;
    c) azonos árak esetén a területi elhelyezkedésben nincs egyensúlyi megoldás;
    d) amennyiben a vállalatok elhelyezkedése rögzített, nem lesz egyensúlyi ár.

47. Salop körmodelljében a fogyasztó hasznosságát meghatározó tényező
    a) a termék ára;
    b) a termék távolsága a fogyasztótól (ízlésbeli különbség a termék jellemzőjéhez képest);
    c) a külső termék minősége.
    d) A fentiek közül pontosan kettő tényező befolyásolja a fogyasztó hasznosságát.
48. A Chamberlin-féle monopolisztikusan versenyző modellben a vállalatok száma a társadalmi jólét szempontjából
    a) túl sok;
    b) túl kevés;
    c) éppen optimális.
    d) A fentiek közül bármelyik eset előfordulhat.
49. Hotelling egyenesváros-modelljében egyforma vállalatok esetében létezik egyensúly, ha
    a) a vállalatok helye adott, és csak az ár változik;
    b) az ár adott, és csak a vállalatok helye változik.
    c) Az a) és a b) is igaz.
    d) A fenti modellben soha nem létezik statikus egyensúly.

7.2. Számítási feladatok

Mennyiségi verseny az oligopóliumban, lineáris keresleti függvény és lineáris költségfüggvények esetén

1. Egy iparág piacán a kereslet $Q = 500 - 0{,}1p$, az iparág Cournot-duopóliummal jellemezhető, ahol mindkét vállalat határköltsége $MC = 1400$ és $FC = 0$.
    a) Határozzuk meg a vállalatok és az iparág termelését, az iparági piaci árat, és a Lerner-index nagyságát!
    b) Az egyik vállalat határköltsége egy költségcsökkentő innováció hatására $MC' = 800$-ra csökken. Hogyan változik ennek következtében a vállalatok termelése, az iparági piaci ár és a vállalatok profitja?
    c) Hány százalékát állítja elő az új helyzetben az iparági termelésnek az első, illetve a második vállalat? Számítsuk ki a Herfindahl-index nagyságát!
    d) Mekkora a Lerner-index az új helyzetben?
2. A Szaharában két oázis olyan közel fekszik egymáshoz, hogy egyetlen utazó sem veszi igénybe mindkét oázis szolgáltatásait. A környékükön nincs több oázis. Az egyik oázist a Felfrissülés Kft., a másikat a Vízözön Kft. működteti. Mivel a források vize magától tör fel mindkét oázisban, a két cégnek az üzemeltetés során semmiféle költsége nem merül fel. A sivatagi utazók piaci inverz keresleti függvénye az oázisok nyújtotta szolgáltatások iránt $p = 300 - Q$, ahol $Q = q_F + q_V$ a két oázisba adott napon betérő utazók száma és p az oázisba történő belépéskor fizetett díj. Határozzuk meg a két oázisba naponta belépő utazók számát, a belépés díját, a két vállalat pro-

fitját, a fogyasztói többletet és a holtteherveszteséget az alábbi esetekben!
a) A két vállalat Cournot-duopóliumot alkot.
b) A Felfrissülés KfT. Stackelberg-vezető, a Vízözön Kft. Stackelberg-követő.
c) A két vállalat kartellt alkot. (Feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt.)

3. Oldjuk meg az előző feladatot arra az esetre is, ha az oázisok üzemeltetőinek utazónként 30 forintos költsége merül fel!

4. Egy jószágot két vállalat kínál a piacon. Termékük piaci keresleti görbéje $q = a - bp$, a vállalatok határköltsége konstans és egyenlő: $MC_1 = MC_2 = c$, állandó költségük nulla. A keresleti és költségparaméterekre a $0 < c < \frac{a}{b}$, $a > 0$, $b > 0$ relációk teljesülnek. Határozzuk meg a két vállalat által eladott mennyiséget, a termék árát, a két vállalat profitját, a fogyasztói többletet és a holtteherveszteséget az alábbi esetekben!
a) A két vállalat Cournot-duopóliumot alkot.
b) A két vállalat Stackelberg-duopóliumot alkot.
c) A két vállalat kartellt alkot. (Feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt.)

5. Egy jószág piaci inverz keresleti görbéje $p = 200 - 2q$, a jószágot termelő vállalatok határköltsége konstans és egyenlő: $MC_i = 40$ minden i-re, állandó költségük nulla. Határozzuk meg az egyes vállalatok által eladott mennyiséget, a termék árát, az egyes vállalatok profitját, a fogyasztói többletet és a holtteherveszteséget az alábbi esetekben!
a) A terméket két Cournot-vállalat gyártja.
b) A terméket három Cournot-vállalat gyártja.
c) A terméket négy Cournot-vállalat gyártja.
d) A terméket n Cournot-vállalat gyártja ($n \geq 2$).
e) Határozzuk meg az előző kérdésnél kapott értékek határértékét $n \to \infty$ esetére!

6. Egy strandon két büfében árulnak lángost. Egy átlagos nyári napon a lángos keresleti görbéjének egyenlete $Q = 3000 - 10p$. A büfék átlagos változó költsége 50 forint, az általuk fizetett bérleti díj napi 800 forint. Naponta mennyi lángost adnak el és milyen áron, ha
a) szimultán módon, Cournot-feltételezés alapján döntenek az eladásra kínált mennyiségről;
b) az egyik büfé korábban dönt az eladásra szánt mennyiségről, majd a másik ennek ismeretében dönt (Stackelberg-duopóliumnak megfelelően)?

7. Tegyük fel, hogy az előző feladatban szereplő strandon újabb lángossütő nyílik, amely a másik két büfével megegyező költségviszonyok mellett működik. Mekkora lesz a lángossütők kínálata, és milyen ár alakul ki, ha
a) a büfék szimultán módon, Cournot-vállalatként döntenek az eladásra kínált mennyiségről;

b) két büfé szimultán módon, Cournot-vállalatként dönt a mennyiségről, a harmadik az ő döntésük megfigyelését követően dönt saját kibocsátásáról;
c) az egyik büfé korábban dönt az eladásra szánt mennyiségről, a másik két büfé tulajdonosa megfigyeli a döntését, majd egyszerre, egymásra vonatkozóan Cournot-feltételezés alapján döntenek saját kibocsátásukról;
d) a három büfé tulajdonosa egymás után dönti el a napi mennyiséget, a később döntést hozók a korábbi döntés(ek) ismeretében?

8. Egy oligopol piacon, ahol három Cournot-vállalat van jelen, a piaci kereslet $Q = 58 - p$. Mindhárom vállalat azonos, konstans határ- és átlagköltséggel termel, $MC(q_i) = 10$.
a) Határozzuk meg a piaci árat, és az egyes vállalatok termelését!
b) Mekkora a piaci ár és az egyes vállalatok termelése, ha mindhárom vállalat kartellt alkot? (Feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt.)
c) Hogyan változik az egyes vállalatok profitja és a fogyasztói többlet?

9. Tekintsük újra az előző feladatban leírt iparágat!
a) Az adott keresleti és költségviszonyok mellett megéri-e a három vállalatból bármely kettőnek az együttes profitjukat maximalizálni (vagyis kartellt alkotniuk), amennyiben az iparág továbbra is Cournot-iparágként működik, változatlan költségekkel?
b) Az adott keresleti és költségviszonyok mellett megéri-e a három vállalatból bármely kettőnek egyesülnie (vagyis kartellt alkotnia), amennyiben az egyesült vállalat Stackelberg-vezető lehet?
c) Ha két vállalat egyesül, akkor jobb termelésszervezés következtében egységköltségük 2 egységgel csökken. Módosítja-e ez a körülmény és hogyan az a) és b) kérdésekre adott választ?

10. Egy faluban két vállalkozó készít aszaltszilvát: Mári néne és Klári néne. Az aszaltszilvát a faluban megforduló turistáknak 10 dekagrammos csomagokban adják el. Az aszaltszilva iránti inverz keresleti függvény $p = 500 - 0{,}2Q$, ahol Q az eladott csomagok számát mutatja. 10 dekagramm aszaltszilva előállításához szükséges friss gyümölcsöt Mári néne 30 forintért tud venni, Klári néne – aki igen jóban van a környék egyetlen szilvatermesztőjével – pedig csupán 10 forintot fizet érte. A két asszonyságnak más költsége nem merül fel. Számítsuk ki, mennyi aszaltszilvát készít a két asszonyság, milyen áron kínálják azt a turistáknak, mekkora profitot érnek el, és mekkora a fogyasztói többlet az alábbi esetekben!
a) A két vállalkozó egyszerre, Cournot-duopóliumként dönt az éves szilvabeszerzésről (egyúttal a piacra vitt aszaltszilva mennyiségéről).
b) Mári néne egy héttel előbb megrendeli a szilvát, mint Klári néne, és Klári néne ismeri a Mári néne által rendelt mennyiséget, amikor leadja a szilvarendelését.

c) Klári néne egy héttel előbb megrendeli a szilvát, mint Mári néne, és Mári néne ismeri a Klári néne által rendelt mennyiséget, amikor leadja a szilvarendelését.
d) Klári néne és Mári néne az év elején megállapodnak abban, hogy különkülön mennyi szilvát fognak aszalni, és abban, hogy év végén az együttes profitjukat megfelezik.

11. Az előző feladatbeli faluban újabb vállalkozó vág bele a szilvaaszalásba, Sári néne. Sári néne 30 forintért jut annyi friss gyümölcshöz, amennyiből 10 dekagramm – tehát egy csomag – aszaltszilvát elő tud állítani. Számítsuk ki, mennyi aszaltszilvát készítenek a falu asszonyai, milyen áron adják el a portékájukat és mekkora profitot érnek el az alábbi esetekben!
a) A három vállalkozó Cournot-oligopóliumként, egyszerre dönt a kínálatáról.
b) Klári néne dönt először az általa kínált mennyiségről. A másik két asszonyság egy héttel később, Cournot-duopóliumként, egyszerre dönt a saját kínálatáról, Klári néne döntésének ismeretében.
c) Elsőként Klári és Mári néne Cournot-duopóliumként szimultán módon dönt saját kínálatáról, majd a döntésük megismerését követően Sári néne dönt az eladásra szánt mennyiségről.

12. Oldjuk meg az előző feladatot arra az esetre is, ha Klári néne is 30 forintért jut egy adag aszaltszilva előállításához szükséges friss gyümölcshöz!

13. Egy termék piacán 5 vállalat van. A piaci kereslet $Q = 500 - 2p$, a termelés határ- és átlagköltsége $AC = 50$, mindegyik vállalatra.
a) Ha vállalatok összejátszanak (kartellt alkotnak), hogyan alakul a piaci ár, egy vállalat termelése és profitja? (Feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt.)
b) Ha egy vállalat „csal”, miközben a többi négy a kartellnek megfelelő outputot állítja elő (a csaló vállalat úgy maximalizálja profitját, hogy a többi vállalat kartellben termelt mennyiségét adottnak veszi), mennyi lesz a piaci ár, és a vállalatok profitja?
c) Ha minden vállalat úgy maximalizálja profitját, hogy a többiek által termelt mennyiséget adottnak veszik, akkor mekkora lesz a piaci ár, egy vállalat termelése és profitja?

14. Tekintsük újra az előző feladatbeli ötszereplős iparágat. (Feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt.)
a) Ha a vállalatok végtelen időszakon keresztül összejátszanak (a kartell végtelen időszakra fennmarad), hogyan alakul egy vállalat összes profitjának jelenértéke, ha a piaci kamatláb 10?
b) Ha valamelyik időszakban egy vállalat csal, akkor a következő időszakban felbomlik a kartell, azaz minden vállalat úgy maximalizálja profitját, hogy a többiek által termelt mennyiséget adottnak veszi. Hogyan alakul a csaló vállalat profitjának jelenértéke?

c) Érdemes-e csalni?
d) Mekkora az a kamatláb, amely mellett a vállalat számára mindegy, hogy csal vagy bennmarad a kartellben?

Mennyiségi verseny az oligopóliumban lineáris keresleti függvény és nemlineáris költségfüggvény(ek) esetén

15. Egy terméket két vállalat termel, melyeknek határköltsége $MC_1(q) = MC_2(q) = q$, állandó költségük pedig nulla. A termék iránti piaci keresleti görbe egyenlete $Q = 100 - p$. Mekkora a két vállalat kibocsátása és profitja, a piaci ár és a fogyasztói többlet, ha a két vállalat
a) Cournot-duopóliumot alkot;
b) Stackelberg-duopóliumot alkot;
c) kartellt alkot?

16. Egy termék piacán az inverz keresleti görbe egyenlete $p = 1000 - 4Q$. A terméket gyártó egyik vállalat határköltsége $MC_1(q_1) = 40$, állandó költsége nem merül fel. A másik vállalat költségfüggvénye $TC_2(q_2) = q_2^2$. Több termelő nincs jelen a piacon. Számítsuk ki, mennyit termel a két vállalat, és milyen ár alakul ki a piacon az egyensúlyban az alábbi esetekben!
a) A két vállalat Cournot-duopóliumot alkot.
b) Az 1. vállalat Stackelberg-vezető, a 2. vállalat Stackelberg-követő.
c) Az 1. vállalat Stackelberg-követő, a 2. vállalat Stackelberg-vezető.
d) A két vállalat kartellt alkot.

17. Egy piacon az inverz kereslet $p(Q) = 1100 - Q$. A piacon 4 vállalat van, és Cournot-oligopóliumként működnek. Határköltségük egyaránt $MC(q_i) = 3q_i$, fix költségük nincs.
a) Mennyi lesz az egyes vállalatok termelése, az iparági termelés és ár, valamint a vállalatok profitja?
b) Hogyan változik az egyes vállalatok termelése, az iparági termelés és ár, valamint a vállalatok profitja, ha a vállalatok kartellt alkotnak?

18. Egy iparágat 5 egyforma vállalat alkot. Mindegyikük költségfüggvénye $c(q) = 2 + 2q + 2q^2$. A piaci keresleti függvény $Q = 98 - 0{,}5p$.
a) Határozzuk meg a piaci összkibocsátást és árat, amennyiben a vállalatok kartellt alkotnak! Mekkora lesz egyetlen vállalat termelése?
b) Az öt közül pontosan egy vállalat „csal”, méghozzá úgy, hogy a többi vállalat tartja a kartellben megállapított mennyiséget, a csaló viszont csak saját profitja maximalizálására törekszik. Mekkora lesz a csaló vállalat termelése?
c) Mekkora eredetileg egy vállalat profitja, és mekkora a csaló vállalaté?

19. Egy iparág inverz keresleti függvénye: $p = 100 - Q$. Az iparágban n számú vállalat tevékenykedik, valamennyi költségfüggvénye $c_i(q) = q^2$. A vállalatok Cournot-oligopóliumot alkotnak.
a) Határozzuk meg az i-edik vállalat reakciófüggvényét!
b) Mekkora lesz az iparág termelése?
c) Mekkora a termelés, ha n értéke tart a végtelenbe?

Mennyiségi verseny nemlineáris keresleti függvény esetén

20. Reklámszlogeneket csak Sanyi és Pali agyal ki. E tevékenységük nem jár költséggel. A reklámozó cégek reklámszlogenek iránti keresletét a $p = 800 - q^2$ inverz keresleti függvény írja le. Hány reklámszlogent agyal ki Sanyi és Pali, milyen áron tudják azt értékesíteni, ha
    a) Cournot-duopolistaként tevékenykednek;
    b) mielőtt üzletet kötnének a reklámozó cégekkel, megállapodnak egymással, hogy mennyi szlogent fognak kitalálni? (Feltételezzük, hogy a kartell vállalatainak kibocsátása egyenlő, ha a kartell számára közömbös, hogy a kartell termelése hogyan oszlik meg a vállalatok közt.)
21. A biocsirke iránti keresletet Magyarországon a $p = \frac{1000}{q}$ inverz keresleti függvény írja le. A biocsirke iránti hazai keresletet két vállalkozás, a nagykodácsi Biotik Bt. és az ugyanitt működő Biokot Bt. elégíti ki. Egy kilogramm biocsirke előállítása mindkét vállalat számára 40 forint költséggel jár. Mennyi csirkét ad el a két cég, mekkora lesz a biocsirke piaci ára és a vállalatok profitja, ha
    a) a két vállalat Cournot-duopóliumot alkot;
    b) a két vállalat Stackelberg-duopóliumot alkot?
22. Egy jószág piaci keresleti függvénye $q = \frac{100}{p}$. A jószágot csak két cég kínálja a piacon egyikük határköltsége 1, a másikuké 4. Számítsuk ki a két vállalat kibocsátását és a termék piaci árát, ha a két vállalat Cournot-duopóliumot alkot!

Bertrand-oligopólium

23. Egy jószág piaci inverz keresleti függvénye $p = 250 - Q$. A jószágot két vállalat termeli, amelyeknek a termelés kapcsán felmerülő átlagköltsége konstans 80 egység. A vállalatok szimultán döntenek az árról. Ha az egyikük alacsonyabb árat kér, akkor csak tőle vásárolnak. Ha ugyanakkora árat határoznak meg, akkor az adott ár melletti kereslet egyenlően oszlik meg közöttük. Határozzuk meg, milyen árat kér a két cég az egyensúlyban, mekkora lesz a kibocsátásuk és profitjuk!
24. Oldjuk meg az előző feladatot arra az esetre is, ha a piaci inverz keresleti függvény $p = \frac{4000}{q}$!
25. Egy jószágot két vállalat kínál a piacon. Termékük piaci inverz keresleti görbéje $p = a - bq$, a vállalatok határköltsége konstans és egyenlő: $MC_1 = MC_2 = c$, állandó költségük nulla. A keresleti és költségparaméterekre a $0 < c < a$, $b > 0$ relációk teljesülnek. A vállalatok Bertrand-duopóliumot alkotnak, kapacitásuk meghaladja a piac méretét. Határozzuk meg a két vállalat által választott árat, a vállalatok által eladott mennyiségeket, a két vállalat profitját és a fogyasztói többletet! (Ha ugyanakkora árat határoznak meg, akkor az adott ár melletti kereslet egyenlően oszlik meg a vállalatok közt.)

26. Egy piacon Bertrand-duopólium működik. A termék piaci keresleti görbéjének egyenlete $Q = 1300 - 0,25p$. A vállalatok határköltsége állandó, az egyik vállalaté 20, a másiké 50. Kapacitásuk lehetővé teszi, hogy bármelyikük egyedül is ki tudja elégíteni a piaci keresletet. Számítsuk ki a két vállalat által megszabott árakat, az általuk eladott mennyiségeket és a profitokat! (Ha ugyanakkora árat határoznak meg, akkor az adott ár melletti kereslet egyenlően oszlik meg a vállalatok közt.)

27. A $p = 100 - q$ inverz keresleti függvénnyel jellemezhető piacon két vállalat szimultán módon dönt termékének áráról. Az egyik vállalat határköltsége 40, a másiké 75. Mindkét vállalat kapacitása meghaladja a piac méretét. Milyen árat határoznak meg a vállalatok az egyensúlyban, mekkora a kibocsátásuk és profitjuk? (Ha ugyanakkora árat határoznak meg, akkor az adott ár melletti kereslet egyenlően oszlik meg a vállalatok közt.)

28. Paradiso településen két zöldséges van, akik kizárólag paradicsomot árulnak. A településen a paradicsom iránti napi piaci kereslet $Q(p) = 220 - 0,25p$. A paradicsom előállításának és forgalmazásának határköltsége mindkét eladónál azonos: $MC = 160$, fix költségük 0. A két zöldséges között árverseny van, a település lakói attól vesznek, aki olcsóbban árul. (Ha ugyanakkora árat határoznak meg, akkor az adott ár melletti kereslet egyenlően oszlik meg a zöldségesek közt.)
    a) Mennyi lesz a paradicsom ára, és mennyit ad el az egyik ill. másik zöldséges, ha naponta mindketten maximum 200 kg paradicsomot tudnak piacra vinni?
    b) A rossz időjárási viszonyok miatt a paradicsomtermés csökkent, ennek következtében mindkét zöldséges már csak 90 kg paradicsomot tud piacra vinni. Hogyan alakul ebben az esetben a piaci egyensúly, mennyi lesz a paradicsom ára és eladott mennyisége?

29. Egy piacon két, Bertrand-duopóliumot alkotó vállalat tevékenykedik. Mindkettő költségfüggvénye: $c(q) = 100q$. A piac keresleti görbéje $Q = 1200 - p$ alakú.
    a) Kapacitáskorlát nélkül mekkora a vállalatok által termelt mennyiség, és a piaci ár?
    b) Tegyük fel, mindkét vállalat kapacitáskorlátja 550 egység termelés. Ebben az esetben hogy alakul a piaci ár?

30. A cementpiacon az inverz piaci kereslet $p = 1300 - 2Q$. A piacon két vállalat van, az Acement Rt és a Becement Rt. Mindkét vállalat határköltsége és átlagköltsége: $c = 600$ Ft/kg. Mindkét vállalat korlátlan kapacitással rendelkezik, és a vállalatok között árverseny van, szimultán döntenek az árról, azaz a piac Bertrand-duopóliumként működik. (Ha ugyanakkora árat határoznak meg, akkor az adott ár melletti kereslet egyenlően oszlik meg a vállalatok közt.)
    a) Határozzuk meg és rajzoljuk is fel az Acement Rt. reziduális keresleti görbéjét!
    b) Határozzuk meg az egyidőszakos Bertrand-egyensúlyt és a vállalatok profitját, ha mindkét vállalat korlátlan kapacitással rendelkezik!

c) Határozzuk meg az egyidőszakos Bertrand-egyensúlyt és a vállalatok profitját, ha az Acement Rt. harmadára tudja csökkenteni költségét!
d) Hogyan változik a piaci hatalmat mérő Lerner-index nagysága, a piaci koncentráció és a fogyasztói többlet?

31. Tekintsük újra az előző feladatbeli cementpiacot, ahol árverseny van, és mindkét vállalat átlagköltsége $c = 600$.
a) Ha a vállalatok összejátszanak, és megállapodnak az árban, mekkora lesz a piaci ár, egy vállalat termelése és profitja?
b) A Becement Rt. eltér az ármegállapodástól, és árat csökkent, miközben a másik vállalat továbbra is a kartelláron értékesíti a cementet. Mennyi lesz ekkor az egyes vállalatok termelése és profitja?
c) Ha a két vállalat végtelen időszakon keresztül összejátszik, és a kartellárat alkalmazzák, hogyan alakul egy vállalat összes profitjának jelenértéke, ha a piaci kamatláb 10%?
d) Ha valamelyik időszakban az egyik vállalat csal, akkor a következő időszakban felbomlik a kartell, újra árverseny érvényesül, és soha többé nem játszanak össze. Hogyan alakul ekkor a csaló vállalat profitjának jelenértéke? Érdemes-e csalni?
e) Mekkora az a kamatláb, amely mellett a vállalat számára mindegy, hogy csal vagy bennmarad a kartellben?

32. Egy iparág piacán hat vállalat van. A piaci kereslet $Q = 1000 - 2p$, a termelés határ- és átlagköltsége minden vállalat esetében $MC = AC = 100$. Tegyük fel, hogy a vállalatok kiindulásképpen hallgatólagos összejátszás alapján együttesen a monopolista árat alkalmazzák. Ha egy vállalat csal, a következő időszakban a többiek azt a trigger stratégiát alkalmazzák, mely szerint mindenki áttér az egyidőszakos Bertrand-oligopólium egyensúlyi árához.
a) Mekkora diszkonttényező, ill. kamatláb esetén maradhat fenn a hallgatólagos összejátszás?
b) Az iparágban a vállalatok száma háromra csökkent, ugyanakkor egy pozitív keresleti sokk érvényesül, aminek hatására az adott időszakban (de kizárólag egy időszakban) a monopolista profit 50%-kal nő. A piaci kamatláb 25%. Lesz-e hallgatólagos összejátszás ezen feltételek mellett?

Árvezérlés (domináns vállalat kompetitív szegéllyel)

33. Egy tejtermelő körzetben a nyers tej feldolgozását és csomagolását egy nagyüzem (domináns vállalat) és sok, saját tejét feldolgozó kisüzem végzi. A kisüzemek elfogadják a nagyüzem által megállapított árat, így a körzet tejfeldolgozó iparágában kompetitív szegélyt alkotnak. A feldolgozott tej iránti keresleti függvény $Q = 1000 - 3p$, ahol Q a feldolgozott tej mennyisége (liter), p egy liter tej ára. A kompetitív szegély teljes költségfüggvénye

$TC(q) = 12q + 0{,}5q^2 + 2738$, ahol q a kisüzemek által együttesen kínált tej mennyisége (literben). A domináns vállalatnál egy liter tej feldolgozásának költsége 67 Ft, a fix költség 14 000 Ft.

a) Határozzuk meg a domináns vállalat reziduális keresleti görbéjének egyenletét!
b) Mi lesz a feldolgozott tej ára?
c) Mennyi lesz a domináns vállalat és a kompetitív szegély termelése?
d) Mennyi profitot realizálnak a vállalatok?
e) Várható-e be vagy kilépés az iparágban?

34. A tapasztalati adatok alapján a gazdaság egyik iparágának piaci szerkezetét az árvezérlés modelljével írhatjuk le. Egy követő vállalat költségfüggvénye: $TC(q) = 2,5q^2 + 25q + 90$. A követő vállalatok száma jelenleg 10, az iparági keresleti függvény $Q = 600 - 0,5p$. Az árvezérlő vállalat határköltségfüggvénye $MC = 40$, fix költsége zérus.

a) Határozzuk meg az árvezérlő vállalat reziduális keresleti görbéjének egyenletét!
b) Mennyi lesz az árvezérlő vállalat által termelt mennyiség és a piaci ár?
c) Mennyi lesz a követő vállalatok együttes termelése?
d) Milyen árat állapítson meg az árvezérlő vállalat, ha meg akarja gátolni további vállalatok belépését?

35. Egy termék piacán egy árvezérlő domináns vállalat és kompetitív szegélyt alkotó, árkövető vállalatok vannak jelen. A követő vállalatok együttes inverz kínálati görbéje: $p(q) = 360 + q$. A piaci kereslet $Q(p) = 1140 - 2p$. Az árvezérlő vállalat határköltsége konstans, $MC = 320$ Ft/db, fix költsége 20 000 Ft.

a) Határozzuk meg a piacon kialakuló árat és egyensúlyi mennyiséget! Mennyi lesz az árvezérlő és követő vállalatok piaci részesedése?
b) Az árvezérlő vállalat technológiai fejlesztésbe kezd, amelynek eredményeképpen jelentősen, 60%-kal tudja csökkenteni egy termékegység előállításának változó költségét, ugyanakkor fix költsége másfélszeresére nő. Hogyan változik a piaci ár és mennyiség? Mennyi lesz az árvezérlő és követő vállalatok piaci részesedése?
c) Hogyan változott a domináns vállalat profitja?
d) Hogyan változik a fogyasztói többlet?

36. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 120 - 2Q$. A piacon két nagyvállalat és egy kompetitív szegély termel. A szegély kínálata: $Q = -10 + 2p$. A két nagyvállalat mindegyikének költségfüggvénye $c(q) = 2q^2$. A két nagyvállalat kartellt alkot.

a) Mekkora a kartell termelése?
b) Mekkora a kompetitív szegély termelése?

Monopolisztikus verseny I: Chamberlin-modell (reprezentatív fogyasztót tartalmazó modell)

37. Egy számítástechnikai alkatrészeket előállító iparágban a piaci inverz kereslet: $p = 500 - 4Q$, egy alkatrész előállításának egységköltsége 20 Ft/db. Az iparágba szabad a belépés, de minden belépőnek 225 egységnyi belépési költséggel kell számolnia. A termék homogén, és a vállalatok Cournot-feltételezéssel élnek a többi vállalat viselkedésével kapcsolatban.
    a) Hány vállalat lesz az iparágban, mennyi lesz a piaci ár, az egyes vállalatok és az iparág termelése hosszú távon?
    b) Az állam 175 egységnyi egyösszegű adót vet ki minden vállalatra. Hogyan változik ennek következtében a vállalatok száma, az ár, az egyes vállalatok és az iparág termelése?
38. Egy Cournot-módon monopolisztikusan versenyző piacon minden vállalat költségfüggvénye megegyezik: $C(q) = 75 + 10q$. A piaci keresleti függvény: $Q = 110 - p$.
    a) Határozzuk meg az egyensúlyi mennyiséget egy vállalat vonatkozásában;
    b) adjuk meg a piaci árat
    c) és a vállalatok számát!
39. A női magazinok piacán, amely monopolisztikusan versenyző piac, jelenleg 25 azonos költségű kiadóvállalat van, amelyek mindegyike csak egyfajta, de a többitől valamelyest különböző lapot ad ki. Egy vállalat határköltsége $MC_i = 60$, a fix költség 30 000. A piaci kereslet $Q = 47500 - 62,5p$. A „Csacsogó" c. lapot kiadó vállalat (mint a piac egy reprezentatív vállalata) által érzékelt egyéni keresleti görbe (aszimmetria keresleti görbe) $p(q_i) = 480 - 0,15q_i$, ahol q_i az egy vállalat által kiadott lapok száma.
    a) Határozzuk meg a vállalat profitmaximalizáló termelési mennyiségét! Milyen áron kínálná a vállalat a lapot?
    b) Egyensúlyinak tekinthető-e ez a helyzet? Ábrázoljuk is!
    c) Mekkora profitra számít a kiadóvállalat? Mekkora profitot realizál ténylegesen? Mutassuk meg az ábrán a várt és tényleges profit különbségét!
40. A monopolisztikusan versenyző ásványvízpiacon működő Bubor Kft. által érzékelt egyéni keresleti görbe (aszimmetria keresleti görbe) $q = 2000 - 5p$, ahol q a vállalat által termelt mennnyiség. Egy üveg ásványvíz előállításának költsége 40 Ft/db, a vállalat fix költsége 100 000 Ft. A piacon a Bubor Kft-én kívül még 19, ugyanilyen költségű vállalat működik, az ásványvíz iránti piaci kereslet $Q = 26\ 800 - 40p$.
    a) Mennyit termel és milyen áron értékesítene a Bubor Kft?
    b) Egyensúlyi helyzetet jelent-e az a) pontbeli ár és mennyiség kombináció az iparágban?
    c) Mi várható az iparágban hosszú távon?
41. Egy monoplisztikusan versenyző piac reprezentatív vállalatának határköltsége $MC(q_i) = q_i$, a fix költség 640. A vállalat által érzékelt (aszimmetria) keresleti görbe $q = a - 0{,}5p$. Az inverz piaci keresleti függvény

$p(Q) = 128 - 0{,}2Q$. Az iparágban rövid távon egyensúly van, a vállalatok száma 25.

a) Mekkora az a értéke?

b) Mennyit termel egy vállalat és az iparág, milyen áron értékesítenek?

42. Egy monopolisztikusan versenyző iparág reprezentatív vállalatának hosszútávú átlagköltség függvénye $LAC(q) = 0{,}5(q-10)^2 + 42$. A vállalat által érzékelt keresleti görbe (aszimmetria keresleti görbe) egyenlete $p = a - 4q$, ahol q a vállalat termelése. Az iparág termékei iránti piaci kereslet $Q(p) = 320 - 4p$. Az iparágban az adott feltételek mellett hosszú távú egyensúly áll fenn.

a) Mennyit termel egy vállalat és mennyi a piaci ár?

b) Határozzuk meg pontosan az aszimmetria keresleti görbe egyenletét!

c) Hány vállalat van az iparágban?

d) Határozzuk meg a Lerner-index nagyságát!

e) Hogyan alakulna egy vállalat termelése, az iparági termelés és a piaci ár, ha ugyanebben az iparágban tökéletes verseny lenne?

Monopolisztikusverseny II: Területi modellek

43. Tiszamente település a Tisza folyó egy 16 km hosszú, egyenes szakaszán épült ki. Egyetlen utcája a Tisza mentén húzódik, ahol az 1600 lakos egyenletesen helyezkedik el. A településnek két strandja van, az utca két végén, az Alsóstrand és a Felsőstrand. Mivel a település nehezen megközelíthető, csak helyi lakosok látogatják a strandokat, májustól szeptemberig. A lakosok strandolás iránti preferenciái azonosak, maximálisan 1280 Ft-ot hajlandók áldozni egy strandolásért naponta (naponta legfeljebb egyszer mennek strandra). A településen való közlekedés költsége 80 Ft/km.

a) Ha mindkét strand 800 Ft-ot kér a napi belépőért, maximum milyen távolságról hajlandó egy lakos elmenni valamelyik strandra? A település lakóinak hány %-a strandol ebben az esetben? Hogyan kellene alakulni a belépők árának, hogy mindenki hajlandó legyen naponta egyszer strandra menni?

b) Határozzuk meg az Alsóstrand iránti keresletet, ha az ár p_A! Kell-e számolnia a konkurrenciával? (Lesz-e olyan lakos, aki hajlandó strandra menni és mindegy számára, hogy melyik strandot keresi fel?)

c) A strand fenntartásának költsége napi 200 000 Ft üzemeltetési költség, a határköltség 0. Mennyit kér a belépőkért az Alsóstrand, ha profitját akarja maximalizálni? Hány vendége lesz naponta? Mennyi profitot realizál?

d) A közlekedés költségei 50 Ft/km-re csökkentek. Az Alsóstrand p_A, a Felsőstrand p_F árat számít fel a belépőért. Lesz-e most olyan lakos, aki hajlandó strandra menni és mindegy számára, hogy melyik strandot keresi fel? Ha igen, hol helyezkedik el?

e) Ha Alsóstrand 900, Felsőstrand 750 Ft-ot kér egy strandbelépőért, és a közlekedés ára a d)-nek megfelelő, hány vendégük lesz?

44. Egy település egyetlen, egy km hosszú egyenes utcából áll, ahol a 800 lakos egyenletesen helyezkedik el. A település mindkét végén egy-egy fitneszklub működik, ezeket a klubokat csak helyi lakosok látogatják. Minden lakos kizárólag egy órai szolgáltatást vesz igénybe. A lakosoknak a fitness klub szolgáltatásaira vonatkozó preferenciái azonosak, maximálisan óránként 900 Ft-ot hajlandók áldozni a szolgáltatások igénybevételéért. A településen való közlekedés költsége 50 Ft/km. A klubok határ- és átlagköltsége 600 Ft/óra, és mindkét klub maximalizálni akarja a profitját.
    a) Határozzuk meg mindkét klub keresleti függvényét!
    b) Határozzuk meg a legjobbválasz-függvényeket, ha a két klub Bertrand-duopóliumot alkot!
    c) Milyen árat szabnak meg az egyes klubok, ha a két klub Bertrand-duopóliumot alkot, és mekkora profitot realizálnak?
    d) Az egyik klubnak sikerült lecsökkenteni határköltségét, ennek következtében határ- és átlagköltsége 400 Ft/óra.
        a) Határozzuk meg a legjobbválasz-függvényeket, ha a két klub Bertrand-duopóliumot alkot!
        b) Hogyan változik az egyes klubok által megszabott ár, ha a két klub Bertrand-duopóliumot alkot, és mekkora a realizált profit?

45. Egy kör alakú sziget kerülete egységnyi. Mind az 1000 lakos a tengerparton lakik, házaik egyenletesen helyezkednek el, egy házban egy ember él. Minden lakos pontosan egyszer eszik vendéglőben egy nap. A vendéglők is egyenletesen helyezkednek el a tengerparton. Egy vendéglő költsége $c(Q) = 32+10Q$, ahol Q a felszolgált ételek száma. A lakosoknak a vendéglőhöz történő utazás költséges: egységnyi út mindenkinek 40 pénzegységébe kerül. A sziget diktátora szeretné minden lakosának úgy biztosítani a napi egyszeri vendéglői étkezést, hogy mindez összességében a legolcsóbb legyen.
    a) Hány vendéglőnek ad működési engedélyt a diktátor?
    b) Adjuk meg a probléma egy lehetséges közgazdasági általánosítását!

46. Tegyük fel, hogy egységnyi kerületű kör reprezentálja a sörféléket. A kör mentén 400 fogyasztó egyenletesen helyezkedik el. Minden fogyasztó 1 vagy 0 üveg sört vesz egy héten. Utóbbi esetben (azaz ha nem vesz sört) ásványvizet vásárol. A t minőségű sör fogyasztásából származó hasznosság (bruttó fogyasztói többlet) $U(t, t^*) = 120 - 100\,[t - t^*]$, ahol $t - t^*$ a fogyasztó által ideálisnak tartott sörfélétől (termékjellemzőtől) való távolságot jelenti. Az ásványvíz (külső termék) fogyasztásából származó nettó fogyasztói többlet (u) 90 egység. A fogyasztók nettó fogyasztói többletüket maximalizálják. A sörpiacon minden vállalat kizárólag egyfajta és a többi gyártóétól eltérő sörfélét kínál.
    a) Írjuk fel egy monopol helyzetben levő vállalat keresleti függvényét!
    b) Legfeljebb hány vállalat van a piacon, ha a vállalatok között nincs verseny (monopol eladók) és valamennyi vállalat költségfüggvénye $C(q) = 400+5q$? Milyen áron és mennyi sört adnak el ebben az esetben a vállalatok?

c) Egyensúlyban van-e az iparág ebben az esetben? Várható-e belépés vagy kilépés?
d) A vállalatok száma n. A sörgyártók most versenyeznek egymással. Határozzuk meg, hogy milyen távolságban van egy tetszőleges vállalattól (sörfajtától) az a fogyasztó, akinek számára közömbös, hogy az adott vagy a szomszédos, versenytárs vállalattól (sörfajtából) vásárol (és az adott sörfajta ára p, a két szomszédos sörfajta ára p')?
e) Írjuk fel a keresleti függvényt a versenyzői esetre!
f) Mennyi lesz a vállalatok száma egyensúly esetén?
g) Mennyi lenne a társadalmilag optimális vállalatszám (az optimális sörválaszték)?
h) A sörtermelőkre, mivel a termelési folyamat környezetszennyező, az állam egyösszegű adót vet ki. Ennek következtében, egyensúlyi helyzetben csak 4 vállalat marad a piacon. Mekkora az egyösszegű adó nagysága?

7.3. Oligopólium – Megoldások

Tesztkérdések

1. C	2. C	3. A	4. C	5. B	6. D	7. D	8. A	9. B	10. D
11. B	12. B	13. C	14. B	15. C	16. C	17. B	18. B	19. A	20. D
21. E	22. D	23. B	24. B	25. B	26. A	27. B	28. C	29. C	30. A
31. D	32. D	33. C	34. B	35. B	36. C	37. C	38. D	39. B	40. C
41. B	42. D	43. B	44. D	45. B	46. A	47. D	48. D	49. C	

Számítási feladatok

1. a) $Q_1 = Q_2 = 120$, $Q = 240$, $p = 2600$, $\pi_1 = \pi_2 = 144\ 000$, $L = \frac{2600-1400}{2600} \approx 0,46$
   b) $\Delta Q_1 = 40$, $\Delta Q_2 = -20$, $\Delta Q = 20$, $\Delta p = -200$, $\Delta \pi_1 = 112\ 000$, $\Delta \pi_2 = -44\ 000$
   c) $s_1 = \frac{8}{13} \approx 61,5\%$, $s_2 = \frac{5}{13} \approx 38,5\%$, $HHI = \frac{890\ 000}{13} \approx 5266$
   d) $L = 0,615\frac{2400-800}{2400} + 0,385\frac{2400-1400}{2400} = \frac{89}{156} \approx 0,571$
2. a) $q_F = q_V = 100$, $p = 100$, $\pi_F = \pi_V = 10\ 000$, $FT = 20\ 000$, $HTV = 5000$
   b) $q_F = 150$, $q_V = 75$, $p = 75$, $\pi_F = 11\ 250$, $\pi_V = 5625$, $FT = 25\ 312,5$, $HTV = 2812,5$
   c) $q_F = q_V = 75$, $p = 150$, $\pi_F = \pi_V = 11\ 250$, $FT = 11\ 250$, $HTV = 11\ 250$
3. a) $q_F = q_V = 90$, $p = 120$, $\pi_F = \pi_V = 8100$, $FT = 16200$, $HTV = 4050$
   b) $q_F = 135$, $q_V = 67,5$, $p = 97,5$, $\pi_F = 9112,5$, $\pi_V = 4556,25$, $FT = 20\ 503,125$, $HTV = 2278,125$
   c) $q_F = q_V = 67,5$, $p = 165$, $\pi_F = \pi_V = 9112,5$, $FT = 9112,5$, $HTV = 9112,5$

4. a) $q_1 = q_2 = \frac{a-bc}{3}$, $p = \frac{a+2bc}{3b}$, $\pi_1 = \pi_2 = \frac{(a-bc)^2}{9b}$, $FT = \frac{2(a-bc)^2}{9b}$, $HTV = \frac{(a-bc)^2}{18b}$
   b) $q_{\text{vezető}} = \frac{a-bc}{2}$, $q_{\text{követő}} = \frac{a-bc}{4}$, $p = \frac{a+3bc}{4b}$, $\pi_{\text{vezető}} = \frac{(a-bc)^2}{8b}$, $\pi_{\text{követő}} = \frac{(a-bc)^2}{16b}$, $FT = \frac{9(a-bc)^2}{32b}$, $HTV = \frac{(a-bc)^2}{32b}$
   c) $q_1 = q_2 = \frac{a-bc}{4}$, $p = \frac{a+bc}{2b}$, $\pi_1 = \pi_2 = \frac{(a-bc)^2}{8b}$, $FT = \frac{(a-bc)^2}{8b}$, $HTV = \frac{(a-bc)^2}{8b}$
5. a) $q_1 = q_2 = \frac{80}{3} \approx 26,7$, $p = \frac{280}{3} \approx 93,3$, $\pi_1 = \pi_2 = \frac{12\ 800}{9} \approx 1422,2$, $FT = \frac{25\ 600}{9} \approx 2844,4$, $HTV = \frac{6400}{9} \approx 711,1$
   b) $q_1 = q_2 = q_3 = 20$, $p = 80$, $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = 800$, $FT = 3600$, $HTV = 400$
   c) $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 16$, $p = 72$, $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 512$, $FT = 4096$, $HTV = 256$
   d) $q_1 = q_2 = ... = q_i = ... = q_n = \frac{80}{n+1}$, $p = 40 + \frac{160}{n+1}$, $\pi_1 = \pi_2 = ... = \pi_i = ... = \pi_n = \frac{12\ 800}{(n+1)^2}$, $FT = \frac{6400n^2}{(n+1)^2}$, $HTV = \frac{6400}{(n+1)^2}$
   e) $\lim q_i = 0$, $\lim \sum_{i=}^{n} q_i = 80$, $\lim p = 40$, $\lim \pi_i = 0$, $\lim FT = 6400$, $\lim HTV = 0$
6. a) $q_1 = q_2 = \frac{2500}{3} \approx 833$, $p = \frac{400}{3} \approx 133$
   b) $q_{\text{vezető}} = 1250$, $q_{\text{követő}} = 625$, $p = 112,5$
7. a) $q_1 = q_2 = q_3 = 625$, $p = 112,5$
   b) $q_{\text{vezető1}} = q_{\text{vezető2}} = \frac{2500}{3} \approx 833$, $q_{\text{követő}} = \frac{1250}{3} \approx 417$, $p = \frac{275}{3} \approx 92$
   c) $q_{\text{vezető}} = 1250$, $q_{\text{követő1}} = q_{\text{követő2}} = \frac{1250}{3} \approx 417$, $p = \frac{275}{3} \approx 92$
   d) $q_1 = 1250$, $q_2 = 625$, $q_3 = 312,5$, $p = 81,25$
8. a) $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 12$, $Q = 36$, $p = 22$, $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = 144$
   b) $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 8$, $Q = 24$, $p = 34$, $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = 192$
   c) $\Delta\pi_1 = \Delta\pi_2 = \Delta\pi_3 = 48$, $\Delta FT = -360$
9. a) Ha két Cournot-vállalat van a piacon, akkor $Q_1 = Q_2 = 16$, $Q = 32$, $p = 26$, $\pi_1 = \pi_2 = 256 < 288$. Nem éri meg, hiszen a kartellt alkotó vállalatok együttes profitja kisebb, mint amikor külön termeltek.
   b) A Stackelberg-vezető vállalat profitja ugyanannyi, mint a három szereplős Cournot-oligopólium két vállalatának együttes profitja. Ezért bármely két vállalat számára közömbös, hogy egyesülnek-e, vagy sem.
   c) Ha $c = 8$ és Q_1 az egyesült vállalat termelése, akkor Cournot-duopólium esetén $Q_1 = \frac{52}{3}$, $Q_2 = \frac{46}{3}$, $p = \frac{76}{3,}$ $\pi_1 = \frac{2704}{9} \approx 300 > 288$, most megéri egyesülni. A Stackelberg-vezető vállalat kibocsátása Q_1 =26, a követő vállalaté $Q_2 = 11$, $Q = 37$, $p = 21$, a vezető vállalat profitja $\pi_1 = 338 > 288$, ezért ekkor is megéri egyesülni.
10. a) $q_M = 750$, $q_K = 850$, $p = 180$, $\pi_M = 112\ 500$, $\pi_K = 144\ 500$, $FT = 256\ 000$
    b) $q_M = 1125$, $q_K = 662,5$, $p = 142,5$, $\pi_M = 126\ 562,5$, $\pi_K = 87\ 781,25$, $FT = 319\ 515,625$

c) $q_M = 537,5$, $q_K = 1275$, $p = 137,5$, $\pi_M = 57\ 781,25$, $\pi_K = 162\ 562,5$, $FT = 328\ 515,625$

d) $q_M = 0$, $q_K = 1225$, $p = 255$, $\pi_M = \pi_K = 150\ 062,5$, $FT = 150\ 062,5$

11. a) $q_M = q_S = 562,5$, $q_K = 662,5$, $p = 142,5$, $\pi_M = \pi_S = 63\ 281,25$, $\pi_K = 87\ 781,25$

b) $\pi_M(q_M, q_K, q_S) = (500 - 0,2q_M - 0,2q_K - 0,2q_S)\, q_M - 30q_M \Rightarrow$
$\frac{\partial \pi_M}{\partial q_M} = 470 - 0,4q_M - 0,2q_K - 0,2q_S = 0$, hasonlóan:
$\frac{\partial \pi_S}{\partial q_S} = 470 - 0,2q_M - 0,2q_K - 0,4q_S = 0$, e két utóbbi egyenletből az egyensúlyban: $q_M(q_K) = q_S(q_K) = \frac{2350}{3} - \frac{q_K}{3} \Longrightarrow$
$\pi_K(q_K) = \left(500 - 0,2q_K - \frac{940}{3} + \frac{2q_K}{15}\right) q_K - 10q_K \Longrightarrow$
$\frac{d\pi_K}{dq_K} = \frac{530}{3} - \frac{2q_K}{15} = 0 \Longrightarrow q_K = 1325$, $q_M = q_S = \frac{1025}{3} \approx 342$, $p = \frac{295}{3}$, $\pi_M = \pi_S = \frac{210\ 125}{9} \approx 23\ 347$, $\pi_K = \frac{351\ 125}{3} \approx 117\ 042$

c) $q_M = \frac{2150}{3} \approx 717$, $q_K = \frac{2750}{3} \approx 917$, $q_S = \frac{1075}{3} \approx 358$, $p = \frac{305}{3} \approx 102$, $\pi_M = \frac{462\ 250}{9} \approx 51\ 361$, $\pi_K = \frac{756\ 250}{9} \approx 84\ 028$, $\pi_S = \frac{231\ 125}{9} \approx 25\ 681$

12. a) $q_M = q_K = q_S = 587,5$, $p = 147,5$, $\pi_M = \pi_K = \pi_S = 69\ 031,25$

b) $q_M = q_S = \frac{1175}{3} \approx 392$, $q_K = 1175$, $p = \frac{325}{3} \approx 108$, $\pi_M = \pi_S = \frac{276\ 125}{9} \approx 30\ 681$, $\pi_K = \frac{276\ 125}{3} \approx 92\ 042$

c) $q_M = q_K = \frac{2350}{3} \approx 783$, $q_S = \frac{1175}{3} \approx 392$, $p = \frac{325}{3} \approx 108$, $\pi_M = \pi_K = \frac{552\ 250}{9} \approx 61\ 361$, $\pi_S = \frac{276\ 125}{9} \approx 30\ 681$

13. a) $Q = 200$, $p = 150$, $Q_i = 40$, $\pi_i = 4000$

b) $Q = 4 \cdot 40 + q$ (ahol q a csaló vállalat kibocsátása),
$MR(q) = 170 - q = 50$, $q = 120$, $Q = 280$, $p = 110$, a csaló vállalat profitja $\pi(120) = 7200$, a többieké $\pi(40) = 2400$.

c) Ekkor ötszereplős Cournot-iparágként működnek, ahol minden vállalat termelése: $q_i = \frac{200}{3}$, $Q = \frac{1000}{3}$, $p = \frac{250}{3}$, $\pi(q_1^*) = \frac{20\ 000}{9}$

14. a) A profit jelenértéke: $4000 + \frac{4000}{0,1} = 44\ 000$

b) $7200 + \frac{20\ 000}{9 \cdot 0,1} = \frac{264\ 800}{9} \approx 29\ 422$

c) Nem, mert $29\ 422 < 44\ 000$.

d) $4000 + \frac{4000}{r} = 7200 + \frac{20\ 000}{9r}$-ből $r = \frac{5}{9} \approx 0,56 = 56\%$.

15. a) $q_1 = q_2 = 25$, $p = 50$, $\pi_1 = \pi_2 = 937,5$, $FT = 1250$

b) $\pi_{\text{követő}}(q_{\text{vezető}}, q_{\text{követő}}) = (100 - q_{\text{vezető}} - q_{\text{követő}})\, q_{\text{követő}} - 0,5q_{\text{követő}}^2$
$\Longrightarrow \frac{\partial \pi_{\text{követő}}}{\partial q_{\text{követő}}} = 100 - q_{\text{vezető}} - 3q_{\text{követő}} = 0 \Longrightarrow q_{\text{követő}} = \frac{100}{3} - \frac{q_{\text{vezető}}}{3}$
$\Longrightarrow \pi_{\text{vezető}}(q_{\text{vezető}}) = \left(\frac{200}{3} - \frac{2q_{\text{vezető}}}{3}\right) q_{\text{vezető}} - 0,5q_{\text{vezető}}^2 \Longrightarrow$
$\frac{\partial \pi_{\text{vezető}}}{\partial q_{\text{vezető}}} = \frac{200}{3} - \frac{7q_{\text{vezető}}}{3} = 0 \Longrightarrow q_{\text{vezető}} = \frac{200}{7} \approx 29$, $q_{\text{követő}} = \frac{500}{21} \approx 24$, $p = \frac{1000}{21} \approx 48$, $\pi_{\text{vezető}} = \frac{140\ 000}{147} \approx 952$, $\pi_{\text{követő}} = \frac{375\ 000}{441} \approx 850$, $FT = \frac{605\ 000}{441} \approx 1372$

c) $q_1 = q_2 = 20$, $p = 60$, $\pi_1 = \pi_2 = 1000$, $FT = 800$

16. a) $q_1 = 87,5$, $q_2 = 65$, $p = 390$

b) $q_1 = \frac{350}{3} \approx 117$, $q_2 = \frac{160}{3} \approx 53$, $p = 320$

c) $q_1 = \frac{230}{3} \approx 77$, $q_2 = \frac{260}{3} \approx 87$, $p = \frac{1040}{3} \approx 347$

d) $q_1 = 100$, $q_2 = 20$, $p = 520$

17. a) $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 137,5$, $Q = 550$, $p = 550$,
$\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 47\ 265,625$
b) $MC(Q) = \frac{3}{4}Q$, $Q = 400$, $p = 700$, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 100$,
$\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 55\ 000$

18. a) $Q = \frac{485}{112} \approx 40,42$, $q = \frac{97}{12} \approx 8,08$, $p = \frac{691}{6} \approx 115,17$
b) A csaló vállalat termelése: $\frac{97}{6} \approx 16,17$
c) A csalás nélküli profit $\frac{56\ 310}{72} \approx 782,08$, csalással $\frac{37\ 564}{36} \approx 1043,44$ profitot realizál a vállalat.

19. a) Az i-edik vállalat reakciófüggénye $q_i = 25 - \frac{q_{-i}}{4}$
b) $Q = \frac{100n}{n+3}$
c) Az iparági termelés értéke tart a 100-hoz.

20. a) $q_S = q_P = 10$, $p = 400$
b) $q_S + q_P = \sqrt{\frac{800}{3}} \approx 16$, $p = \frac{1600}{3} \approx 533$

21. a) $q_1 = q_2 = 6,25$, $p = 80$
b) $q_{\text{vezető}} = q_{\text{követő}} = 6,25$, $p = 80$

22. $q_1 = 16$, $q_2 = 4$, $p = 5$

23. $p_1 = p_2 = 80$, $q_1 = q_2 = 85$, $\pi_1 = \pi_2 = 0$

24. $p_1 = p_2 = 80$, $q_1 = q_2 = 25$, $\pi_1 = \pi_2 = 0$

25. $p_1 = p_2 = c$, $q_1 = q_2 = \frac{a-c}{2b}$, $\pi_1 = \pi_2 = 0$, $FT = \frac{(a-c)^2}{2b}$

26. $p_1 = 50$ (illetve egy kicsivel kevesebb), $p_2 = 50$, $q_1 = 1287,5$, $q_2 = 0$, $\pi_1 = 38625$, $\pi_2 = 0$

27. $p_1 = 70$, $p_2 = 75$, $q_1 = 30$, $q_2 = 0$, $\pi_1 = 900$, $\pi_2 = 0$

28. a) $Q(160) = 180 < q_{A\max} = q_{B\max} = 200$, a kapacitáskorlátnak ezért nincs jelentősége, $Q = 180$, $Q_1 = Q_2 = 90$, $p = 160$,
b) $Q(160) = 180 > q_{A\max} = q_{B\max} = 90$, A kapacitáskorlát miatt nincs statikus egyensúly. Ha az egyik paradicsomárus úgy véli, hogy a másik 160-as árat szab, akkor az ő reziduális kereslete inverz alakban:
$p = 520 - 4q$, ennek alapján a profitmaximuma $p = 340$, de ekkor a másik vállalatnak is megéri ennél kicsivel alacsonyabb áron eladni stb.

29. a) Az ár megegyezik a vállalatok határköltségével, $p = 100$, és így az eladott mennyiség $Q = 1100$.
b) Ha a két vállalat határköltségükkel egyenlő áron termel, akkor épp a kapacitásuknak megfelelő mennyiséget állítják elő. Amennyiben az „egyik" vállalat kimeríti kapacitáskorlátját és $p = 100$ áron kínál, akkor ezen az áron csak a piaci igények felét tudja kielégíteni. A reziduális keresleti görbén a „másik" vállalat profitmaximuma $q = 275$ termeléshez és $p = 375$ árhoz tartozik. Ez alá az ár alá azonban érdemes az „egyik" vállalatnak alávágnia, és a két vállalat folyamatosan egymás ára alá kínál, egészen $p = 237,5$-ig. Ez utóbbi árnál kisebb ár esetén azonban ismét érdemes a reziduális keresleti görbén maximalizálni a profitot. Azaz kapacitáskorlát esetén nincs tiszta stratégiával meghatározható egyensúlyi ár, az ár folyamatosan változik 375 és 237,5 közt.

30. a) $Q_A = 0$, ha $p_A > p_B$, $Q_A = \frac{1}{2}(650 - \frac{1}{2}p_A)$, ha $p_A = p_B$, és $Q_A = 650 - \frac{1}{2}p_A$, ha $p_A < p_B$
    b) $Q = 350$, $Q_A = Q_B = 175$, $p = 600$, $\pi_A = \pi_B = 0$
    c) $p_A = 600 - \varepsilon$ (ahol ε egy kicsi egységet jelöl), $Q_A = 350 + \frac{\varepsilon}{2}$, $Q_B = 0$, $\pi_A = 140\ 000 - \varepsilon$
    d) HHI 5000-ről 10 000-re nő, A Lerner-index 0-ról $\frac{2}{3}$ (kb. 66,7%)-ra nő, a fogyasztói többlet nem változik.
31. a) $Q = 175$, $Q_A = Q_B = 87,5$, $p = 950$, $\pi_A = \pi_B = 30\ 625$
    b) $p = 950 - \varepsilon$ (ahol is ε egy kicsi egységet jelöl), $Q_A = 0$, $Q_B = 175 + \frac{\varepsilon}{2}$, $\pi_B = 61\ 250 - \varepsilon$
    c) 336 875
    d) Az első időszakban $61\ 250 - \varepsilon$, a csalás felfedezése után 0. Nem.
    e) $r = 100\%$
32. a) $r < 20\%$ ill. $\delta > \frac{5}{6}$
    b) Igen, mert: $1,5\frac{\pi_M}{3} + \frac{\pi_M}{3 \cdot 0,25} > 1,5\pi_M$
33. a) $q^D(p) = 0$,ha $p \geq 253$, $q^D(p) = (1000 - 3p) - (p - 12) = 1012 - 4p$, ha $12 < p < 253$, és $Q = 1000 - 3p$, ha $p \leq 12$
    b) $MR(q^D) = 253 - 0,5q^D = 67$, $p = 160$
    c) $q^D = 372$, $q^{komp} = 148, Q = 520$
    d) $\pi^D = (160 - 67)372 - 14\ 000 = 20\ 596$, $\pi^{komp} = 23\ 680 - 15\ 466 = 8214$
    e) Belépés várható, mert az árkövető vállalatok is profitot realizálnak.
34. a) $q^D(p) = 0$, ha $p \leq 260$, $q^D(p) = 650 - 2,5p$, ha $25 < p < 260$, és $Q = 600 - 0,5p$, ha $p < 25$
    b) $q^D = 275$, $p = 150$
    c) 250
    d) $p = 55$, mert ekkor a versenyző vállalatok az AC minimumában termelnek, ezért gazdasági profitjuk 0.
35. a) $p = 410$, $Q = 320$, a domináns vállalat részesedése $84,375\%$.
    b) Most $MC(q^D) = 128$, ekkor a vállalat monopolista lesz, $p = 349$, $q^D = Q = 442$
    c) $FC' = 30\ 000$, $\Delta\pi = 63\ 382$
    d) $\Delta FT = 23\ 241$
36. a) $Q = 10$
    b) $Q_{comp} = 38$
37. a) Mivel $Q = nq$, $p = 500 - 4nq$. Két feltételnek kell teljesülnie: minden vállalat maximalizálja profitját: $MR(q) = 500 - 4(n + 1)q = 20$, $q = \frac{120}{n+1}$, és a gazdasági profit 0: $p = 500 - 4nq = \frac{225}{q} + 20$, ebből $n = 15$, $q = 7,5$, $p = 50$, $Q = 112,5$
    b) $n = 11$, $q = 10$, $p = 60$, $Q = 110$, $\Delta n = -4$, $\Delta q = 2,5$, $\Delta p = 10$, $\Delta Q = -12,5$
38. a) $q = 9,0909$
    b) $p = 19,0909$
    c) $n = 10$. A mechanikus megoldás szerint $n = 10,547$ lenne, de nincs

tört számú vállalat. Így a mennyiség és ár kiszámításánál is az egész számú n-et kell figyelembe venni. A vállalatok egy kis mennyiségű profitot realizálnak az egyensúlyban, de ez a profit nem elég ahhoz, hogy még egy vállalat be tudjon lépni az iparágba.

39. a) $MR(q_i) = 480 - 0,3q_i = 60$−ból $q_i = 1400$, $p = 270$
    b) Nincs egyensúly, mert $q = \frac{Q}{25} = 1900 - 2,5p$ alapján $p(1400) = 200 < 270$. Ábra: az $MR = MC$ és a két keresleti görbe metszéspontja nem ugyanott van!
    c) Várt profit: $(270 - 60)1400 - 30\ 000 = 264\ 000$, tényleges profit: $(200 - 60)1400 - 30\ 000 = 166\ 000$

40. a) $MR(q) = MC(q)$ alapján: $400 - 0,4q = 40$, $q = 900$, $p = 220$
    b) A szimmetria keresleti görbe: $\frac{Q}{n} = 1340 - 2p$, mivel a $q = 900$, $p = 220$ kielégíti ezt az egyenletet, így rövid távon egyensúly van (vagy a 20 vállalat együttesen annyit akar termelni és olyan áron, amely megfelel az összpiaci keresletnek).
    c) $\pi(q) = (220 - 40)900 - 100\ 000 = 62\ 000$, mivel a vállalatok rövid távon profitot realizálnak, hosszútávon új vállalatok lépnek be az iparágba, így a szimmetria és aszimmetria keresleti görbe is befelé tolódik, mindaddig, amíg a gazdasági profit 0 lesz.

41. a) A vállalat profitmaximalizál, így $MR(q) = MC(q)$ alapján: $2a - 4q = q$, ebből $q = \frac{2}{5}a$. Mivel egyensúly van, $2a - 2q = 128 - 0,2(25q)$, tehát $a = 40$.
    b) $q = 16$, $p = 48$, $Q = 400$.

42. a) Hosszú távú egyensúlyban az aszimmetria keresleti görbe érinti a hosszútávú átlagköltség görbét: $LAC(q)' = q - 10 = -4$, $q = 6$, $p = LAC(6) = 50$
    b) $a = 74$, $p = 74 - 4q$
    c) $q = \frac{Q}{n} = 6$, $n = 20$
    d) $MC(6) = 26$, $\frac{p-MC}{p} = \frac{50-26}{50} = 0,48$
    e) $q = 10$, $Q = 152$ $p = 42$, $n = 15,2$ azaz 15 vállalat lesz.

43. a) Ha x a távolság (km-ben): $1280 - 800 - 2 \cdot 80x \geq 0$, $x \leq 3$ (km), 600-an mennek strandra, azaz a lakosok $37,5\%$-a. Ha $p = 0$, akkor mindenki naponta strandol.
    b) $x \leq \frac{1280-p_A}{160}$, $Q_A = 100x = \frac{1280-p_A}{1,6}$,ha $p_A > 0$, akkor nem lesz konkurrencia.
    c) $p = 1280 - 1,6Q$, $MR = 1280 - 3,2Q = 0$, $Q = 400$, $p = 640$, $\pi = 56\ 000$
    d) $x = \frac{1600-p_A+p_F}{200}$, ahol x az Alsóstrandtól mért távolság
    e) $Q_F = 530$, $Q_A = 380$

44. a) $900 - p_A - 100x = 900 - p_B - 100(1 - x)$, a marginális fogyasztó elhelyezkedése $x(p_A, p_B) = \frac{p_B-p_A+100}{200}$, $D^A(p_A, p_B) = 800x(p_A, p_B) = = 4p_B - 4p_A + 400$, $D^B(p_A, p_B) = 4p_A - 4p_B + 400$.
    b) $p_A(p_B) = \frac{p_B+700}{2}$, $p_B(p_A) = \frac{p_A+700}{2}$
    c) $p_A = p_B = 700$, $\pi_A = \pi_B = 40\ 000$

d) i) $p_A(p_B) = \frac{p_B+500}{2}$, $p_B(p_A) = \frac{p_A+700}{2}$
ii) $p_A = \frac{1700}{3} \approx 567$, $p_B = \frac{1900}{3} \approx 633$, $\pi_A = \frac{1\ 000\ 000}{9} \approx 111\ 111$, $\pi_B = \frac{40\ 000}{9} \approx 4444$

45. a) 25 vendéglő lesz
b) Egy lehetséges közgazdasági általánosítás: Egy termékfajtából mindenki pontosan egyet vesz. A termék minősége egyenletes eloszlású az egységkörön. A lakosok is egyenletesen oszlanak el a termék minőségére vonatkozó preferenciáik szerint. Egy bolt költsége adott fix költség, és az eladott árukhoz kapcsolódó változó költség. Az átlagos változó költség konstans. A lakosoknak csökken a hasznossága, ha nem az ízlésükkel teljesen megegyező minőségű terméket vesznek. Egységnyi minőségkülönbség költsége mindenki számára ugyanannyi. Hány bolt képviseli a társadalmi optimumot?

46. a) $q_M(p) = 240 - 8p$
b) $q_M = 100$, $p = 17,5$, $n = 4$
c) Mivel $\pi = 850 > 0$, nincs egyensúly, belépés lesz.
d) $x_c = \frac{\frac{100}{n}+p'-p}{200}$, ahol p' a szomszédos vállalatok (sörfajták) ára.
e) $q_c(p) = 4(\frac{100}{n} + p' - p)$
f) $\pi'(q_c) = 0$ és $\pi(q_c^*) = 0$ alapján, felhasználva, hogy a vállalatok egyformák (az árak azonosak): $p = 15$, $n = 10$, $q = 40$
g) $n = 5$
h) Ha négy vállalat van a piacon, akkor mindegyik vállalat monopolista, és profitjuk akkor lesz 0, ha $T = 850$.

8. fejezet

Bonyolultabb árképzési eljárások

Az árképzési fejezet tekinthető akár a monopóliumról szóló fejezet folytatásának, mert a legtöbb feladat a monopólium speciális árképzési módszeréhez kapcsolódik. Minden olyan esetben árdiszkriminációról beszélünk, amikor a termelő ugyanazt a terméket több különböző áron kínálja. Árdiszkriminációt azonban nem csak a monopólium alkalmazhat, hanem – legalábbis valamilyen szintig – bármely, piaci hatalommal rendelkező termelő. Leggyakrabban azonban valóban a monopólium tud élni ezzel a számára rendkívül hasznos eszközzel. A szerencsés monopólium árdiszkrimináció esetén jelentősen megnövelheti profitját, az árdiszkrimináció alkalmazhatóságához azonban a keresleti oldalon speciális feltételeknek kell teljesülniük. Az árdiszkrimináció megnöveli a monopólium termelői többletét, amit általában a fogyasztói többlet rovására ér el. Fejezetünkben mind a három alapvető árdiszkriminációs esetre, az első-, a másod- és a harmadfokú árdiszkriminációra is találnak feladatokat. A legtágabb csoport a másodfokú árdiszkrimináció, mert ide nagyon sok különleges árképzési módszer tartozik, és ez az a rész, ahol az érdeklődő olvasó kifejezetten nehéz feladatokat is talál. Az árdiszkrimináción kívül ebben a fejezetben az aukciókhoz kapcsolódóan is készítettünk néhány figyelemfelkeltő, alapesetekre vonatkozó feladatot.

8.1. Tesztkérdések

Árdiszkrimináció

1. Az alábbiak közül mivel magyarázható az árdiszkrimináció?
   a) A vállalatot alapvetően az motiválja az árdiszkriminációban, hogy hírnévre tegyen szert.
   b) Az árdiszkrimináció segítségével a vállalat növelni tudja profitját.
   c) Az árdiszkrimináció a kormányzat eszköze arra, hogy növelje a társadalmi jólétet.
   d) Az árdiszkrimináció segítségével a tökéletesen versenyző vállalat kiszoríthatja versenytársait a piacról.

Elsőfokú árdiszkrimináció

2. Elsőfokú árdiszkrimináció alkalmazása esetén
   a) a határbevételi görbe egybeesik a piaci keresleti görbével;
   b) a határbevételi görbe a piaci keresleti görbe alatt halad;
   c) a határbevételi görbe vízszintes.
   d) Egyes keresleti görbék esetén az a), másoknál a b) válasz a helyes.
3. Elsőfokú árdiszkrimináció esetén
   a) a határbevételi görbének szakadása van;
   b) az ár magasabb a határbevételnél;
   c) a társadalmi jólét maximális.
   d) Mind a három fenti válasz helyes.
4. Elsőfokú árdiszkrimináció esetén
   a) a határbevételi görbe a keresleti görbe alatt halad;
   b) a termelés nem Pareto-hatékony;
   c) mindenki a rezervációs árán vásárolja meg a terméket;
   d) a fogyasztók megszerzik a termelői többlet egy részét is.
5. Tökéletes árdiszkrimináció esetén
   a) nem keletkezik holtteherveszteség;
   b) a fogyasztói többlet nulla;
   c) a határbevételi görbe megegyezik az inverz keresleti görbével.
   d) Mindegyik fenti válasz helyes.
6. Az alábbi állítások közül melyik nem igaz?
   a) A tökéletes árdiszkrimináció Pareto-hatékony piaci egyensúlyt eredményez.
   b) Tökéletes árdiszkrimináció esetén az optimális termelési mennyiség mellett a határbevétel megegyezik a határköltséggel.
   c) Tökéletes árdiszkrimináció esetén a fogyasztók fogyasztói többletet érnek el.
   d) Tökéletes árdiszkrimináció esetén az értékesített mennyiség megegyezik azzal, amit azonos keresleti és költségviszonyok mellett egy tökéletesen versenyző iparág értékesítene.

7. Elsőfokú árdiszkrimináció alkalmazása a monopóliumnak kedvező, mert
   a) ezzel növelheti mind a saját profitját, mind a fogyasztók hasznosságát;
   b) a teljes fogyasztói többletet megszerzi termelői többlet formájában;
   c) a határbevétel magasabb, mint a piaci ár;
   d) a profitmaximumban nem kell, hogy teljesüljön a határbevétel egyenlő határköltség feltétele.

Másodfokú árdiszkrimináció

8. A BKV egyszeri utazásra szóló vonaljegyet és 10 darabos gyűjtőjegyet árul. A vonaljegyből 10 darab nagyjából 15%-kal többe kerül, mint egy csomag gyűjtőjegy. A BKV ebben az esetben
   a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
   b) másodfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
   c) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
   d) kétrészes árképzést alkalmaz.
9. Egy egyetemista érettségire készít fel középiskolásokat. 1500 forintot kér attól, aki naponta egy órát tanul nála, míg napi két órát 2500 forintért ad. Ez az egyetemista
   a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
   b) másodfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
   c) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
   d) kétrészes árképzést alkalmaz.
10. Egy gázszolgáltató minden hónapban egy fogyasztástól független alapdíjat, és a fogyasztással egyenesen arányos összeget számláz ki. Ez a szolgáltató
    a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    b) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    c) kétrészes árképzést alkalmaz;
    d) árugrásos árképzést alkalmaz.
11. Nem tekintjük másodfokú árdiszkriminációnak, ha
    a) a vállalat egy kétrészes árat alkalmaz;
    b) a vállalat két kétrészes árat alkalmaz;
    c) a vállalat azonosítható fogyasztókból álló csoportonként különböző, de a csoporton belül egységes árat alkalmaz;
    d) a vállalat termékének vásárlásakor mennyiségi kedvezményt biztosít.
12. Amennyiben a vállalat egy termék árazásakor két darab kétrészes árat határoz meg, akkor
    a) a vállalatnak előre meg kell tudni határoznia, hogy egy adott fogyasztó melyik fogyasztói csoporthoz tartozik;
    b) a vállalat biztosan rosszabbul jár, mintha harmadfokú árdiszkriminációt alkalmazna;
    c) a vállalat számára érdektelen, hogy az olcsóbb áron vásárló fogyasztók tovább tudják-e értékesíteni a terméket azoknak, akik drágábban is megvennék a terméket;
    d) az egyes fogyasztók csak döntésük révén fedik fel, hogy melyik fogyasztói csoporthoz tartoznak.

13. Kétrészes árképzés esetén
    a) a termelés mennyisége megegyezhet a tökéletes versenyzői mennyiséggel;
    b) a termelés mennyisége mindig kisebb, mint az elsőfokú árdiszkrimináció esetén előállított mennyiség;
    c) biztosan keletkezik holtteherveszteség;
    d) a jólét nem lehet nagyobb, mint tiszta monopólium esetén.
14. A vállalatok részéről a kapcsolt értékesítés célja
    a) az értékesítés hatékonyságának növelése;
    b) az árszabályozás kikerülése a kapcsolt termékek valamelyikének vonatkozásában;
    c) rejtett árengedmények nyújtása a fogyasztóknak.
    d) A fentiek közül bármelyik célja lehet a kapcsolt értékesítésnek.
15. Teljesen egyforma fogyasztók esetén a kétrészes árképzés
    a) a fogyasztókat előnyösebb helyzetbe hozza, mint a sima egyrészes árképzés;
    b) a termelőket előnyösebb helyzetbe hozza, mint a sima egyrészes árképzés;
    c) mind a termelőket, mint a fogyasztókat előnyösebb helyzetbe hozza, mint a sima egyrészes árképzés;
    d) a termelők számára ugyan nem előnyös, de megtámadható piacok esetén rákényszerülnek az alkalmazására.
16. Kevert árukapcsolásról beszélünk a következő esetben:
    a) a fogyasztónak legalább két különböző terméket együtt kínálnak rögzített áron, és a két terméket külön-külön nem árulják;
    b) a fogyasztó vásárolhat két különböző terméket együtt, rögzített áron, vagy dönthet arról, hogy külön-külön megveszi-e a két terméket;
    c) a fogyasztónak különböző áron kínálnak egy terméket, attól függően, hogy egy helyettesítő terméket mennyiért tud a termelő eladni;
    d) a fogyasztónak az adott jellegű termék két különböző márkáját kínálják egyszerre.

Harmadfokú árdiszkrimináció

17. Egy könyvtár a felsőoktatási intézmények hallgatóitól feleakkora tagsági díjat kér, mint más olvasóktól. A könyvtár
    a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    b) másodfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    c) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    d) árukapcsolást alkalmaz.
18. Egy városban a helyi lakosok ingyen parkolhatnak, míg a vidékiek parkolási díjat fizetnek. A városi parkolási társaság
    a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    b) másodfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    c) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    d) árukapcsolást alkalmaz, minden másfajta árdiszkrimináció nélkül.

19. Egy optikai szaküzletben csak látásvizsgálatot követően lehet kontaktlencsét rendelni. A diákok számára ingyenes a látásvizsgálat, ha kontaktlencsét rendelnek, másoknak minden esetben 1000 forintot kell fizetni érte. Az üzlet
    a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    b) másodfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    c) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    d) árukapcsolást alkalmaz.
20. Egy egyetemen a nappali tagozatos hallgatók órái hétköznapokon, a levelezős hallgatók órái szombaton vannak. Az egyetemi büfében a kávé szombaton 20 forinttal drágább, mint hétköznap. A büfé
    a) elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    b) másodfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    c) harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz;
    d) kétrészes árképzést alkalmaz.
21. Egy monopolista harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz. A keresleti függvények és a vállalat költségfüggvénye olyan, hogy ha nem alkalmazna árdiszkriminációt, akkor csak az egyik piacon értékesítené termékét. Ekkor a harmadfokú árdiszkrimináció alkalmazása
    a) mindkét fogyasztói csoport számára hátrányos az egységes ár alkalmazásához képest;
    b) az egységes ár alkalmazásának Pareto-javítása;
    c) az egyik fogyasztói csoport számára előnyös, a másik számára hátrányos az egységes ár alkalmazásához képest;
    d) csökkenti a fogyasztói többletet.
22. Kétpiacos harmadfokú árdiszkrimináció optimális termelési mennyiségére az alábbiak közül a következő összefüggésnek kell fennállnia (q_1 és q_2 az első, illetve a második piacon értékesített mennyiséget jelöli, a teljes bevétel és teljes költség deriváltja minden termelési szinten meghatározható):
    a) $MC(q_1) = MR(q_1 + q_2)$
    b) $MC(q_1) = MR_2(q_2)$
    c) $MR_1(q_1) = MR_2(q_2)$
    d) $MC(q_1) = MC(q_2)$
23. Egy monopólium két piacra termel. Az inverz keresleti függvények $p_1 = 400 - q_1$ és $p_2 = 400 - 2q_2$. A határköltség állandó és kisebb 400-nál. A vállalat harmadfokú árdiszkriminációt alkalmazhat.
    a) A monopólium ugyanolyan árat kér a két piacon.
    b) Az 1. piacon magasabb árat kér, mint a másodikon.
    c) Az 1. piacon alacsonyabb árat kér, mint a másodikon.
    d) Ennyi információ alapján nem lehet választani az előző lehetőségek közül.

24. Egy monopólium két piacra termel. A piaci keresleti függvények $Q_1 = 3600 - 300P_1$ és $Q_2 = 4400 - 220P_2$. A monopólium határköltsége 0. A harmadfokú árdiszkriminációt alkalmazó monopólium a terméket
    a) az 1. piacon 8 forinttal olcsóbban adja, mint a 2. piacon;
    b) a két piacon ugyanolyan áron kínálja;
    c) a 2. piacon 4 forinttal drágábban kínálja, mint az 1. piacon;
    d) az 1. piacon 12 forinttal alacsonyabb áron adja el, mint a 2. piacon;
    e) a 2. piacon 8 forinttal olcsóbban adja, mint az 1. piacon.
25. Kétpiacos harmadfokú árdiszkrimináció esetén mindig azon a piacon magasabb az ár, ahol
    a) a kereslet árrugalmassága abszolút értékben kisebb;
    b) a kereslet árrugalmassága abszolút értékben nagyobb;
    c) nagyobb a fogyasztók létszáma;
    d) kisebb a fogyasztók létszáma.
26. Egy monopólium két piacra termel. A kereslet árrugalmassága mindkét piacon állandó. Az árrugalmasság az 1. piacon -2, a 2. piacon -5. A monopólium harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz. Ha az ár a 2. piacon 10 forint, akkor az 1. piacon
    a) 5;
    b) 10;
    c) 4;
    d) 25;
    e) 16.
27. Egy monopolista két piacon értékesíti termékét. Az 1. piacon 3 forintot, a 2. piacon 5 forintot kér érte. A kereslet árrugalmassága mindkét piacon állandó, az 1. piacon -2, a 2. piacon -3. A monopólium teljes költsége $2q$, ha q mennyiséget termel. Ahhoz, hogy a profitja maximális legyen, a monopolistának
    a) mindkét piacon csökkentenie kell az árat;
    b) mindkét piacon emelnie kell az árat;
    c) az 1. piacon csökkentenie kell az árat, de a 2. piacon nem kell változtatnia az áron;
    d) az 1. piacon csökkentenie kell, a 2. piacon növelnie kell az árat;
    e) az 1. piacon növelnie kell, a 2. piacon csökkentenie kell az árat.
28. Egy mikroökonómiából többször megbukott vezető közgazdászt alkalmazó monopolista (amelyik nem biztos, hogy racionális) két piacon értékesíti termékét. Az 1. piacon 5 forintot, a 2. piacon 8 forintot kér érte. A kereslet árrugalmassága ezen árak mellett az 1. piacon $-2{,}5$, a 2. piacon $-0{,}4$. A vállalat profitja biztosan növekedne, ha
    a) mindkét piacon csökkentené az árat;
    b) mindkét piacon emelné az árat;
    c) a 2. piacon emelné az árat, de az 1. piacon nem változtatna az áron;
    d) az 1. piacon csökkentené, a 2. piacon növelné az árat;
    e) az 1. piacon növelné, a 2. piacon csökkentené az árat.

29. Egy monopolista két piacon értékesíti termékét. A kereslet árrugalmassága mindkét piacon állandó, az 1. piacon -4, a 2. piacon -10. A profitmaximumot biztosító p_1/p_2 árarány
    a) 2/5;
    b) 5/2;
    c) 5/6;
    d) 6/5;
    e) 27/40;
    f) 40/27.
30. Az alábbi állítások közül melyik igaz biztosan harmadfokú árdiszkrimináció esetén?
    a) A fogyasztói többlet nagyobb, mint abban az esetben, ha a monopólium nem lenne képes a harmadfokú árdiszkriminációra.
    b) A fogyasztói többlet kisebb, mint abban az esetben, ha a monopólium nem lenne képes a harmadfokú árdiszkriminációra.
    c) A termelői többlet nagyobb, mint abban az esetben, ha a monopólium nem lenne képes a harmadfokú árdiszkriminációra.
    d) A termelői többlet kisebb, mint abban az esetben, ha a monopólium nem lenne képes a harmadfokú árdiszkriminációra.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
31. Az alábbi állítások közül melyik igaz biztosan harmadfokú árdiszkrimináció esetén?
    a) Minden fogyasztó magasabb árat fizet, mint abban az esetben, ha a vállalat nem lenne képes árdiszkriminációra.
    b) Minden fogyasztó alacsonyabb árat fizet, mint abban az esetben, ha a vállalat nem lenne képes árdiszkriminációra.
    c) A piacon értékesített összmennyiség mindig több, mint abban az esetben, ha a vállalat nem lenne képes árdiszkriminációra.
    d) A piacon értékesített összmennyiség mindig kevesebb, mint abban az esetben, ha a vállalat nem lenne képes árdiszkriminációra.
    e) Egyik előző válasz sem helyes.
32. Az alábbiak közül melyik nem feltétele a harmadfokú árdiszkriminációnak?
    a) Az árdiszkrimináló vállalat piaci erőfölénnyel rendelkezik a piacon.
    b) A fogyasztók nem tudják egymás között újraértékesíteni a terméket.
    c) Az árdiszkrimináló vállalat meg tudja különböztetni a fogyasztókat a csoportba tartozásuk szerint.
    d) A fogyasztók nem ismerik a más fogyasztói csoportok által fizetett árat.
    e) Az előbbiek közül mindegyik feltétele a harmadfokú árdiszkriminációnak.

Átfogó kérdések

33. A monopólium léte biztosan nem eredményez holtteherveszteséget
    a) többrészes árképzés esetén;
    b) harmadfokú árdiszkrimináció esetén;
    c) több termék kapcsolt értékesítése esetén.
    d) A fentiek mindegyike eredményezhet holtteherveszteséget.
34. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?
    a) Elsőfokú árdiszkrimináció esetén a teljes társadalmi többletet a monopólium realizálja.
    b) Másodfokú árdiszkrimináció esetén a teljes társadalmi többletet a monopólium realizálja.
    c) Harmadfokú árdiszkrimináció esetén a teljes társadalmi többletet a monopólium realizálja.
    d) Mindhárom előző válasz igaz.
    e) A monopólium egyik esetben sem tudja a teljes társadalmi többletet realizálni.
35. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?
    a) Az elsőfokú árdiszkrimináció a fogyasztók és a vállalat számára egyaránt előnyös.
    b) A másodfokú árdiszkrimináció a fogyasztók és a vállalat számára egyaránt előnyös.
    c) A harmadfokú árdiszkrimináció a fogyasztók és a vállalat számára minden esetben egyaránt előnyös.
    d) Az elsőfokú árdiszkrimináció a fogyasztók számára sosem lehet előnyös.
    e) A másodfokú árdiszkrimináció a fogyasztók számára sosem lehet előnyös.
36. Egy kétpiacos harmadfokú árdiszkrimináció esetén tekintsük azt az árat, amit árdiszkrimináció nélkül alkalmazna a monopólium, és azt a két árat, amit árdiszkriminációkor alkalmaz az egyes piacokon. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?
    a) Erős piacnak nevezzük azt a piacot, ahol az összevont ár magasabb, mint a diszkrimináció melletti ár, a másik piac pedig a gyenge piac.
    b) Erős piacnak nevezzük azt a piacot, ahol az összevont ár kisebb, mint a diszkrimináció melletti ár, a másik piac pedig a gyenge piac.
    c) Gyenge piacnak nevezzük azt a piacot, ahol árdiszkrimináció nélkül nem tudnának eladni terméket, ilyenkor a másik piacot tekintjük erősnek. Vagyis nem mindig alkalmazható a gyenge és erős piac kifejezés.
    d) Erős piacnak nevezzük azt a piacot, ahol az árdiszkrimináció melletti áron többet adnak el, a másik pedig a gyenge piac.

Aukciók

37. Egy könyvritkaságot angol aukción értékesít az antikvárium. A könyv iránt hárman érdeklődnek. Józsinak 19 500 forintot ér, Tóni rezervációs ára 26 300 forint, Zoli legfeljebb 29 400 forintot lenne hajlandó fizetni érte. A könyvet
    a) Tóni veszi meg körülbelül 19 500 forintért;
    b) Tóni veszi meg körülbelül 26 300 forintért;
    c) Zoli veszi meg körülbelül 26 300 forintért;
    d) Zoli veszi meg körülbelül 29 400 forintért;
    e) Tóni vagy Zoli is megveheti, körülbelül 26 300 forintért.
38. Egy festményt angol aukción értékesít a galéria. A kép iránt négyen érdeklődnek. Henriknek 963 000 forintot ér, Bernát rezervációs ára 526 000 forint, Vilmos rezervációs ára 732 000, Richárd legfeljebb 874 000 forintot lenne hajlandó fizetni érte. A kikiáltási ár 400 000 forint, és a tétet csak 10 000 forintonként lehet emelni. A képet
    a) Henrik veszi meg 960 000 forintért;
    b) Henrik veszi meg 880 000 forintért;
    c) Henrik veszi meg 874 000 forintért;
    d) Richárd veszi meg 870 000 forintért;
    e) Henrik vagy Richárd veszi meg 870 000 forintért
39. A másodáras zárt borítékolású, egyéni értékelésű aukcióban
    a) a tárgyat legtöbbre értékelő fogyasztónak érdemes megbecsülnie a második legmagasabb árat, és ezt borítékolnia;
    b) minden fogyasztónak érdemes tényleges értékítéletét borítékolnia;
    c) csak a tárgyat legtöbbre értékelő fogyasztónak érdemes tényleges értékítéletét borítékolnia;
    d) az aukció szervezője átlagosan magasabb eladási árra számíthat, mintha holland aukciót szervezett volna.
40. Egy zárt licites Vickrey-aukcióban hárman licitálnak. A három licitáló értékelése rendre 1100, 1000 és 900. Egy ilyen aukción az árverést képező tárgy az alábbi áron cserél gazdát:
    a) 900;
    b) biztosan magasabb, mint 900, de lehet kisebb 1000-nél;
    c) 1000.
    d) Ennyi információból nem tudjuk eldönteti.
41. Melyik igaz az alábbi, aukciókra vonatkozó állítások közül?
    a) Egyéni értékelésű angol aukcióban tipikus a győztes átkának veszélyhelyzete.
    b) Közös értékelésű aukcióban a licitálókat sose fenyegeti a győztes átka.
    c) Az egyéni értékelésű aukciók esetén az első és a másodáras aukció stratégiailag ekvivalens.
    d) Egyéni értékelésű aukciók esetén a licit tervezője nagyjából azonos bevételre számíthat, akár angol aukciót, akár másodáras zárt borítékolású aukciót szervez.

42. Melyik igaz az alábbi, aukciókra vonatkozó állítások közül?
    a) Egyéni értékelésű és közös értékelésű angol aukcióban a licit tervezője nagyjából azonos bevételre számíthat, ha a közös értékelésű aukció tárgyának tényleges értéke megegyezik az egyéni értékelésű aukció második legtöbbet licitáló játékosának licitjével.
    b) Közös értékelésű aukcióban a licitálókat sose fenyegeti a győztes átka.
    c) Az egyéni értékelésű aukciók esetén az elsőáras zárt borítékolású és a másodáras zárt borítékolású aukció stratégiailag ekvivalens.
    d) Az egyéni értékelésű aukciók esetén az elsőáras zárt borítékolású és a holland aukció stratégiailag ekvivalens.

43. A győztes átka
    a) egyéni értékelésű elsőáras zárt borítékolású aukcióban csak akkor nem fenyeget, ha tényleges értékítéletünk felével licitálunk;
    b) következtében a közös értékelésű elsőáras zárt borítékolású aukcióban nem érdemes a tényleges értékítéletünkkel licitálni, mert így sokat veszíthetünk;
    c) következtében az egyéni értékelésű másodáras zárt borítékolású aukcióban nem érdemes a tényleges értékítéletünkkel licitálni, mert így sokat veszíthetünk;
    d) következtében semmilyen zárt borítékolású aukcióban nem érdemes a tényleges értékítéletünkkel licitálni, mert így sokat veszíthetünk.

44. A nem teljesen közös értékelésű aukcióban
    a) a győztes átkának veszélye nagyobb, mint a közös értékelésű aukcióban;
    b) részünkre az aukció tárgyának értéke még akkor sem teljesen objektív, ha pontosan ismerjük tulajdonságait;
    c) általában relatíve olcsóbban tud hozzájutni az aukció tárgyához az, akinek már vannak tapasztalatai a tárgy használatáról, illetve üzemeltetéséről.
    d) Mindegyik előző állítás helyes.

45. Elárvereznek egy 1995-ös évjáratú „Egri bikavér”-t. Az aukcióban olyan ínyencek vesznek részt, akik saját maguk akarják elfogyasztani a bort.
    a) Ez lényegében egyéni értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
    b) Ez lényegében közös értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
    c) Ez lényegében majdnem közös értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
    d) A licitálási szabályoktól függ, hogy az aukció egyéni értékelésű, közös értékelésű, vagy majdnem közös értékelésű.

46. Elárvereznek egy 1995-ös évjáratú „Egri bikavér”-t. Az aukcióban csak kereskedők vesznek részt, akik majd továbbértékesítik a bort. Mindnyájuknak azonos szakmai tapasztalatuk és azonos piaci erejük van.
    a) Ez lényegében egyéni értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
    b) Ez lényegében közös értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a

licitálási szabályokat.
c) Ez lényegében majdnem közös értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
d) A licitálási szabályoktól függ, hogy az aukció egyéni értékelésű, közös értékelésű, vagy majdnem közös értékelésű.

47. Elárvereznek egy 1995-ös évjáratú „Egri bikavér"-t. Az aukcióban csak kereskedők vesznek részt, akik majd továbbértékesítik a bort. Bár mindegyiküknek azonos a szakmai tapasztalatuk, de különböző piaci hatalommal rendelkeznek.
a) Ez lényegében egyéni értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
b) Ez lényegében közös értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
c) Ez lényegében majdnem közös értékelésű aukció, bárhogy is határozzák meg a licitálási szabályokat.
d) A licitálási szabályoktól függ, hogy az aukció egyéni értékelésű, közös értékelésű, vagy majdnem közös értékelésű.

48. Horváthék hamarosan gyermekáldás elé néznek, ezért nagyobbra kívánják cserélni lakásukat. Ehhez azonban el kell adni büszkeségüket, a falon lógó Rippl-Rónai festményt. Egy aukciós házra bízzák a feladatot, ahol megkérdezik tőlük, hogy melyik aukciótípus megszervezését kívánják. Mindenképpen nagyon sok résztvevőre számítanak, akik a továbbiakban a saját lakásuk falán szeretnének a festményben gyönyörködni. Mit választanak Horváthék (mindketten jól tájékozott elméleti közgazdászok)?
a) A Vickrey-aukciót (azaz a másodáras zárt borítékolású aukciót).
b) Az angol aukciót.
c) Az elsőáras zárt borítékolású aukciót.
d) A holland aukciót.
e) Mindegy, mert jelzett körülmények közt a várható bevétel a fenti négy aukcióban azonos.

8.2. Számítási feladatok

Elsőfokú árdiszkrimináció

1. Brúnó elhatározta, hogy a nyáron esküvői autóként adja bérbe falujában a különleges veterán jaguárját, melyet a gazdag amerikai nagybácsijától örökölt. A faluban nyolc esküvőt terveznek a nyárra, de Brúnó autója iránt csak hat család érdeklődik, akiknek autóbérlésre vonatkozó rezervációs árai a következők:

Család	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Rezervációs ár (Ft)	10 000	8000	6000	5000	4000	3000

Az autó bérbeadása alkalmanként 3500 Ft költséget jelent Brúnónak.
a) Hány családnak fogja bérbe adni Brúnó az autóját és milyen áron, ha

nem tudja, hogy melyik család milyen rezervációs árral rendelkezik, csak a fenti táblázatot ismeri (de nem tudja melyik az 1., 2. stb. család) és ezért mindenkinek egységes árat határoz meg? Mekkora lesz Brúnó profitja? Mekkora lesz ebben az esetben az esküvőre készülő családok által együttesen realizált fogyasztói többlet?

b) Hány családnak adja bérbe az autóját, és milyen áron, ha képes elsőfokú árdiszkriminációra? Mekkora profitot ér el ekkor Brúnó, és mekkora lesz az együttes fogyasztói többlet?

2. Egy monopólium termékét három (egyenként 500 tagú) fogyasztói csoport vásárolja, akiknek rezervációs árai a csoporton belül megegyeznek. Mindenki maximum egy darab terméket vásárol. Az első csoport tagjai maximum 10 000 Ft-ot, a harmadik csoport tagjai maximum 5000 Ft-ot hajlandóak fizetni a termékért. A termék előállításának határköltsége $MC = 2000$. Mekkora a második csoport tagjainak rezervációs ára, amennyiben a monopólium tökéletes árdiszkrimináció megvalósítása mellett 7 500 000 Ft termelői többletet ér el?

3. Egy monopólium a piacán a következő inverz piaci keresleti görbével szembesül: $p(Q) = 200 - 0{,}5Q$. Határköltsége konstans, $MC = 40$, a termelésnek fix költsége nincs.

a) Mekkora a monopólium által elérhető maximális profit, ha nem képes árdiszkriminációra?

b) Mekkora lenne a társadalmilag optimális ár, illetve termelési mennyiség? Mekkora a társadalmi jólét maximális értéke?

c) Tegyük fel, hogy a monopolista elsőfokú árdiszkriminációt tud megvalósítani, azaz minden egyes terméket képes eladni azon az áron, amit a fogyasztók maximálisan hajlandóak kifizetni érte. Mekkora lesz ebben az esetben a monopólium profitja, illetve a fogyasztói többlet? Pareto-hatékony-e az így kapott egyensúly?

4. Egy piacon, melyen monopólium tevékenykedik, a keresleti függvény $Q(p) = 300 - 0{,}5p$ alakú. A vállalat költségfüggvénye $TC(Q) = Q^2 + 50$.
   a) Mekkora mennyiséget és milyen áron értékesít a monopólium, ha nem képes árdiszkriminációra? Mekkora a fogyasztói-, illetve a termelői többlet?
   b) Mennyivel változik a fogyasztói többlet, a termelői többlet, valamint a társadalmi jólét nagysága, ha a monopólium elsőfokú árdiszkriminációt tud megvalósítani?
5. Egy monopólium a termékét konstans $AC = 5000$ Ft-os átlagköltség mellett termeli. A vállalat szakértőinek becslése szerint a termék iránti keresleti függvény: $Q(p) = 30\ 000 - p$, az egyes fogyasztók rezervációs árairól azonban semmilyen információval nem rendelkeznek. Egy piackutató cég megkeresi a vállalatot és felajánlja neki, hogy megszerzi a rezervációs árakra vonatkozó információkat, melynek birtokában a monopólium tökéletes árdiszkriminációt tud megvalósítani. Maximum mennyit hajlandó a monopólium fizetni ezért a felmérésért a piackutató cégnek?
6. Egy monopólium elemzőjének becslése szerint a termékük iránti inverz keresleti görbe $p = 5000 - Q$ alakú, ez azonban csak akkor igaz, ha az értékesített mennyiség kevesebb, mint 2000 db. $Q = 2000$-et már nem tud eladni a fenti keresleti görbének megfelelő áron (ennél kevesebbet még igen), hanem csak $p = 2500$-as áron. Ennél alacsonyabb árak mellett az inverz keresleti görbe a becslések szerint egy $-0{,}5$ meredekségű egyenessel írható le. Mekkora az elsőfokú árdiszkriminációra képes profitmaximalizáló monopólium által realizált termelői többlet a becsült kereslet mellett, amennyiben a termelés határköltsége konstans, $MC = 1000$?
7. Egy monopólium terméke iránti piaci kereslet: $Q(p) = \frac{10\ 000}{p^2}$, a monopólium költségfüggvénye: $TC(Q) = 20Q + 50$. Mekkora a profitmaximalizáló monopólium által elért profit, amennyiben tökéletes árdiszkriminációt képes megvalósítani?

Másodfokú árdiszkrimináció

8. Teri néni városszerte híres zserbójának sütésével és értékesítésével tesz szert nyugdíj-kiegészítésre. A zserbót megvásárló hölgyek két csoportba sorolhatók: a lusta háziasszonyok és az elfoglalt vállalati alkalmazottak csoportjába. Egy háziasszony keresleti függvénye $Q_H(p) = 120 - p$, egy alkalmazotté $Q_A = 150 - p$, ahol Q_H, illetve Q_A az eladott zserbó mennyiségét jelöli (dkg-ban). Tudjuk, hogy Teri néni számára a zserbósütés határköltsége nulla (kamrája tele van a hozzávalókkal), valamint sem a háziasszonyoknak, sem az alkalmazottaknak nincs lehetősége a zserbó egymás közti újraeladására.
   a) Milyen ár–mennyiség csomagot kínál Teri néni az egyes csoport tagjainak (hány szelet zserbót árul egy csomagban és milyen áron), ha azonosítani tudja, hogy a vásárlói melyik csoporthoz tartoznak? Mekkora fogyasztói többletet érnek el ekkor az egyes csoportok?

b) Tegyük fel, hogy Teri néni nem ismeri a vásárlóit, így nem tudja azonosítani, hogy vásárlói közül kik a háziasszonyok és kik az alkalmazottak. Ekkor két különböző csomagot ajánl a vásárlóinak, rájuk bízva, hogy a számukra optimálist válasszák. Tegyük fel, hogy az egyik csomag 120, a másik 150 dkg zserbót tartalmaz. Mi az a legmagasabb ár, amennyiért a háziasszonyok megvásárolják a 120 dkg-os csomagot? Mekkora nettó fogyasztói többletet realizálnának az alkalmazottak, ha ők is ezt a csomagot választanák? Ha a 120 dkg-os csomagot az előbb meghatározott áron értékesíti, akkor maximum mennyit kérhet Teri néni a 150 dkg-os dobozért?

c) Ha Teri néni két ár–mennyiség csomag segítségével maximalizálni szeretné a zserbóértékesítésből származó profitját, akkor milyen csomagokat milyen áron érdemes a vevőinek ajánlania, amennyiben mindkét csoportnak ugyanannyi tagja van? Mekkora fogyasztói többletet érnek el az egyes csoportok tagjai?

9. Egy monopólium termékének kétféle típusú vásárlója van: 20 alacsony fizetési hajlandóságú fogyasztó, akiknek egyéni inverz kereslete: $p = 400 - Q_A$; és N számú magas fizetési hajlandóságú fogyasztó, akiknek egyéni inverz kereslete: $p = 500 - Q_M$. Tegyük fel, hogy a monopólium ismeri ezeket az inverz keresleti függvényeket, de nem tudja megkülönböztetni a két fogyasztói típust, ezért két különböző csomagot ajánl a fogyasztóinak, melyek rögzített áron rögzített mennyiséget tartalmaznak. Tegyük fel, hogy a monopólium a bevételét maximalizálja!

a) Határozzuk meg, hogy az alacsony fizetési hajlandóságú csoportnak szánt csomag hány darab terméket tartalmaz és mennyibe kerül a magas fizetési hajlandóságú fogyasztók számának függvényében!

b) Határozzuk meg a monopólium által értékesített két csomag árát, illetve a tartalmazott termékek számát, ha 30 magas fizetési hajlandóságú fogyasztó van!

c) Legalább hány magas fizetési hajlandóságú fogyasztónak kell lennie ahhoz, hogy a monopóliumnak optimális esetben ne érje meg kiszolgálnia az alacsony fizetési hajlandóságú csoportot?

10. Egy légitársaság az utazás előtt szeretné értékesíteni két megmaradt ülőhelyét, egyet az elsőosztályon, egyet a turistaosztályon. Két utas jelentkezik a két helyre, az egyikük üzletember, a másikuk turista, azt azonban a légitársaság nem tudja megállapítani, hogy melyikük melyik. A két utas két helyre vonatkozó rezervációs árai (Ft-ban):

	Első osztály	*Turista osztály*
Üzletember	200 000	80 000
Turista	100 000	50 000

a) Írjuk fel, hogy milyen feltételeknek kell teljesülniük ahhoz, hogy mindkét utas megvegye a jegyet, és mindkettő a neki szánt jegyet válassza!

b) Milyen áron fogja kínálni a légitársaság az egyes helyeket?

11. Egy monopólium termékének két fogyasztója van, akiknek bruttó fogyasztói többlete (fizetési hajlandósága) q_A illetve q_B fogyasztott mennyiség esetén (melyek tört értékek is lehetnek) az alábbi: $U_A = 20 + 10q_A - q_A^2$, illetve $U_B = 20+10q_B-2q_B^2$. Tegyük fel, hogy a monopóliumnak nincsenek költségei.
    a) Mekkora fogyasztott mennyiségek maximalizálják a két fogyasztó által realizált bruttó fogyasztói többletet?
    b) Tegyük fel, hogy a monopólium nem tudja megkülönböztetni a két fogyasztót, ezért két különböző csomagot ajánl fel adott áron, és rájuk bízza a választást. Határozzuk meg a két ár–mennyiség-ajánlat monopólium számára optimális értékét!
12. Egy vidéki 3D-s mozinak háromféle vendége van, egyenlő arányban. Az X típusú vendégek 300 Ft-ot hajlandóak fizetni egy adag popcornért és 400 Ft-ot egy üdítőért. Az Y típusú vendégek 200 Ft-ot hajlandóak fizetni a popcornért, és 200 Ft-ot egy üdítőért. A Z típusú vendégek csak 100 Ft-ot hajlandóak fizetni egy adag popcornért, és 400 Ft-ot egy üdítőért. A mozijegyért az X típus 800 Ft-ot, az Y és Z típus 900 Ft-ot hajlandó fizetni. A mozinak 100 Ft-ba kerül egy adag popcorn, 200 Ft-ba egy üdítő, és jegyenként átlagosan 400 Ft-ba egy 3D-hez szükséges szemüveg előadásonkénti karbantartása. A mozijegyhez kapcsolódóan más változó költség nincs. A mozi vezetője nem tudja megállapítani, hogy egy vendég milyen típusú, azt azonban igen, hogy a három típus egyenlő arányban fordul elő. Optimális esetben a moziban külön-külön értékesítik a jegyet, a popcornt, illetve az üdítőt, vagy pedig együttesen, menüben?
13. Paszkál professzor informatikus, aki szabadidejében magánórákat tart: egyszerre csak egy diákot fogad. Kétféle órában gondolkodik: elméleti, illetve gyakorlati órában. Három érdeklődő diákjának az órákra vonatkozó rezervációs árait (Ft-ban) az alábbi táblázat mutatja:

	Elmélet	*Gyakorlat*	*Elmélet+gyakorlat*
András	1000	6000	7000
Balázs	4000	4000	8000
Csaba	6000	1000	7000

    A professzornak minden egyes megtartott óra után 500 Ft terembérleti díjat kell fizetni. Egy héten mindenki maximum egy elméleti, és egy gyakorlati órán vesz részt. A professzor ugyan ismeri diákjai rezervációs árát, de a tanári kódex alapján az adott típusú óráért minden diákjától azonos árat kér, és az „elmélet+gyakorlat” csomagot is mindhárom diákjának azonos összegért kínálja.
    a) Mekkora profitot ér el hetente a professzor, ha külön elméleti és külön gyakorlati órára jelentkezhetnek a diákok?
    b) Mekkora profitot ér el hetente a professzor, ha az elméleti és a gyakorlati órákon csak együttesen vehetnek részt a diákok?
    c) Mekkora profitot ér el hetente a professzor, ha külön-külön, illetve együttesen is lehetséges az órákra jelentkezni?
    d) Melyik esetben jár legjobban a professzor?

14. Egy kereskedő kétféle terméket értékesít (A, B) kétféle fogyasztói csoportnak (1,2). Minden fogyasztó mindkét termékből maximum egy darabot vásárol. Az értékesítésnek nincs költsége. A rezervációs áraikat (Ft-ban) a következő táblázat mutatja:

	1. típus	*2. típus*
A termék	1000	1200
B termék	2000	1500
A+B csomag	3000	2700

   a) Külön-külön vagy együtt érdemes árulni a két terméket, és milyen árat érdemes kérni, ha mindkét típusú fogyasztóból 10 keresi fel a kereskedőt?
   b) Legalább hány 1-es típusú fogyasztónak kellene lennie ahhoz (változatlan számú 2-es típusú fogyasztó mellett), hogy külön legyen érdemes értékesíteni?

15. Egy kereskedő kétféle terméket értékesít, A-t, illetve B-t. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy az értékesítésnek nincsenek költségei. A kereskedő ismeri a vevők rezervációs árainak eloszlását (ezt mutatja az alábbi táblázat), azt azonban nem tudja, hogy az üzletbe belépő adott vevőnek mi a rezervációs ára. Hogy érdemes árulni a két terméket, külön-külön, vagy csomagban?

		B	
		5000 Ft	9000 Ft
A	3000 Ft	0,3	0,1
	4000 Ft	0,1	0,5

16. Egy kábeltévé-szolgáltató két új programcsomagot ajánl a már meglevő előfizetőinek, meglevő csatornáinak válogatásából: sportcsatornákat tartalmazó csomagot, illetve ismeretterjesztő csatornákat tartalmazó csomagot. Az előfizetőinek két típusa van (a kétféle típusba tartozó fogyasztók száma egyenlő), akiknek rezervációs árait (Ft/hó) mutatja az alábbi táblázat:

	Sport	*Ismeretterjesztő*
1. típus	1100	a
2. típus	800	1300

   Tudjuk, hogy ha egy fogyasztónak egy már meglevő, de általa eddig nem előfizetett csatornát is sugározni kezdenek, az a kábeltévé társaság számára zérus határköltséggel jár. Az a paraméter milyen értékei mellett érdemes együtt értékesíteni a két csomagot?

17. Egy monopólium, ami a termékét konstans $MC = c$ határköltség mellett termeli, a következő piaci keresleti függvénnyel szembesül:
$Q(p) = 250 - 0{,}5p$. A vállalat ismeri ezt a keresleti függvényt, és azt is tudja, hogy a fogyasztók egyéni keresletei azonosak. Amennyiben a monopólium nem lenne képes árdiszkriminálni, $Q = 100$-at termelne. Mekkora fix díjat szed be optimális esetben együttesen a fogyasztóitól, amennyiben kétrészes árat szab?

18. Egy fitneszterem kétféle lehetőséget kínál a látogatóinak: vagy alkalmanként fizetnek egy bizonyos összeget vagy pedig 12 000 Ft havidíjat befizetve korlátlan alkalommal jöhetnek edzeni. Mekkora díjat szedjenek alkalmanként, ha azt szeretnék elérni, hogy csak annak érje meg bérletet venni, aki legalább 10-szer jár havonta?
19. A „Botlábúak FC" focicsapat vezérigazgatója úgy döntött, hogy a következő évi hazai meccsekre három különböző kombinációban lehet jegyeket vásárolni:
    1. 5000 Ft fix díj + meccsenként 600 Ft
    2. 8000 Ft fix díj + meccsenként 100 Ft
    3. 9000 Ft fix díj mellett bármennyi meccset látogathat.

    Hány meccsre látogatnak el a különböző csomagokat választó szurkolók?
20. Egy luxuskivitelű golfpályát kétféle csoport tagjai látogatnak: milliomosok és milliárdosok. A milliomosok golfjátszmák iránti együttes keresleti függvénye $Q(p) = 400 - 2p$, a milliárdosoké $Q(p) = 500 - 2p$. Az egyes csoportokon belül mindenki egyéni keresleti függvénye azonos, és mindkét csoportból ugyanannyian látogatják a golfpályát. A golfpálya üzemeltetésének határköltsége játszmánként 50 Ft. Mekkora F fix díjat szed be a golfpálya tulajdonosa a milliomosoktól, illetve a milliárdosoktól, és mekkora p árat kér az egyes golfjátszmákért, ha a két csoportnak azonos kétrészes árat kénytelen meghatározni?
21. Tegyük fel, hogy az előző feladatban szereplő golfpályát felújították, így az egyes csoportok kereslete, valamint az üzemeltetés határköltsége is megnőtt. A milliomosok golfjátszmák iránti keresleti függvénye $Q(p) = 1000 - 2p$, a milliárdosoké $Q(p) = 2000 - 2p$. A golfpálya üzemeltetésének határköltsége játszmánként 100 Ft-ra változott. Mi lesz ebben az esetben az optimális egyetlen kétrészes ár?
22. Egy piacon, ahol egy monopólium értékesít, két különböző fogyasztói csoport van, melyek reprezentatív fogyasztóinak kereslete a következő: $Q_1 = 10 - 2p$ és $Q_2 = 10 - p$. Tegyük fel, hogy a monopólium határköltsége 2, valamint, hogy a fogyasztók α hányada 1. típusú, $1 - \alpha$ hányada 2. típusú.
    a) Határozzuk meg az optimális kétrészes árat α függvényében, amennyiben mindkét típus tagjai megvásárolják a terméket!
    b) Határozzuk meg az optimális kétrészes árat α függvényében, amennyiben csak a 2. típusú (magas keresletű) fogyasztók vásárolják a terméket!
    c) Melyik esetben jár jobban a monopólium, ha $\alpha = 0{,}5$ vagy ha $\alpha = 0{,}75$?
23. Egy monopólium egy bizonyos terméket kétfajta minőségben tud előállítani. A kérdéses termékből az egyes fogyasztók csak az egyik minőségben és legfeljebb egyet vesznek. A minőséget q-val jelölve $q = 1$ vagy $q = 5$. Két típusú fogyasztó van. Az első típusú fogyasztó hasznossága, ha q minőséget vásárol p áron: $U_1 = 2q - p$, a második típusú fogyasztó hasznossága pedig

$U_2 = q - p$. A monopólium változó költsége a két lehetséges minőségű termékválfaj egy-egy egységének előállításakor $c_{q=1} = 0{,}9$ és $c_{q=5} = 2{,}5$. A termelés fix költsége nem függ se a minőségtől, se az előállított termékek számától.

a) Mi az a legmagasabb ár, amit még elkérhet a monopólium a két termékminőségre vonatkozóan úgy, hogy az első típusú fogyasztók éppen megveszik a magasabb minőségű terméket, ugyanakkor a második típusúak az alacsonyabb minőségűt vásárolják?

b) Mi az a legmagasabb ár, amennyiért mindkét csoport még éppen megveszi a magasabb minőségű terméket? (Feltéve, hogy a rosszabb minőségű termék ára az a)-ban meghatározott érték.)

c) A vásárlók legfeljebb mekkora hányada tartozhat a második típusba, ha a monopóliumnak még megéri különböző áron adni a két termékminőséget, és nem a b)-ben meghatározott áron csak a magasabb minőségűt kínálja?

24. A harmadik évezred eleji gazdasági válság idején a Streamspeed Autógyár eladásai is jelentősen visszaestek. Korábban a Streamspeed autókat három különböző minőségben gyártották, de a válság idején a harmadik, legjobb minőség vásárlása a korábbi áron nullára csökkent. Viszont valamelyest megnőtt a középső kategória eladása, és az alsó kategória adatai csak enyhe visszaesést mutattak. Korábban az egyes kategóriák keresleti összefüggése a következőképpen alakult (az egységárat 100 ezer Ft-ban, a mennyiséget 10 ezer darabban adva meg): alsó kategória: $Q = 20 - 2p$; középső kategória: $Q = 15 - p$; felső kategória: $Q = 10 - 0{,}5p$. Mindegyik típus előállításának határköltsége konstans, a felső kategóriáé épp 1-gyel több a középsőénél, a középsőé pedig kétszerese az alsóénak, és a válság idején se módosultak a költségek. Ha akármilyen kicsivel csökkenne a harmadik (felső) kategória termelésének konstans határköltsége, akkor harmadik kategóriájú autót is sikerülne eladniuk (legalább elvileg, ha a történtékű autót is értelmezzük). Az egyes kategóriák kereslete a következőképp változott: alsó kategória: $Q = 18 - 2p$; középső kategória: $Q = 15{,}9 - p$; felső kategória: $Q = 7{,}5 - 0{,}5p$. Milyen egységáron érdemes az egyes Streamspeed-márkákat kínálni?

Harmadfokú árdiszkrimináció

25. Egy monopólium két piacon adja el a termékét. A piaci inverz keresleti függvények: $p_1 = 100 - 2q_1$ és $p_2 = 130 - q_2$. A vállalat határköltsége 20, állandó költsége nincs.

a) Tételezzük fel, hogy a két piacon ugyanakkora árat kér a termékért. Hány egységet, és milyen áron ad el ekkor az egyes piacokon? Mekkora a vállalat profitja, és mekkora a fogyasztói többlet a két piacon?

b) Hány egységet és milyen áron ad el a vállalat az egyes piacokon, ha harmadfokú árdiszkriminációt alkalmazhat? Mekkora a vállalat profitja, és mekkora a fogyasztói többlet a két piacon?

c) Melyik piac vevőinek kedvezőbb a harmadfokú árdiszkrimináció az egységes árak alkalmazásánál? Melyik piac vevőinek és miért kedvezőtlenebb a harmadfokú árdiszkrimináció? Jobban jár-e a monopólium az árdiszkriminációval?

26. A Természettudományi Múzeum dinoszaurusztojás-kiállítást nyit. Egy átlagos hétvégén a diákigazolvánnyal nem rendelkező potenciális múzeumlátogatók keresleti függvénye $q_1 = 400 - 0{,}1p_1$, a diákok keresleti függvénye $q_2 = 100 - 0{,}2p_2$. A sok interaktív eszköz miatt a múzeumnak minden egyes látogató kapcsán 400 Ft költsége merül fel. A kiállítás állandó költségeit pályázati pénzből fedezik, a Múzeum számára így összességében zérus az állandó költség.
   a) Milyen belépődíjat szed a múzeum, ha egységes árakat alkalmaz? Egy hétvégén hány diák és hány diákigazolvánnyal nem rendelkező látogató tekinti meg a kiállítást?
   b) Milyen árakat alkalmaz a múzeum, ha lehetősége van más árat kérni a diákoktól és a diákigazolvánnyal nem rendelkező látogatóktól? Hányan tekintik meg ekkor a kiállítást egy hétvégén?
   c) Kiknek kedvezőbb, ha a múzeum árdiszkriminációt alkalmaz? Hátrányosan érinti-e ez valamelyik fogyasztói csoportot? Miért?

27. Hasonlítsa össze az előző két feladat c) kérdésére adott válaszait! Mi okozza a különbséget?

28. Somogy megyében csak a Frissítő Kortyok Kft. kínál jégkását. Az árusító automatákat a Balaton partján és a tótól távol eső városokban üzemelteti. A tapasztalatok szerint a piaci inverz kereslet a megyének a parttól távol eső részein $p_1 = 100 - q_1$, a tó partjához közeli területeken $p_2 = 200 - q_2$ (az árat forintban, a mennyiséget ezer darabban számolva). A kft. számára minden egyes adag jégkása előállítása 10 Ft költséggel jár. Az automaták üzemeltetése nem jár más változó költséggel.
   a) Milyen áron ad egy adag jégkását a vállalat, ha minden automatánál ugyanazt az árat kéri? Mennyit ad el ekkor a part közelében, és mennyit ad el a parttól távoli helyeken?
   b) Milyen árat kér egy adag jégkásáért a cég, ha módjában áll a part mentén és a parttól távoli helyeken különböző árat megállapítani? Mennyit ad el ekkor a két területen?
   c) Vizsgáljuk meg, hogy az egyes fogyasztói csoportok számára a kétféle árképzés közül melyik kedvezőbb!

29. Oldjuk meg az előző feladatot azzal a módosítással, hogy egy adag jégkása előállítása 40 Ft változó költséggel jár! Változik-e a c) kérdésre adott válasz? Miért?

30. A Balaton partján csak a Balaton Kft. kínál sétahajózást. A szolgáltatást a déli és az északi parton üdülő turisták veszik igénybe. A déli parton a turisták inverz keresleti függvénye: $p_d = 10\,000 - 2{,}5q_d$, az északi parton pedig $p_{é} = 16\,000 - 5q_{é}$. A cég egy turistára jutó átlagos változó költsége

300 forint, míg az állandó költsége 2 000 000 forint. A kft-nek lehetősége van arra, hogy az északi parton és a déli parton más árat szabjon meg.

a) Hány hajózást és milyen áron ad el a cég az északi, illetve a déli parton nyaralóknak?
b) Mekkora a vállalat profitja?

31. A Journal of Science tudományos folyóirat iránti éves keresletet a $q_1 = 11\,000 - 100p_1$ egyenlet írja le a fejlett országokban és a $q_2 = 45\,000 - 150p_2$ egyenlet a fejlődő országokban (az árakat dollárban, a mennyiséget példányszámban mérve). A folyóirat kiadása a példányszámtól függetlenül évi 260 000 dollár költséggel jár, ezen felül a kiadás példányonkénti határköltsége $MC = 10$. Ha nem adják ki a folyóiratot, akkor semmilyen költség nem merül fel.

a) Hány példányt adnak el a folyóiratból a fejlett, illetve a fejlődő országokban és milyen áron, ha a folyóiratot a világ bármely országában ugyanazon az áron lehet megrendelni?
b) Milyen árat kér a kiadó a folyóiratért a két országcsoportban, ha lehetősége van különböző árakat megállapítani? Mekkora a kiadó profitja?

32. Hogyan változik az előző feladat megoldása, ha a folyóirat kiadásának költsége 300 000 dollárra nő?

33. A Kerti Sivatag Kft. a műanyag homokozók kizárólagos importőre. A homokozókat kizárólag a webáruházában lehet megrendelni. A cég egy homokozót 10 000 forintért importál. A homokozók házhoz szállítására a Lótifuti Bt. futárszolgálattal kötött szerződést. A futárszolgálat 1000 forintot kér a Kerti Sivatag Kft-től egy cikk budapesti címre történő kiszállításáért, és 5000 forintért szállít egy homokozót vidékre. A Kerti Sivatag Kft. homokozói iránti kereslet Budapesten $Q_B = 400\,000 - 10P_B$, vidéken $Q_V = 200\,000 - 5P_V$, ahol P_B és P_V azt a teljes összeget jelöli, amit egy budapesti, illetve vidéki vevőnek ki kell fizetnie, ha egy műanyag homokozóhoz szeretne jutni. Vagyis a fenti ár a Kerti Sivatag Kft. és a Lótifuti Bt. díjazását is tartalmazza.

a) Milyen áron kínálja a cég a homokozókat? Mennyit ad el budapesti és mennyit vidéki vásárlóinak?
b) Mekkora a vállalat profitja és a két fogyasztói csoport fogyasztói többlete?

34. Az előző feladatbeli Kerti Sivatag Kft. költségei és a terméke iránti kereslet nem változott, de a cég módosította a webáruház vásárlási feltételeit. Ezentúl csak vidéki címre történő szállítás esetén számít fel díjat a házhozszállításért, a budapesti vásárlónak csak a homokozó vételárát kell kifizetnie.

a) Milyen árat számít fel a vállalat egy homokozóért? Mekkora lesz a házhozszállítás díja a vidéki vásárlók számára?
b) Mekkora a vállalat profitja és a két fogyasztói csoport fogyasztói többlete?

35. Az előző két feladatban szereplő Kerti Sivatag Kft. újra módosította a webáruház vásárlási feltételeit, habár a keresleti- és költségviszonyai nem változtak. Ezentúl a házhozszállítás minden vásárló számára ingyenes.
    a) Mekkora most egy homokozó vételára?
    b) Mekkora a vállalat profitja és a két fogyasztói csoport fogyasztói többlete?
36. Vizsgáljuk meg, hogy az előző három feladatban vizsgált három árképzés közül melyik a legkedvezőbb a vállalat, illetve az egyes fogyasztói csoportok számára!
37. Egy monopol vállalat két különböző piacon értékesíti termékét. Lehetősége van harmadfokú árdiszkrimináció alkalmazására, amit meg is tesz. Az első piacon a keresleti függvény: $q_1 = 25 - 0{,}5p_1$, a másodikon pedig: $q_2 = 60 - p_2$. A monopólium költségfüggvénye: $c(Q) = 4 + 20Q + Q^2$. Milyen egységáron, és mennyit ad el a monopólium a két piacon?
38. Egy monopólium két piacon értékesíti termékét. A piaci inverz keresleti görbék egyenlete $p_1 = 150 - 2q_1$ és $p_2 = 100 - q_2$. A vállalat költségfüggvénye $C(q) = q^2 + f$, ahol $f = 50$, ha a két piacon ugyanakkora árat határoz meg, és $f > 50$, ha a két piac fogyasztói eltérő árat fizetnek a termékért.
    a) Milyen áron és mennyit értékesítene a két piacon, ha nem alkalmazna árdiszkriminációt?
    b) Milyen áron és mennyit ad el, ha árdiszkriminációt alkalmaz?
    c) Legfeljebb mekkora lehet f értéke árdiszkrimináció alkalmazása esetén, ha a monopóliumnak megéri árdiszkriminációt alkalmazni?
39. Egy monopólium két piacon értékesíti termékét. Az 1. piacon a kereslet állandó -2 árrugalmasságú és ezen a piacon a piaci kereslet 16 egység, ha az ár 5. A 2. piacon a keresleti görbe egyenlete $q_2 = 45 - p_2$. A monopólium változó költsége $5q$, állandó költsége 8. Milyen áron és mennyit ad el a vállalat a két piacon, ha lehetősége van harmadfokú árdiszkriminációt alkalmazni?
40. Egy monopólium két piacon értékesíti termékét. Az 1. piacon a kereslet állandó $-2{,}5$ árrugalmasságú. A 2. piacon a keresleti görbe egyenlete $q_2 = 300 - 2p_2$. Habár a vállalat különböző árat kérhetne a két piacon, a profitja akkor maximális, ha a két piacon ugyanakkora árat szab meg.
    a) Mekkora a kereslet árrugalmassága a 2. piacon, ha a vállalat profitja maximális?
    b) Mennyit ad el a 2. piacon a termékéből?
    c) Mekkora a vállalat határköltsége, ha profitja maximális?

Átfogó feladatok

41. Egy népszerű csocsóklubban a látogatók kétféle csoportját különböztetik meg: a diákok kereslete $Q_D = 200 - p$, az üzletembereké $Q_{\ddot{U}} = 50 - 0{,}5p$, ahol Q_D, illetve $Q_{\ddot{U}}$ az egy este alatt eljátszott labdák számát jelenti. A csocsóasztalok üzemeltetésének határköltsége labdánként $MC = 4$, emellett esténként 1000 egységnyi fix költség is felmerül.

a) Mekkora labdánkénti árat fog meghatározni a csocsóklub tulajdonosa, ha nem tudja megkülönböztetni a két csoportot? Mekkora lesz ekkor a profitja?
b) Amennyiben képes megkülönböztetni a két csoportot és harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaz, mekkora árat fog szabni az egyes csoportoknak, és mennyi lesz ekkor a profitja?
c) Amennyiben képes megkülönböztetni a két csoportot, ezek után pedig mindegyik csoporttól fix belépődíjat szed, melynek fejében mindkét csoportnak adott számú labdát ad, akkor mekkora lesz a belépődíj, és hány labdát fognak kapni az egyes csoportok? Mekkora ebben az esetben a profit?
d) Mutassuk meg, hogy a c) kérdésben a labdánként fizetett átlagár mindkét csoport esetén megegyezik a harmadfokú árdiszkrimináció esetén kapott árral! Miért magasabb mégis a profit?
e) Tegyük fel továbbra is, hogy a csocsóklub tulajdonosa képes megkülönböztetni a két csoportot, és mindkét csoportnak külön kétrészes árat szab. Mekkora fix díjat és labdánkénti árat kér ekkor a két csoporttól? Mekkora ebben az esetben a profit?
f) Mekkora lesz a fix díj, a labdánkénti ár, illetve a tulajdonos profitja abban az esetben, ha a két csoportnak azonos kétrészes árat kénytelen meghatározni?

42. Egy faluban egyedüli, így monopolhelyzetben lévő vidéki kocsma péntek esténként borklubot működtet. A tulajdonos azt figyelte meg, hogy a borklubba járók között a falu lakóinak, valamint az idegeneknek (akik nem a faluban élnek) a fröccs iránti kereslete lényegesen különbözik. A két csoport keresleti függvényeire az alábbi becsléseket kapta: a falubeliek kereslete $q_f = 1200 - 5p$, az idegenek kereslete $q_i = 600 - 2p$, ahol q_f, illetve q_i az egyes csoportok által p Ft-os ár mellett fogyasztott fröccsök száma. A tulajdonos becslése szerint a két csoport tagjai, akiknek egyéni keresleti függvénye a csoportokon belül azonos, ugyanolyan létszámban látogatják a klubot. Egy fröccs előállításának átlagos változóköltsége $AVC = 50$ Ft, a borklub üzemeltetésének fix költsége $FC = 10\,000$ Ft.
a) Határozzuk meg a profitmaximalizáló árat, amennyiben a kocsmáros nem tudja megkülönböztetni a falu lakóit az idegenektől!
b) Határozzuk meg a csoportonkénti profitmaximalizáló árat, amennyiben a kocsmáros ismeri a falu lakóit, így lehetőség nyílik harmadfokú árdiszkrimináció megvalósítására!
c) Tegyük fel, hogy a kocsmáros képes megkülönböztetni a két csoport tagjait, így a két csoportnak két különböző kétrészes árat határoznak meg (vagyis csoportonként egy F fix összegű belépési díjat kér, továbbá p árat minden elfogyasztott fröccs után). Határozzuk meg az optimális kétrészes árakat!
d) Tegyük fel, hogy továbbra is kétrészes árat alkalmaznak, az előző pontban meghatározott italonkénti ár mellett, de mivel új kocsmáros van, nem tudja megkülönböztetni az egyes csoportokat. Mekkora fix díjat kérnek ebben az esetben az egyes csoportoktól együttesen?

Aukciók

43. Egy eddig ismeretlen Petőfi-kéziratot bocsátanak árverésre az antikváriumban. A kézirat iránt hárman érdeklődnek. Az árverés levezetője tudja, hogy a három érdeklődő rezervációs ára 0,4 valószínűséggel 20 000 forint és 0,6 valószínűséggel 25 000 forint, és bármelyikük rezervációs ára független a többi licitáló rezervációs árától. A kéziratot angol árverés keretében értékesítik.
    a) Milyen stratégiát követnek a licitálók?
    b) Milyen árakon kelhet el a könyv? Mekkora ezek valószínűsége?
    c) Mekkora az antikvárium várható bevétele?
44. Mátyás király hálósapkáját Vickrey-aukció keretében értékesíti egy árverezőház. A hálósapka iránt két érdeklődő van. Az árverezőház információi szerint a két érdeklődő értékelése független és egyenletes eloszlású a [120 000, 200 000] intervallumon. Az árverezőház szabályzata szerint csak a 40 000-rel osztható ajánlatok érvényesek. Amennyiben mindketten azonos értékű licitet bocsátanak ki, akkor egy torzítatlan érme feldobásával döntik el, ki kapja meg a sapkát a közös licittel egyenlő áron.
    a) Milyen stratégiát követnek a licitálók?
    b) Milyen árakon kelhet el a hálósapka? Mekkora ezek valószínűsége?
    c) Mekkora az árverezőház várható bevétele?
45. Egy zárt ajánlattételű, harmadik legmagasabb áras árverésre bocsátott műtárgyra hatan licitálnak. A licitálók rezervációs ára 70, 85, 100, 115, 130, 145. A műtárgyat a legnagyobb ajánlatot tevő licitáló kapja meg, akinek a harmadik legmagasabb ajánlattal megegyező árat kell érte fizetnie.
    a) Milyen stratégiát követnek a licitálók?
    b) Milyen áron kel el a műtárgy? Ki veszi meg?
    c) Kedvezőbb volna-e az eladó számára egy Vickrey-aukció?
46. Munkácsy kedvenc ecsetjét elsőáras zárt borítékolású aukcióban értékesítik. Mi is licitálunk, 99 másik emberrel együtt. Nekünk az ecset, mely féltett kincsünk lenne, 260 ezer Ft-ot ér. Milyen licitet érdemes kiadnunk? Az aukció szabályai szerint a licit csak 100 Ft többszöröse lehet.
47. Andrásnak és Csabának is van egy-egy régiségboltja, ahova a műgyűjtők rendszeresen betérnek. András és Csaba az árusított tárgyak zömét aukción szerzi be. Most épp egy nagyon régi asztali lámpát és egy csillárt árvereznek el egy csomagban (a győztes mindkettőt megkapja). Mind az ilyen jellegű asztali lámpa, mind a csillár értéke a műgyűjtők számára egyenletes eloszlású a [10 000, 40 000] Ft intervallumon. András pontosan tudja, mekkora értéket tulajdonítanak a műgyűjtők az árverésre bocsátott asztali lámpának, (V_a), és a csillár értékét 25 000 Ft-ra becsli. Csaba pontosan ismeri a csillár értékét, (V_{cs}), és az asztali lámpa értékét 25 000 Ft-ra saccolja. Az aukció Vickrey-féle szabályokkal zajlik. Mutassa meg, hogy ha mindkét most elárverezett lámpa tényleges értéke kisebb 25 000 Ft-nál,

valamint András és Csaba tényleges becslésével licitál az együtt elárverezett két lámpára, akkor a győztes szenvedni fog az ún. győztes átkától (azaz többet fizet a két lámpáért, mint amennyit majd a műgyűjtők adnak érte).

48. Egy olajmezőt árvereznek el elsőáras zárt borítékolású aukcióban, ahol mindössze két résztvevő, A cég és B cég licitál. A úgy véli, az olajmező értéke V_A (milliárd Ft-ban). Mindkét résztvevő tényleges értékítélete egyenletes eloszlású a [0, 18 milliárd] Ft-os intervallumon. Ezt A és B vállalat is tudja.
    a) Határozza meg, hogy abban az esetben, amikor a fentieken kívül A csak annyit tud, hogy vetélytársa a felét mondja tényleges értékítéletének, akkor A-nak milyen ajánlatot érdemes tennie!
    b) Mi a helyzet a győztes átkával ilyen taktika esetén?
49. Aukcióra bocsátanak egy tárgyat, amelyre András, Béla és Cecília licitál. Mindhármójuk értékítélete független, egyenletes eloszlású a [0, 50] intervallumon. Ezt a három licitáló, akik a saját személyes használatukra szeretnék megszerezni a tárgyat, tudja, és természetesen mindegyikük pontosan ismeri saját rezervációs árát. Aki megkapja a tárgyat, annak a nyeresége a saját értékítélete, mínusz a kifizetendő ár, a többiek nyeresége zérus. Az aukció szabályait „holland módra" rögzítették. András 30-ra értékeli a tárgyat. Mikor érdemes megállítania az ár folytonos csökkentését?
50. Bátorfalva polgármestere szeretne létrehozni egy kultúrált kávézót, abban bízva, hogy így megnöveli a turisták számát és a település lakóinak bevételét. Emellett a falubeliek is szívesen vennék a szórakozási lehetőséget, ami valószínűleg csökkentené, sőt akár vissza is fordítaná az elvándorlási tendenciát. A falu önkormányzatának sikerül minimális összegért megvennie egy épp most elvándorló bátorfalvi család házát, ami szinte átalakítás nélkül alkalmas a kávézó berendezésére. A kávézót aukció keretében próbálják meg értékesíteni, az aukciót a helyi lapban hirdetik meg. Több jelentkező is van: egy kávézólánccal rendelkező nemzetközi cég, Magyarország két különböző, messzi vidékéről érkező kávéház-tulajdonos, és egy helyi befektető. Az aukcióban a korrupció, vagy egyéb értékelési szempont ki van zárva, a legtöbbet ígérőnek adják az üzemeltetés jogát. Milyen típusú aukciót szervezzenek?

8.3. Bonyolultabb árképzési eljárások – Megoldások

Tesztkérdések

1. B	2. A	3. C	4. C	5. D	6. C	7. B	8. B	9. B	10. C
11. C	12. D	13. A	14. D	15. B	16. B	17. C	18. C	19. C	20. C
21. B	22. C	23. A	24. C	25. A	26. E	27. E	28. C	29. D	30. C
31. E	32. D	33. D	34. A	35. D	36. B	37. C	38. B	39. B	40. C
41. D	42. D	43. B	44. D	45. A	46. B	47. C	48. E		

Számítási feladatok

1. a) Két családnak adja bérbe $p = 8000$ Ft-os áron. $\pi = 9000$, $FT = 2000$.
   b) Az első 5 családnak fogja bérbe adni, mindenkinek a rezervációs árán. $\pi = 6500 + 4500 + 2500 + 1500 + 500 = 15\ 500$, $FT = 0$.
2. Jelöljük p-vel a második csoport tagjainak rezervációs árát.
   $7\ 500\ 000 = 4\ 000\ 000 + 500(p - 2000) + 1\ 500\ 000$, amiből $p = 6000$.
3. a) $\pi = 12\ 800$
   b) $p = 40,\ Q = 320$, a társadalmi jólét: $SW = \frac{160 \cdot 320}{2} = 25\ 600$.
   c) $\pi = 25\ 600$, $FT = 0$, Pareto-hatékony.
4. a) $Q = 100,\ p = 400,\ FT = 10\ 000,\ TT = 30\ 000$.
   b) $Q = 150,\ FT = 0,\ \Delta FT = -10\ 000,\ TT = 45\ 000,\ \Delta TT = 15\ 000$. A társadalmi jólét (a fogyasztói és a termelői többlet összege) 5000-rel nő.
5. A monopólium profitja árdiszkrimináció nélkül: $\pi = 156\ 250\ 000$, árdiszkrimináció mellett: $\pi = 312\ 500\ 000$. Maximum a kettő különbségét hajlandó kifizetni, ami 156 250 000 Ft.
6. $TT = 8\ 250\ 000$
7. $MR = MC$-ből $Q = 25$. Ekkor
   $TR = \int_0^{25} 100 \cdot Q^{-\frac{1}{2}} dQ = 1000 \cdot TC = 20 \cdot 25 + 50 = 550,\ \pi = 450$.
8. a) A háziasszonyoknak 120 dkg zserbót ad 7200 Ft-os áron, az alkalmazottaknak 150 dkg-ot 11 250 Ft-os áron. Mindkét csoport 0 fogyasztói többletet realizál.
   b) $p = 7200$ Ft. $FT = 120 \cdot 30 = 3600$. Ahhoz, hogy az alkalmazottaknak ne legyen érdemes a kisebb csomagot venni, legalább ekkora fogyasztói többletet kell nekik biztosítani, vagyis maximum
   $p = 11\ 250 - 3600 = 7650$ Ft-ot kérhet.
   c) A kisebb csomag tartalmazzon Q mennyiséget, a nagyobb 150-et (amennyit a nagyobb fizetési hajlandóságú háziasszonyok maximum venni hajlandóak). Ekkor a kisebb csomagért a háziasszonyok Q mennyiség melletti bruttó fogyasztói többletét lehet elkérni, ami $\frac{(120+120-Q)Q}{2}$. A nagyobb csomagért az alkalmazottak teljes bruttó fogyasztói többletét lehet kérni, csökkentve azzal az összeggel, amekkora nettó fogyasztói többletet a kisebb csomag választásával érnének el (hogy ne legyen érdemes a kisebb csomagot választaniuk). Így a tőlük kérhető összeg: $\frac{(120+120-Q)Q}{2} + \frac{(150-Q)^2}{2}$. Teri néni profitja ekkor:
   $\pi = (240 - Q)Q + \frac{(150-Q)^2}{2}$. Ez akkor maximális, ha $Q = 90$. Vagyis az egyik csomagban 90 dkg zserbót ad 6750 Ft-os áron, a másikban 150 dkg-ot 8550 Ft-os áron. A háziasszonyok nem érnek el fogyasztói többletet, az alkalmazottak 2700 Ft fogyasztói többletet érnek el.
9. a) $Q_A = 400 - 5N,\ p_A = \frac{(400+5N)(400-5N)}{2}$
   b) $Q_A = 250,\ p_A = 68750,\ Q_M = 500,\ p_M = 100\ 000$

c) $20\frac{(400+5N)(400-5N)}{2} \leq N \cdot 100(400-5N)$, amiből $N \geq 80$.

10. a) Jelölje p_e az elsőosztályú jegy árát, p_t a turistajegy árát!
    1. $200\ 000 - p_e \geq 0$
    2. $50\ 000 - p_t \geq 0$
    3. $200\ 000 - p_e \geq 80\ 000 - p_t$
    4. $50\ 000 - p_t \geq 100\ 000 - p_e$

    b) Optimumban (ahol $p_e + p_t$maximális) a 2. és a 3. korlát egyenlőségre teljesül, így $p_e = 170\ 000$ Ft, $p_t = 50\ 000$ Ft.

11. a) $q_A = 5,\ q_B = 2,5$.

    b) A monopólium a bevételét, a „$p_A + p_B$" maximalizálja az alábbi korlátok mellett:
    1. A B fogyasztó is megvegye a kisebb csomagot: $U_B(q_B) - p_B = 0$
    2. Az A fogyasztónak ne legyen érdemes a kisebb csomagot venni: $U_A(q_A) - p_A = U_A(q_B) - p_B$.

    Ennek alapján a két csomag: $\frac{5}{3}$ db $\frac{280}{9}$ áron és 5 db $\frac{380}{9}$ áron.

12. Végigszámoljuk, hogy külön-külön árulva az egyes termékeket, milyen ár eredményezi a maximális profitot. (Mozijegy vétele szükséges, hogy a többi termékből fennálljon a vásárlás lehetősége az adott típusnál.) Popcorn ára 300 vagy 200 Ft, üdítőé 400 Ft, mozijegyé 800 Ft. A profit így 1800 Ft. A menü optimális ára 1300 Ft. A profit ekkor is 1800 Ft. Mindegy, hogy külön-külön vagy együttesen értékesítenek.

13. a) külön értékesítés: $p_e = p_{gy} = 4000$ Ft, $\pi = 14\ 000$ Ft
    b) tiszta árukapcsolás: $p_{cs} = 7000$ Ft, $\pi = 18\ 000$ Ft
    c) kevert árukapcsolás: $p_e = p_{gy} = 6000,\ p_{cs} = 8000,\ \pi = 18\ 000$ Ft
    d) A tiszta, illetve a kevert árukapcsolás esetében.

14. a) Csomagban érdemes, 2700 Ft-os áron.
    b) x-szel jelölve az 1. típusú fogyasztók számát:
    $1000(x+10) + 2000x \geq 2700(x+10)$, amiből $x \geq 57$.

15. Külön-külön érdemes, az A terméket 3000 Ft-os, a B terméket 9000 Ft-os áron, így az elérhető profit: 8400·vevők száma (Ft-ban).

16. $350 \leq a \leq 2600$.

17. $F = \frac{400 \cdot 200}{2} = 40\ 000$ Ft.

18. $10x \geq 12\ 000$, valamint $12\ 000 > 9x$, amiből az alkalmi jegyek ára 1200 Ft-nál nem kisebb, de kisebb, mint 1333,3 Ft.

19. Az első verziót az választja, aki maximum 6 meccsre látogat ki, a második verziót 6 és 10 meccs között érdemes választani, a harmadik verzió 10 meccs felett optimális.

20. A csoportonkénti együttes fix díj (amit egy csoport tagjai összesen fizetnek) $F = 15\ 625$ Ft, a golfjátszma ára pedig $p = 75$.

21. Ebben az esetben a golfpálya tulajdonosa akkor jár jobban, ha csak a milliárdosok keresletére épít, az egységárat határköltség szinten állapítja meg ($p = 100$), a fix díj pedig ennek a csoportnak a fogyasztói többletével egyenlő: $F = 810\ 000$ Ft.

22. a) A monopólium profitja:
$\pi = (p-2)[\alpha(10-2p) + (1-\alpha)(10-p)] + \frac{(5-p)(10-2p)}{2} - FC$ (FC nem befolyásolja a profitmaximum helyét), ezt p szerint maximalizálva: $p = \frac{1+\alpha}{\alpha}$, az egyes fogyasztóktól beszedett fix díj: $F = \frac{(4\alpha-1)^2}{\alpha^2}$.
b) $p = 2$, $F = 32$, ami a magas keresletű fogyasztók fogyasztói többlete.
c) $\alpha = 0{,}5$ mellett a b) eset az előnyösebb, $\alpha = 0{,}75$ mellett az a) eset.

23. a) Ha az első típusú fogyasztók még éppen megveszik a jobb minőségű terméket, akkor : $2 \cdot 5 - p_{q=5} = 2 \cdot 1 - p_{q=1}$, azaz $p_{q=5} - p_{q=1} = 8$. A második típusú fogyasztó szempontjából: $5\text{-}p_{q=5} \leq 1 - p_{q=1}$ kell hogy teljesüljön, de ez biztos így van, ha az első típusúra vonatkozó összefüggés fennáll. Ahhoz, hogy a második típusú fogyasztó egyáltalán vásároljon, $p_{q=1} \leq 1$, a monopólium számára $p_{q=1} = 1$ a legjobb. Ekkor viszont $p_{q=5} = 9$.
b) $p = 5$
c) A második csoport részarányát α-val jelölve $0{,}1\alpha + 6{,}5(1-\alpha) \geqslant 2{,}5$ azaz $\alpha \leqslant \frac{4}{6{,}4} = 0{,}625$.

24. A legjobb kategória határköltsége 15. A középső kategória határköltsége 14, a legrosszabbé 7. Így a középső kategória árát 14,95-ben, a legrosszabbét 8-ban érdemes rögzíteni. A legjobb kategóriájú autó árát mindenképp 15-nél alacsonyabbra kellene meghatározni, különben senki se vesz belőle. Ekkor azonban a belőle származó bevétel nem fedezné a változó költségeket, így a legjobb kategóriájú autót nem fogják árulni.

25. a) $p = 70$, $q_1 = 15$, $q_2 = 60$, $\pi = 3750$, $FT_1 = 225$, $FT_2 = 1800$.
b) $p_1 = 60$, $q_1 = 20$, $p_2 = 75$, $q_2 = 55$, $\pi = 3825$, $FT_1 = 400$, $FT_2 = 1512{,}5$.
c) A harmadfokú árdiszkrimináció kedvezőbb az 1. piac fogyasztói és a monopólium számára, de kedvezőtlenebb a 2. piac fogyasztói számára.

26. a) $p = 2200$, $q_1 = 180$, $q_2 = 0$
b) $p_1 = 2200$, $q_1 = 180$, $p_2 = 450$, $q_2 = 10$
c) A harmadfokú árdiszkrimináció kedvezőbb a diákok és a múzeum számára, de a diákigazolvánnyal nem rendelkező múzeumlátogatók számára sem hátrányos.

27. Az előző feladatban az egységes ár alkalmazása esetén az egyik fogyasztói csoport kiszorul a jószág fogyasztásából. Ekkor a harmadfokú árdiszkrimináció lehetővé teszi, hogy a monopólium ennek a fogyasztói csoportnak is értékesítsen a termékéből, miközben a másik fogyasztói csoport számára az ár (és az eladott mennyiség) nem változik. A kettővel ezelőtti feladatban a monopólium mindkét árképzés mellett ad el mindkét fogyasztói csoportnak. Ekkor a harmadfokú árdiszkrimináció alkalmazása az egyik fogyasztói csoport számára megemeli az árat (és így csökken a fogyasztott mennyiség), a másik csoport számára pedig csökken az ár (és így nő a fogyasztott mennyiség).

28. a) $p = 80$, $q_1 = 20$, $q_2 = 120$
b) $p_1 = 55$, $q_1 = 45$, $p_2 = 105$, $q_2 = 95$

c) A Balaton partjától távol élők számára kedvezőbb a harmadfokú árdiszkrimináció, a parthoz közeli fogyasztóknak előnyösebb az egységes ár.

29. Tiszta monopólium esetén: $p = 120$, $q_1 = 0$, $q_2 = 80$; (az MR másik darabját is metszi a határköltség, de az a helyi profitmaximumnál kisebb profitot ad).
Harmadfokú árdiszkrimináció alkalmazása esetén $p_1 = 70$, $q_1 = 30$, $p_2 = 120$, $q_2 = 80$.
Most is igaz, hogy a Balaton partjától távol élők számára kedvezőbb a harmadfokú árdiszkrimináció, de a parthoz közeli fogyasztók számára ebben az esetben közömbös, hogy a két árképzés közül melyiket alkalmazza a monopólium.

30. a) $p_{é} = 8150$, $q_{é} = 1570$, $p_d = 5150$, $q_d = 1940$
b) $\pi = 19\ 733\ 500$

31. a) $p = 155$, $q_1 = 0$, $q_2 = 21\ 750$ ez megéri, mert $\pi = 2\ 893\ 750$.
b) $p_1 = 60$, $q_1 = 5000$, $p_2 = 155$, $q_2 = 21\ 750$, $\pi = 3\ 143\ 750$

32. Csak a profit lesz kevesebb, mindkét esetben 40 000 dollárral.

33. a) p: a homokozó ára
$Q_B = 400\ 000 - 10\,(p + 1000) = 390\ 000 - 10p$
$Q_V = 200\ 000 - 5\,(p + 5000) = 175\ 000 - 5p$
$$Q = Q_B + Q_V = \begin{cases} 565\ 000 - 15p, & \text{ha } p \le 35\ 000 \\ 390\ 000 - 10p, & \text{ha } p > 35\ 000 \end{cases}$$
$$p = \begin{cases} \frac{113\ 000}{3} - \frac{1}{15}Q, & \text{ha } Q \ge 40\ 000 \\ 39\ 000 - 0{,}1Q, & \text{ha } Q < 40\ 000 \end{cases}$$
$$MR = \begin{cases} \frac{113\ 000}{3} - \frac{2}{15}Q, & \text{ha } Q \ge 40\ 000 \\ 39\ 000 - 0{,}2Q, & \text{ha } Q < 40\ 000 \end{cases}$$
Az optimum elsőrendű feltétele: $MR = MC$.
1. eset: $Q \ge 40\ 000$ $\quad \frac{113\ 000}{3} - \frac{2}{15}Q = 10\ 000 \implies Q = 207\ 500$.
2. eset: $Q < 40\ 000$ $\quad 39\ 000 - 0{,}2Q = 10\ 000 \implies$
$Q = 145\ 000 \not< 40\ 000$, tehát $Q = 207\ 500 \implies$
$p = \frac{113\ 000}{3} - \frac{1}{15} \cdot 207\ 500 = \frac{71\ 500}{3} \approx 23\,833,3 \implies$
$Q_B = \frac{455\ 000}{3} \approx 151\ 667$, $Q_V = \frac{167\ 500}{3} \approx 55\ 833$.
b) $\pi = 8\ 611\ 250\ 000/3 \approx 2\ 870\ 416\ 667$,
$FT_B = 10\ 351\ 250\ 000/3 \approx 1\ 150\ 138\ 889$,
$FT_V = 2\ 805\ 625\ 000/3 \approx 311\ 736\ 111$.

34. a) P_B a budapesti vevők által fizetett ár, P_V a vidéki vevők által fizetett (a házhozszállítási díjat is tartalmazó) ár.
$P_B = 40\ 000 - 0{,}1Q_B \implies MR_B = 40\ 000 - 0{,}2Q_B$, $MC_B = 11\ 000$.
Az optimum elsőrendű feltétele: $MR_B = MC_B \implies$
$40\ 000 - 0{,}2Q_B = 11\ 000 \implies Q_B = 145\ 000 \implies P_B = 25\ 500$.
$P_V = 40\ 000 - 0{,}2Q_V \implies MR_V = 40\ 000 - 0{,}4Q_V$, $MC_V = 1\ 5000$.
Az optimum elsőrendű feltétele: $MR_V = MC_V \implies$
$40\ 000 - 0{,}4Q_V = 15\ 000 \implies Q_V = 62\ 500 \implies P_V = 27\ 500$.
Egy homokozó ára 25 500 Ft, egy homokozó vidékre történő kiszállításának díja $27\ 500 - 25\ 500 = 2000$ Ft.

b) $\pi = 2\ 883\ 750\ 000$, $FT_B = 1\ 051\ 250\ 000$, $FT_V = 390\ 625\ 000$.

35. a) p: a homokozó ára.
$\pi = (p - 11\ 000)(400\ 000 - 10p) + (p - 15\ 000)(200\ 000 - 5p) =$
$= -15p^2 + 785\ 000p - 7\ 400\ 000\ 000$.
Az optimum elsőrendű feltétele: $\frac{d\pi}{dp} = -30p + 785\ 000 = 0 \implies$
$p = \frac{78\ 500}{3} \approx 26\ 167$.
b) $p = \frac{78\ 500}{3} \implies Q_B = \frac{415\ 000}{3}$, $Q_V = \frac{207\ 500}{3}$,
$\pi = 8\ 611\ 250\ 000/3 \approx 2\ 870\ 416\ 667$,
$FT_B = 8\ 611\ 250\ 000/9 \approx 956\ 805\ 556$,
$FT_V = 4\ 305\ 625\ 000/9 \approx 478\ 402\ 778$.

36. A vállalat számára az a legkedvezőbb, ha csak a vidékre történő szállításért számít fel házhozszállítási díjat. A budapesti fogyasztók akkor járnak a legjobban, ha minden vásárló a házhozszállítás tényleges költségét fizeti meg a vételár felett (tehát a budapestiek 1000, a vidékiek 5000 forintos házhozszállítási díjat fizetnek). A vidéki vásárlók számára az a legelőnyösebb, ha a házhozszállításért semmilyen cím esetén sem kér díjat a Kerti Sivatag Kft.

37. Mindkét piacon eladott mennyiség előállítására vonatkozó költség a monopóliumnál merül fel, az optimumban a monopólium határköltségének a piaconkénti határbevétellel kell megegyeznie: $50 - 4q_1 = 20 + 2q_1 + 2q_2$, és $60 - 2q_2 = 20 + 2q_1 + 2q_2$. Megoldva a két egyenletből álló egyenletrendszert, majd a termelési értékeket az inverz keresleti függvénybe helyettesítve: $q_1 = 2,\ p_1 = 46$, illetve $q_2 = 9,\ p_2 = 51$.

38. a) $p = 280/3 \approx 93$, $q_1 = 85/3 \approx 28$, $q_2 = 20/3 \approx 7$
b) $p_1 = 110$, $q_1 = 20$, $p_2 = 85$, $q_2 = 15$
c) $f \leq \frac{775}{3} \approx 258$

39. $p_1 = 10$, $q_1 = 4$, $p_2 = 25$, $q_2 = 20$

40. a) optimumfeltétel: $MR_1(q_1) = MC(q_1 + q_2) = MR_2(q_2)$
$MR_1 = p_1\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1}\right)$, $MR_2 = p_2\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_2}\right)$,
így $p_1 = p_2 \implies \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -2{,}5$.
b) $-2{,}5 = \varepsilon_2 = \frac{dq_2}{dp_2} \cdot \frac{p_2}{q_2} = -2\frac{150 - 0{,}5q_2}{q_2} \implies q_2 = \frac{600}{7} \approx 86$
c) $p_2 = 150 - 0{,}5 \cdot \frac{600}{7} = \frac{750}{7} \approx 107 \implies MR_2 = \frac{750}{7}\left(1 + \frac{1}{-2{,}5}\right) = \frac{450}{7}$
a profitmaximumban $MR_2 = MC \implies MC = \frac{450}{7} \approx 64$

41. a) $p = 85\frac{1}{3}$, $\pi = 8922\frac{2}{3}$
b) $p_D = 102,\ p_{\ddot{U}} = 52,\ \pi = 9756$
c) Diákok: $19\ 208 + 4 \cdot 196 = 19\ 992$ Ft belépődíj és 196 labda,
üzletemberek: $2304 + 4 \cdot 48 = 2496$ Ft belépődíj és 48 labda,
$\pi = 20\ 512$ Ft.
d) $19\ 992/196 = 102$, illetve $2496/48 = 52$. A profit a c) esetben nagyobb, mert több labdát értékesít, ami nagyobb termelői többlethez vezet (aminek egy része a korábbi fogyasztói többletből, egy része a holtteherveszteség megszűnéséből származik).

e) $p_D = 4,\ F_D = 19\ 208,\ p_{\ddot{U}} = 4,\ F_{\ddot{U}} = 2304,\ \pi = 20\ 512.$
f) Ebben az esetben akkor jár jobban, ha $p_D = 4,\ F_D = 19\ 208$ árak mellett csak a diákok csocsóznak, ekkor a profit: $\pi = 18\ 208$.

42. a) $p = 153{,}57$ Ft
b) $p_f = 145$ Ft, $p_i = 175$ Ft,
c) $p_f = p_i = 50$ Ft, $F_f = 90\ 250$ Ft, $F_i = 62\ 500$ Ft
d) $F = 62\ 500$ Ft

43. a) Egy licitáló addig emeli a licitet, amíg az utolsó ajánlat kisebb a saját rezervációs áránál, és nem saját maga tette az utolsó ajánlatot.
b) Körülbelül 20 000 forintért (azaz 20 000 Ft + egy „kicsi" összegért) 0,352 valószínűséggel, körülbelül 25 000 forintért 0,648 valószínűséggel.
c) 23 240 forintnál valamivel több.

44. a) A 120 000, 160 000 és 200 000 forintos licitek közül a saját rezervációs árukat meg nem haladó legnagyobb összeget ajánlják.
b) 120 000 forintért 0,75 valószínűséggel, 160 000 forintért 0,25 valószínűséggel, 200 000 forintért 0 valószínűséggel.
c) 130 000 forint

45. a) Ajánlatuk megegyezik saját rezervációs árukkal.
b) 115-ért veszi meg az, akinek a rezervációs ára 145.
c) Igen, mert akkor 130 lenne a bevétele.

46. Akkor érdemes megvenni az ecsetet, ha nem kell érte többet fizetni 260 ezer Ft-nál. De ha valóban a mienk a legmagasabb értékítéletet, akkor csak egy kicsivel kellene magasabb licitet megadnunk, mint az utánunk következő, és így még nyernénk is az aukcióban. Ha valóban a mienk a legnagyobb értékítélet, akkor feltételezzük azt, hogy a többiek licitje a [0, 260 ezer] intervallumon egyenletesen oszlik el: a legkisebb 2,6 ezer, a legnagyobb pedig 257,4 ezer Ft. Így 257 500 Ft-ot érdemes licitálnunk.

47. Tegyük fel, hogy András győz.
Ez azt jelenti, hogy $V_a + 25\ 000 > V_{cs} + 25\ 000$ és András $(V_{cs} + 25\ 000)$-et kénytelen fizetni azért a két lámpáért, amit csak $V_a + V_{cs}$ összegért lehet eladni.

48. a) Az A játékos várható nyereménye, amennyiben B_A licitet bocsát ki: $\frac{2B_A}{18}(V_A - B_A)$, aminek a maximuma $B_A = \frac{V_A}{2}$. Azaz az A játékosnak ebben az esetben a saját tényleges értékítélete felével érdemes licitálnia.
b) Amennyiben mindenki ilyen taktikát folytat, akkor az nyeri az olajmezőt, aki valóban a legtöbbre értékeli, mégis jelentősen csökken a túlfizetés veszélye, hisz bárki is győz, csak tényleges értékítélete felét fizeti.

49. A holland aukció stratégiailag ekvivalens az elsőáras zárt borítékolású aukcióval. Az elsőáras zárt borítékolású aukcióban $\frac{2}{3}30$, illetve annál egy kicsit magasabb az optimális licit. Így Andrásnak – folytonosan csökkenő tétek esetén – 20-nál valamivel magasabb érték mellett érdemes feltennie a kezét.

50. Az aukció majdnem közös értékelésűnek tekinthető, hisz a kávézó értéke a várható profitfolyamok jelenértékeinek összege. Az egyes potenciális vevőknek azonban eltérőek a körülményeik: elképzelhető, hogy a nagy tapasztalatú nemzetközi kávéházlánc olcsóbban tudná üzemeltetni a kávézót, és ezért nagyobb profitot tudna elérni. Vagy lehet, hogy a helyi befektető, az adottságok ismeretében, olcsóbb alapanyagot és munkaerőt találna, ezért neki lenne a legnagyobb a profitja. Ha a várható legnagyobb profitú licitálót győzi le valaki, akkor igen nagy valószínűséggel szenvedhet a győztes átkától. Ezért ha a licitálók nem ismerik egymás értékítéletét, akkor jogosan óvatosak, kis tételeket adnak meg. Érdemes tehát olyan aukciót szervezni, ahol a résztvevők kénytelenek feltárni értékítéletüket, mert így magasabb tételeket mernek adni, és felsrófolják a üzemeltetés árát. Erre a célra az angol aukció, vagy annak valamilyen módosított változata a legalkalmasabb.

9. fejezet

Stratégiai viselkedés

Jelen piacelméleti fejezetünkben a stratégiai viselkedés azon részével foglalkozunk, melynek segítségével a vállalatok saját, vélt vagy valós, akár több időszakos érdekeiket kívánják elérni. Módosulnak a mikroökonómia alapvető modelljei, a monopólium, megakadályozandó más vállalatok piaci belépését, nem mindig monopolista áron értékesít, az oligopol piacon a legkülönbözőbb vélekedések, kooperációk és kooperáció alóli kibúvó stratégiák alakulnak ki. A stratégiai viselkedés vizsgálatakor külön hangsúlyt helyezünk a vertikális és horizontális integrációra és korlátozásokra, a reklámozás befolyásoló hatására, valamint a tartós termékek előállítására. Az itt található feladatok többségéhez elengedhetetlen az alapvető játékelméleti és speciális piacszerkezeti összefüggések ismerete, így általában csak középhaladó szintű kurzusokon használhatók. Logikailag ugyan a példáink többsége nem okozhat komoly nehézséget, de megoldásukhoz szükség van jó néhány, az alapfokú mikroökonómián túlmutató fogalom biztos ismeretére.

9.1. Tesztkérdések

Nem kooperatív stratégiai viselkedés

1. Nem kooperatív stratégiai viselkedésnek tekinthető
   a) a ragadozó árak alkalmazása;
   b) ha a vállalat olyan kormányzati intézkedés mellett lobbizik, amely növeli a versenytárs(ak) termelési költségeit;
   c) ha a vállalat a többiek kiszorítása érdekében költséges beruházásokat hajt végre.
   d) Mindhárom előző válasz helyes.
2. Amennyiben egy vállalat nem kooperatív stratégiai viselkedést folytat, akkor
   a) úgy próbálja a profitját maximalizálni, hogy versenytársaihoz képest kísérli meg saját helyzete javítását;
   b) összefog a versenytársaival a közös profit növelése érdekében;

c) ennek egyértelmű jele, hogy csökkenti saját árát;
d) ennek egyértelmű jele, hogy növeli saját termelését.

3. Az alábbiak közül mely szituáció lehet a magyarázata annak, ha egy monopólium a monopolista árnál alacsonyabb árat szab?
   a) a monopólium ragadozó árazást alkalmaz;
   b) a monopólium felülbecsli a kereslet abszolút értékben vett rugalmasságát;
   c) a piac megtámadható;
   d) az előző válaszok mindegyike.

Belépéstől való elrettentés, ragadozás

4. Egy piacon lévő vállalat a következő eszközt használhatja arra, hogy megakadályozza egy másik vállalat piacra lépését:
   a) új beruházást kezd, hogy elkötelezze magát a nagyobb termelésre;
   b) kizáró árat alkalmaz;
   c) költségnövelő kormányzati intézkedéseket támogat.
   d) Bármelyik fenti eszköz szolgálhat a belépés megakadályozására.
5. Ahhoz, hogy a ragadozó, illetve kizáró árképzés sikeres legyen, az árképzést alkalmazó vállalatnak a többi érintett vállalathoz képest (vagy velük szemben)
   a) alacsonyabb költségekkel kell rendelkeznie;
   b) hihetően el kell tudnia kötelezni magát a nagyobb termelésre;
   c) hírnevével kell fellépnie, és magához kell „vonzania” a versenytársak vevőit.
   d) Bármelyik fenti eset hozzájárulhat a ragadozó árképzés sikerességéhez.
6. Az Areeda–Turner-szabály szerint egy vállalat árképzése ragadozónak minősül, ha az ár
   a) alacsonyabb, mint a rövid távú határköltség;
   b) alacsonyabb, mint a hosszú távú átlagköltség;
   c) alacsonyabb, mint a rövid távú teljes költség;
   d) alacsonyabb, mint a rövid távú átlagos fix költség.
7. Melyik állítás hamis?
   a) Ragadozó árképzés esetén a vállalat úgy választja meg az árat, hogy az iparágban termelni kívánó többi vállalat veszteséges legyen.
   b) Ragadozó árképzés esetén a vállalat rövidtávú veszteségeket vállal a hosszú távú nyereségek érdekében.
   c) A ragadozó ár általában a belépni kívánó vállalatokat is elrettenti, de gyakran előfordul, hogy a kizáró ár nem alkalmas ragadozó árnak.
   d) A kizáró ár általában alkalmas ragadozó árnak, de gyakran előfordul, hogy a ragadozó ár nem rettenti el a belépni kívánó vállalatokat.
8. Egy $C(q) = 200 + 20q + q^2$ költségfüggvénnyel rendelkező, 20 egységet termelő vállalat esetén az alábbiak közül melyik esetében állhat fenn a ragadozó ár gyanúja? (Használjuk az Areeda–Turner-szabályt!)

a) $p = 62$
b) $p = 60$
c) $p = 58$
d) Egyik esetben sem.

9. Az alábbiak közül melyik igaz a ragadozó árképzésre?
   a) A ragadozó vállalat olyan árat választ, amely mellett saját költségei megtérülnek, de a versenytárs vállalat veszteséges lesz.
   b) Azonos költségfüggvénnyel rendelkező vállalatok esetén is sikerrel jár az alkalmazása.
   c) Sikeres alkalmazásának feltétele, hogy a ragadozó vállalat hosszabb ideig legyen képes elviselni a veszteséget, mint a versenytársa.
   d) Mindhárom előző válasz helyes.

10. A ragadozó árak alkalmazása
   a) rövid és hosszú távon egyaránt káros a társadalmi jólétre;
   b) rövid távon biztosan negatív jóléti hatással jár, hosszú távon ez a hatás nem egyértelmű;
   c) rövid távon az alacsony árak miatt növelheti a fogyasztók jólétét.
   d) Egyik előző válasz sem helyes.

11. Adott két egyforma átlagköltség-függvényű vállalat, A és B. Az A vállalat ragadozó árképzést alkalmaz, míg a B vállalat árelfogadóként viselkedik. A ragadozó árképzés elmélete alapján melyik állhat fenn az alábbi esetek közül?
   a) Egyik vállalat sem veszteséges.
   b) Az A vállalat vesztesége 100, a B vállalaté 200.
   c) Az A vállalat vesztesége 200, a B vállalat vesztesége 100.
   d) A fenti esetek közül bármelyik előfordulhat.

12. Amennyiben egy vállalat által egy adott termék egységéért szabott ár kisebb, mint az adott termelési szint melletti átlagos változó költség, akkor
   a) a vállalat biztosan ragadozó árképzést folytat;
   b) a vállalat hosszú távon elhagyja a piacot;
   c) elképzelhető, hogy a vállalat a kereslet növelése érdekében promóciós tevékenységet folytat.
   d) Egyik előző válasz sem helyes.

13. Kizáró árképzés esetén
   a) biztosan nem érvényesül a megtámadható piacok elmélete, azaz a bent levő monopólium a monopolista mennyiséget termeli;
   b) a piacon bent levő vállalat úgy választja meg az árat és a kibocsátását, hogy nem marad elég kereslet ahhoz, hogy más vállalat is nyereségesen a piacra léphessen;
   c) a bent levő vállalaténál alacsonyabb átlagköltség-függvénnyel rendelkező belépni szándékozó vállalat esetén is biztosan hihető a kizárással való fenyegetés;
   d) az iparágban tevékenykedő, és az oda belépni szándékozó vállalat között sosem lehet aszimmetrikus az információ.

14. Egy piacon benn lévő, monopol helyzetű vállalat megakadályozhatja a potenciális belépő piacra lépését egy olyan termelési szinttel, amely mellett
    a) saját átlagköltsége minimális;
    b) a belépni szándékozó vállalat reziduális keresleti görbéje érinti a saját (a belépni szándékozó vállalat) átlagköltség-görbéjét;
    c) a belépni szándékozó vállalat reziduális keresleti görbéje érinti az ő (a piacon levő vállalat) átlagköltség-görbéjét.
    d) Egyik válasz sem helyes.
15. Egy bizonyos, a piacon lévő monopol vállalat olyan mennyiséget termel, amely mellett a belépni szándékozó vállalat reziduális kereslete a teljes szakaszán az átlagköltség-görbéje (a belépni szándékozó átlagköltsége) alatt halad. Ekkor a belépni szándékozó vállalat
    a) attól függően lép be a piacra, hogy mekkora a határköltsége;
    b) nem lép be a piacra, hiszen ha belépne, negatív lenne a profitja;
    c) belép a piacra, ha a bevételei fedezik a változó költségét.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.
16. A kapacitásbővítés, mint elrettentő stratégia
    a) minden esetben hiteles;
    b) csak abban az esetben hiteles, ha a kihasználatlan üzemi kapacitást el lehet adni;
    c) abban az esetben hiteles, ha a kiépített kapacitás elsüllyedt költségnek tekinthető.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.
17. Az a stratégiai viselkedés, amikor egy monopolista, akit egy másik vállalat a piacára való belépéssel fenyeget többletkapacitást épít ki,
    a) irracionális viselkedés;
    b) példát szolgáltat a hihető elköteleződésre;
    c) egy lehetséges tit-for-tat stratégia;
    d) egyik előző válasz sem helyes.
18. A piacon bent levő monopolista (inkumbens) a kapacitásbővítéssel azért rettentheti el a belépni szándékozót,
    a) mert a belépni szándékozó tudja, hogy az inkumbens a kapacitásnak megfelelő mennyiséget biztosan megtermeli;
    b) mert a belépni szándékozó tudja, hogy az inkumbens a maximális kapacitásig alacsonyabb határköltséggel tud termelni, mintha a meglevő kapacitásnál többet állítana elő, és így a maximális kapacitást képviselő termelésig valószínűleg az övénél jóval kisebb a határköltsége;
    c) mert ha az inkumbens kihasználja a nagy kapacitását, akkor a belépni szándékozó biztos, hogy csak saját átlagköltsége alatti áron tud értékesíteni;
    d) kapacitásbővítéssel az inkumbens sose tudja elrettenteni a belépni szándékozót.
19. A monopol piacon blokkolt belépésnek nevezzük azt a helyzetet, ha
    a) a piacon lévő vállalat ragadozó árak alkalmazásával megakadályozza egy másik vállalat piacra lépését;

b) a belépni szándékozó vállalat jogi korlátozások miatt nem tud belépni a piacra;
c) a belépni szándékozó vállalat akkor sem tud nyereségesen piacra lépni, ha a bent lévő vállalat a monopolista mennyiséget termeli.
d) Egyik előző válasz sem helyes.

20. Az alábbi állítások közül melyik igaz abban a modellben, ahol a piacon lévő vállalat az első periódusban kiépít egy termelési kapacitást, majd a második periódusban a belépni szándékozó vállalat ezt megfigyelve dönt arról, hogy belép, vagy sem:
a) A bent lévő vállalat számára akkor optimális a nagyobb kapacitás létrehozása, ha azt biztosan ki fogja használni.
b) Előfordulhat, hogy a bent lévő vállalat számára optimális, ha a létrehozott kapacitás egy részét kihasználatlanul hagyja.
c) Ha a belépni szándékozó vállalat fix költsége alacsonyabb, mint a bent lévő vállalat fix költsége, akkor biztosan nyereségesen képes piacra lépni.
d) Egyik előző válasz sem helyes.

21. Az alábbi állítások közül melyik igaz abban a modellben, ahol a piacon lévő vállalat az első periódusban kiépít egy termelési kapacitást, majd a második periódusban a belépni szándékozó vállalat ezt megfigyelve dönt arról, hogy belép, vagy sem:
a) A bent lévő vállalatnak mindig érdemes olyan kapacitást választani, amellyel meg tudja akadályozni a másik vállalat belépését.
b) Ha a bent lévő vállalat beengedi a belépni szándékozó vállalatot a piacra, ugyanolyan jól jár, mintha nem lépne be, mert a Stackelberg-vezető ugyanannyit termel, mint a monopólium.
c) A bent lévő vállalat a belépni szándékozót esetleg szándékos kapacitás-túlberuházással kívánja elrettenteni.
d) Egyik előző válasz sem helyes.

22. Az alábbi állítások közül melyik igaz abban a modellben, ahol a piacon lévő vállalat az első periódusban kiépít egy termelési kapacitást, majd a második periódusban a belépni szándékozó vállalat ezt megfigyelve dönt arról, hogy belép, vagy sem:
a) A belépni szándékozó vállalat akkor sem tud nyereségesen piacra lépni, ha a bent lévő termelése és ára a tiszta monopóliuméval azonos.
b) A belépni szándékozó vállalat nyereségesen léphetne a piacra, de a piacon lévő vállalat magas kapacitás kiépítésével elrettenti ettől.
c) A bent lévő vállalatnak nem érdemes megakadályoznia a belépni szándékozó vállalat piacralépését.
d) Mindhárom fenti eset elképzelhető.

23. Egy domináns vállalatról a következőt figyeltük meg egy adott időszakban: kezdetben magas áron értékesített, majd ezt folyamatosan csökkentette. Ennek az lehet az oka, hogy
a) a vállalat dinamikus kizáró árképzést folytatott;
b) nem tudott elköteleződni az alacsony termelési volumen mellett;

c) a vállalat többre értékelte a jelenbeli profitokat, mellyel versenytársakat vonzott az iparágba, így kénytelen volt árat csökkenteni;
d) A fentiek közül pontosan két ok is elképzelhető.

24. A dinamikusan csökkenő árképzés alkalmazásának köszönhetően a domináns vállalatok piaci részesedése
a) időben növekvő tendenciát mutat;
b) időben csökkenő tendenciát mutat;
c) időben változatlan marad;
d) kezdetben nő, majd erős csökkenésnek indul.

Vállalatok integrációja, fúziója és összejátszása

25. Vertikálisan integrálódott vállalatnak nevezzük
a) az olyan szervezeti felépítésű vállalatot, ahol a vezetők és beosztottak viszonya hierarchikusan szerveződik;
b) az olyan termelő vállalatot, ahol az egyes részfeladatok csak időben egymás után hajthatók végre;
c) az olyan vállalatot, amely a javak, vagy szolgáltatások termelésének, és/vagy elosztásának több egymást követő lépcsőjében vesz részt (legalább kettőben);
d) az olyan termelő vállalatot, amely a terméke értékesítésénél külső forgalmazókat alkalmaz.

26. A vertikális integráció
a) csökkenti a tranzakciós költségeket;
b) enyhíti az áringadozásból származó kockázatot;
c) lehetővé teszi a termékjellemzők megváltoztatását szerződések újratárgyalása nélkül.
d) Mindhárom előző állítás igaz.

27. Egy vállalatnak érdemes lehet vertikálisan integrálódnia, ha
a) csökkentheti azon tranzakciós költségeit, ami az input beszerzéséhez kapcsolódik;
b) ezáltal azokat az externáliákat tudja internalizálni, amelyek számára károsak;
c) ezáltal számára előnytelen kormányzati szabályozást tud kikerülni.
d) A fenti esetek bármelyikében érdemes lehet a vállalatnak kezdeményeznie a vertikális integrációt.

28. A vertikális integráció oka lehet
a) az integrációt kezdeményező vállalat számára valamely kulcsfontosságú erőforráshoz való hozzáférés garantált biztosítása;
b) az, hogy segítségével az integrációt kezdeményező vállalat az értékesítési hálózatot a saját részére rendkívül előnyösen tudja átalakítani;
c) az integrációt kezdeményező vállalat számára saját piaci erőfölényének növelése.
d) Mindhárom fenti válasz helyes.

29. A vertikális integráció költségeként megjelenhet:
    a) a termelési tényezők magasabb beszerzési költsége;
    b) a fúziót segítő ügyvédek óradíja;
    c) a megnövekedett vállalat koordinációs, irányítási költségei;
    d) Az összes fenti válasz helyes.
30. A vertikális integráció hatására
    a) egy vállalat növelheti monopolista profitját;
    b) egy vállalat csökkentheti versenytársa erőfölényét;
    c) egy vállalat csökkentheti egy kulcsfontosságú inputból fakadó ellátási kockázatát;
    d) Az összes fenti válasz helyes.
31. Melyik állítás igaz?
    a) Ha a torkolatvidéki termelési eljárás állandó tényezőarányokat használ (tökéletesen kiegészítő tényezők esetén), akkor a forrásvidéki monopolistának nem áll érdekében a vertikális integrálódás, mert ezáltal profitja nem változik.
    b) Ha a torkolatvidéki termelési eljárás állandó tényezőarányokat használ (tökéletesen kiegészítő tényezők esetén), akkor a forrásvidéki monopolista ösztönözve van a vertikális integrációra (feltéve, hogy profitnövekedése meghaladja az integráció költségeit).
    c) Ha a torkolatvidéki termelési eljárás változó tényezőarányokat használ (pl. Cobb–Douglas termelési függvény esetén), akkor a forrásvidéki monopolistának biztos, hogy nem áll érdekében a vertikális integrálódás, mert profitja ezáltal nem változik.
    d) A forrásvidéki monopolistának minden körülmények közt érdeke az integráció.
32. Ha a torkolatvidéki termelési eljárás tökéletesen kiegészítő tényezőket használ fel, akkor
    a) a forrásvidéki monopolista mindig ösztönözve van a vertikális integrációra, ha a torkolatvidéki vállalat tökéletes versenyző (feltéve, hogy profitnövekedése meghaladja az integráció költségeit);
    b) a forrásvidéki monopolista profitoldalról nincs ösztönözve a vertikális integrációra, ha a torkolatvidéki vállalat tökéletes versenyző;
    c) a torkolatvidéki vállalat értékesítése a kétszeres haszonkulcs következtében mindig kisebb lesz az optimálisnál;
    d) a forrásvidéki és a torkolatvidéki vállalat Stackelberg-modell szerinti versenyt folytat.
33. Két vállalat vertikális fúziója „versenybarát” lehet (azaz közelebb hozza a piaci helyzetet a tökéletes versenybeli ár-mennyiség helyzethez),
    a) ha mind a forrásvidéken, mind a torkolatvidéken tökéletesen versenyző vállalatról van szó, és köztük nincs más vállalat a vertikális láncban;
    b) ha a két vállalat a vertikális láncban egymástól nagyon távol helyezkednek el, és tökéletesen versenyzők;
    c) ha forrásvidéki és torkolatvidéki monopol vállalatról van szó.
    d) Két vállalat fúziója sose lehet „versenybarát”.

34. Tegyük fel, hogy a ceruzákat radírral együtt értékesítik az írószerpiacon (egy radírt és egy ceruzát értékesítenek együtt), ugyanakkor mind a radírgyártó forrásvidéki piac, mind pedig a ceruzákat előállító torkolatvidéki piac monopóliumként működik. Amennyiben a későbbiekben a radírgyártó és a ceruzagyártó vállalatok egyesülnek, akkor az együttes profit
    a) növekszik, csakúgy mint a ceruzák eladási ára;
    b) csökken, de a ceruzák eladási ára növekszik;
    c) növekszik, de a ceruzák eladási ára csökken;
    d) csökken, csakúgy mint a ceruzák eladási ára.
35. Amennyiben egy oligopol piacon a vállalatok titkos szerződésben az együttes profit maximalizálásában egyeznek meg (és így valamennyi vállalat nyereséges), akkor az egyes vállalatok ösztönzést érezhetnek arra, hogy egyoldalúan
    a) árat csökkentsenek;
    b) árat emeljenek;
    c) csökkentsék az általuk termelt mennyiséget.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.
36. Egy piacon, amelyen a kereslet a $P = 100 - Q$ függvénnyel adható meg, három egyforma vállalat tevékenykedik, amelyek zérus költség mellett termelnek. Tegyük fel, hogy a három vállalat közül kettő egyesül. Amennyiben az adott iparágban mind az egyesülés előtt, mind pedig az egyesülés után Cournot-oligopólium valósul meg, akkor
    a) az egyesült vállalat biztosan magasabb profitot realizál, mint amekkorát az egyesülés előtt a két vállalat összességében elért;
    b) az egyesült vállalat biztosan alacsonyabb profitot realizál, mint amekkorát az egyesülés előtt a két vállalat összességében elért;
    c) az egyesült vállalat ugyanakkora profitot realizál, mint amekkorát az egyesülés előtt a két vállalat összességében elért;
    d) az egyesült vállalat pontosan kétszer akkora profitot realizál, mint amekkorát az egyesülés előtti vállalatok összességében elértek.
37. Egy horizontális fúzió következtében az egyes vállalatok, ill. vállalatrészek változatlan termelési mennyisége mellett
    a) a Herfindahl–Hirschman-index biztosan csökken;
    b) a Herfindahl–Hirschman-index biztosan növekszik;
    c) a C1-es mutató biztosan növekszik.
    d) Egyik fenti válasz se helyes.
38. Egy horizontális fúzió következtében, ha az egyes vállalatok, ill. vállalatrészek termelési mennyiségét a profitmaximalizálás feltétele alapján határozzák meg
    a) a Herfindahl–Hirschman-index biztosan csökken;
    b) a C1-es mutató biztosan növekszik;
    c) a C2-es mutató biztosan növekszik.
    d) Egyik fenti válasz se helyes.

39. Tekintsünk egy négyszereplős Cournot-oligopóliumot. Ekkor
    a) bármely két vállalatnak mindig érdekében áll egyesülni egymással, ha a vállalatok továbbra is Cournot-szereplőként viselkednek az iparágban;
    b) soha nem áll érdekében két vállalatnak egyesülni egymással, ha a vállalatok továbbra is Cournot szereplőként viselkednek az iparágban;
    c) amennyiben két-két vállalat egyesül egymással, akkor a kialakuló duopol profitok mindig nagyobbak, mint amekkorát az egyesült vállalatok az egyesülés előtt összességében elértek;
    d) elképzelhető, hogy két vállalatnak nem érdemes egyesülnie egymással, ha továbbra is Cournot-verseny valósul meg az iparágban.
40. A konglomerátum típusú fúziók
    a) esetében a vállalatok termékei egymás kiegészítői;
    b) esetében a vállalatok termékei egymás helyettesítői;
    c) esetében a vállalatok termékei nincsenek egymással piaci kapcsolatban;
    d) a horizontális és vertikális fúziókat egyaránt magukban foglalják.
41. A konglomerátum típusú fúziókhoz kapcsolódó előnyök lehetnek
    a) a választékgazdaságosságon alapuló megtakarítás;
    b) a tranzakciós költségek megtakarításából eredő költségcsökkenés;
    c) a vállalatvezetési tapasztalatok szélesebb körben történő alkalmazása.
    d) A fentiek mindegyike a konglomerátumhoz kapcsolódó előny lehet.

Vertikális korlátozások

42. A vertikális korlátozások a következő problémákra nem jelentenek megoldást:
    a) kétszeres monopolista haszonkulcs;
    b) potyázás a gyártóknál;
    c) az eladók közti koordináció hiányából fakadó externália;
    d) a teljes termelési tartományra jellemző csökkenő mérethozadék.
43. A vertikális korlátozások lehetséges negatív hatása, hogy
    a) a gyártók kartellje könnyebben fenntartható;
    b) megnehezítheti a belépést egy iparágba;
    c) minden esetben csökkenti a fogyasztók jólétét;
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
44. Az alábbiak közül nem tartozik a vertikális korlátozások közé
    a) a kiskereskedelmi ár maximalizálása;
    b) a minimális értékesítési kvóták előírása;
    c) a ragadozó ár alkalmazása;
    d) a kizárólagos értékesítési területek meghatározása.
45. A kétszeres monopolista haszonkulcs elkerülésére lehetséges vertikális korlátozás lehet
    a) a mennyiségi kikényszerítés;
    b) a kizáró árképzés;
    c) a maximális értékesítési ár megszabása.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.

46. A kiskereskedelmi árrögzítés alkalmazása
    a) megoldást jelenthet az értékesítők esetében fellépő potyautas-magatartásra;
    b) mindig csökkenti a gyártó vállalat profitját;
    c) mindig csökkenti az értékesítő vállalatok profitját.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
47. Egy gyártó vállalat az alábbi eszközzel esetleg elkerülheti a termékét forgalmazó kiskereskedők között kialakuló potyázást, ha
    a) kiskereskedelmi árrögzítést alkalmaz;
    b) maga végzi a terméke reklámozását a forgalmazók helyett;
    c) kizárólagos területi értékesítőket jelöl ki;
    d) Az összes fenti válasz helyes.
48. Ha a termelő monopolista kiskereskedelmi árrögzítést alkalmaz, akkor
    a) ösztönözheti a termékét forgalmazó kiskereskedőket a termék reklámozására;
    b) mindenképpen csökkenti a termékét forgalmazó kiskereskedők profitját;
    c) azzal csökkenti az újabb kiskereskedők belépési korlátait;
    d) azzal új termelőket vonz a piacra.
49. Egy termék gyártója arra kívánja ösztönözni forgalmazóit, hogy marketingtevékenységet végezzenek (például bemutatótermeket hozzanak létre, személyre szabott szolgáltatásokat vezessenek be stb.). Ennek egy lehetséges módja az lenne, ha a termék gyártója
    a) a kiskereskedelmi árat egy minimális szinten rögzítené;
    b) a kiskereskedelmi árat egy maximális szinten rögzítené;
    c) kizárólagos területi forgalmazókon keresztül értékesítené termékét.
    d) Mind az a) mind a c) igaz.
50. Ha a monopolista termelő maga értékesíti az általa előállított terméket, akkor
    a) magasabb profitot is elérhet, mintha egy kiskereskedőn keresztül tenné ezt;
    b) biztosan alacsonyabb profitot ér el, mintha egy kiskereskedőn keresztül tenné ezt;
    c) profitja pontosan megegyezik a kiskereskedőnek szabott optimális kétrészes ár esetén jelentkező nyereségével;
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.
51. Egy bizonyos gyártó vállalat kiskereskedőkön keresztül értékesíti termékét a fogyasztók számára. Ilyen esetekben
    a) előfordulhat, hogy egyes eladók potyázni fognak más eladókon;
    b) mindig kétszeres monopolista haszonkulcs keletkezik;
    c) kiskereskedelmi árrögzítéssel a gyártó vállalat a kiskereskedőket reklámtevékenységre ösztönözheti.
    d) A fentiek közül pontosan két válasz helyes.

52. Ha egy monopolista termelő optimális kétrészes árat szab a termékét értékesítő kiskereskedőnek, akkor
    a) a kiskereskedő mindig veszteséget szenved el a termék értékesítésekor;
    b) profitját arra a szintre emelheti, mintha maga értékesítené a terméket a fogyasztóknak;
    c) a kiskereskedő nem ér el profitot;
    d) Mind a b) mind a c) válasz igaz.
53. A vertikális korlátozások csökkenthetik a társadalmi jólétet, mivel
    a) elősegíthetik az összejátszást;
    b) korlátozhatják a belépést;
    c) növelhetik a versenytársak költségét;
    d) mindhárom jólétcsökkentő hatás előfordulhat.

Tartós termékek értékesítése

54. Tartós termékek termelése esetén
    a) a monopólium profitja mindig nagyobb eladás, mint bérbeadás esetén;
    b) a monopólium profitja értékesítés esetén mindig ugyanakkora, mint bérbeadás mellett;
    c) a monopólium profitja bérbeadás esetén lehetséges, hogy nagyobb, mint értékesítés esetén;
    d) a monopólium mindig rosszabbul jár, mintha ugyanazt a terméket kevésbé tartós minőségben állítaná elő.
55. Egy tartós terméket gyártó monopólium
    a) mindig jobban jár, ha termékét kiskereskedőkön keresztül értékesíti, mintha ő maga értékesítené azt;
    b) mindig rosszabbul jár, ha a termékét kiskereskedőkön keresztül értékesíti, mintha ő maga értékesítené azt;
    c) számára elképzelhető, hogy közömbös, hogy bérbe adja az adott terméket, vagy eladja azt, akár kiskereskedőkön keresztül, akár közvetlen értékesítés formájában;
    d) mindig jobban jár, ha bérbe adja termékét, mintha bármilyen módon értékesítené.
56. Egy tartós jószágot termelő monopólium egyetlen értékesítőn keresztül értékesíti termékét. Ekkor
    a) a termelő monopóliumnak érdekében állhat a termék értékesítése, de az értékesítőnek mindig a bérbeadás a kifizetődő;
    b) a termelő monopóliumnak érdekében állhat a termék bérbe adása, de az értékesítőnek mindig az eladás a kifizetődő;
    c) elképzelhető, hogy kétszeres monopolista haszonkulcs keletkezik;
    d) úgy a termelőnek, mint az értékesítőnek az eladás mindig magasabb profitot eredményez, mint a bérbeadás.
57. A tartós jószágokkal kapcsolatos Coase-sejtés szerint
    a) a tartós terméket értékesítő monopólium kisebb piaci erővel rendelkezik, mint a tartós terméket bérbe adó monopólium;

b) a tartós terméket bérbe adó monopólium kisebb piaci erővel rendelkezik, mint a tartós terméket értékesítő monopólium;
c) a tartós terméket bérbe adó monopólium mindig tökéletes versenyzőként viselkedik;
d) a tartós terméket értékesítő monopólium mindig tökéletes versenyzőként viselkedik.

58. Amennyiben a tartós terméket előállító monopólium nem tud hihetően elköteleződni egy olyan politika mellett, mely szerint terméke élettartama alatt már nem fog többet termelni, akkor
a) várható, hogy a piacra újabb vállalatok lépnek;
b) a monopólium saját versenytársává válik;
c) termékét a vevők idő előtt leselejtezik.
d) Mindhárom fenti állítás igaz.

Reklámozás

59. A tájékoztató reklámozás
a) csökkenti a vásárlás tranzakciós költségeit;
b) növeli a vállalatok termelési költségeit, ezáltal csökkenti a piaci kínálatot;
c) jóléti szempontból kevésbé kívánatos, mint a meggyőző reklámozás;
d) mindhárom válasz igaz.

60. Melyik hamis az alábbi állítások közül?
a) a meggyőző reklámozás valószínűleg csökkenti a kereslet rugalmasságát;
b) a meggyőző reklámozás megnehezítheti a versenytársak piacra lépését;
c) a meggyőző reklámozás növelheti a termék differenciáltságát;
d) a meggyőző reklámozás mindig növeli a társadalmi jólétet.

61. A reklámozás
a) nem változtatja meg a kereslet árrugalmasságát;
b) növeli a kereslet árrugalmasságát;
c) csökkenti a kereslet árrugalmasságát;
d) növelheti és csökkentheti is a kereslet árrugalmasságát, a reklám típusától függően.

62. Meggyőzésre törekvő reklámozás esetén oligopolisztikus piacot feltételezve
a) a reklámozás szintjének növelése növeli a társadalmi jólétet;
b) létrejöhet egy fogolydilemma-szerű szituáció, ami túlzott mértékű reklámozáshoz vezet;
c) elképzelhető, hogy a reklámozás szintje kisebb, mint a társadalmilag optimális szint;
d) a b) és c) válasz is helyes.

63. A Dorfman-Steiner feltétel szerint a monopólium profitmaximumában a reklámozási intenzitás (a reklámra fordított kiadás és a vállalati bevétel aránya) megegyezik
a) a kereslet reklámozás szerinti rugalmasságának és árrugalmasságának hányadosával;

b) a kereslet árrugalmasságának és reklámozás szerinti rugalmasságának a hányadosával;
c) a kereslet árrugalmasságának és a reklámozás átlagköltségének hányadosával;
d) a kereslet árrugalmasságának és a reklámozás fixköltségének hányadosával.

9.2. Számítási feladatok

Belépéstől való elrettentés, ragadozás

1. Egy piacon, ahol egy $TC(Q) = \frac{Q^3}{3} - 2Q^2 + 5Q$ költségfüggvényű monopólium értékesít, az inverz keresleti függvény $p = 15 - \frac{2}{3}Q$.
   a) Határozzuk meg a monopólium által szabott árat, amennyiben a piaci pozícióját nem fenyegeti másik vállalat belépése!
   b) Ha a monopol pozícióját a vállalat úgy érte el, hogy ragadozó árat alkalmazott, akkor milyen tartományban volt az ár?
   c) Határozzuk meg azt a termelt mennyiséget és árat (kizáró ár), amellyel a monopólium távol tudja tartani a piactól az övével azonos költségfüggvényű belépni szándékozó vállalatot feltéve, hogy a belépni szándékozó vállalat azt gondolja, hogy a monopólium nem változtat a termelt mennyiségén!
2. Egy piacon egyetlen vállalat tevékenykedik. A piacon az inverz kereslet: $p = 100 - 2Q$, a vállalat költségfüggvénye pedig $C(Q) = (\frac{10}{3})Q^3 - 12Q^2 + +70Q$.
   a) Határozzuk meg a monopólium által termelt mennyiséget és a felszámított árat, amennyiben nem folytat stratégiai viselkedést (vagyis monopóliumként tevékenykedik a piacon)!
   b) Tegyük fel, hogy egy ugyanilyen költségviszonyokkal rendelkező vállalat a piacra való belépést fontolgatja. Mekkora árral tudja a piacon lévő vállalat távol tartani a belépni szándékozó vállalatot a piactól, feltéve, hogy a monopólium nem változtatja meg a termelését a másik vállalat belépése esetén sem?
3. Egy piacon a jelenleg még egyedül tevékenykedő vállalat költségfüggvénye $C(Q) = 200 + 2Q^2$. Egy másik vállalat is szeretne belépni a piacra, amely a következő költségfüggvénnyel jellemezhető: $C(q) = 200 + 800q$. A piaci kereslet: $p = 1000 - Q$, és itt Q a teljes eladott mennyiséget jelöli. Tegyük fel, hogy a bent lévő vállalat $p = 780$-as árat állapít meg, és ezen az áron a teljes piaci keresletet kielégíti.
   a) Határozzuk meg, hogy megsérti-e a vállalat az Areeda–Turner-szabályt (azaz határköltség alatti áron értékesít-e)?
   b) Hogyan változik az előző kérdésre adott válasz, ha a határköltséget az átlagos változó költséggel közelítjük?

4. Tekintsünk egy kétidőszakos játékot! Ha a piacon lévő A vállalat beengedi a B vállalatot a piacra valamelyik időszakban, akkor a kérdéses időszakban mindkét vállalat $\pi^D = 100$ duopol profitra tesz szert. Ha az A vállalat az első időszakban engedi be a B vállalatot, akkor a második időszakban már nem tudja kizárni (bár a B vállalat önként elhagyhatja a piacot). Ha mindketten jelen vannak a piacon a második időszakban is, akkor a profitok nominális értéke az első időszaki nominális profitértékekkel azonos. Ha az A vállalat egyfajta belépést akadályozó árazást alkalmaz az első időszakban, akkor ebben az időszakban mindkét vállalat 18 egységnyi veszteséget szenved el, a második időszaki nominális profitjuk azonban már 100–100 lesz. Tegyük fel, hogy az A vállalatnak vannak tartalékai, így el tudja viselni a veszteséget, a B vállalat viszont csak akkor képes azt túlélni, és továbbra is a piacon tevékenykedni, ha bankkölcsönt tud szerezni, amelynek a valószínűsége ρ. Ha nem kapja meg a kölcsönt, akkor elhagyja a piacot, és a második periódusban az A vállalat monopóliumként tevékenykedve $\pi^M = 800$ nagyságú profitra tesz szert. A diszkontfaktor mindkét vállalat számára $\delta = 0,9$.
   a) Mekkora lesz az A vállalat profitjának a jelenértéke, ha beengedi a B vállalatot az első időszakban a piacra (nem alkalmaz belépést akadályozó árazást)?
   b) Mekkora lesz az A vállalat várható profitja a második időszakban, valamint összprofitjának a jelenértéke, ha az első periódusban belépést akadályozó árképzést alkalmaz?
   c) Mekkora ρ valószínűség mellett éri meg az A vállalatnak a belépést akadályozó árazás?
5. Egy piacon a most még monopol helyzetben levő vállalat költségfüggvénye $C(q_1) = 10q_1$. Egy másik vállalat is szeretne belépni a piacra, amely a következő költségfüggvénnyel rendelkezik: $C(q_2) = 400 + 10q_2$ (ahol 400 a piacra lépés költsége). A piaci inverz keresleti függvény $p = 100 - Q$, ahol Q a piacon értékesített összes mennyiséget jelöli. Mekkora ebben az esetben az a termelési szint, amellyel a bennlévő vállalat távol tudja tartani a belépni szándékozót, feltéve, hogy a belépni szándékozó vállalat úgy gondolja, a bent lévő a belépés után sem változtat a termelési mennyiségén?
6. Napjainkig az országban egyedül a Gumimaci Zrt. gyártott gumicukrot, most azonban egy potenciális versenytárs, a Tuttifrutti Kft. is szeretne belépni a piacra. Tegyük fel, hogy a Gumimaci Zrt. $C(q_G) = 6q_G$ költségfüggvénnyel képes gumicukrot gyártani, míg a Tuttifrutti Kft., amennyiben piacra lép, $C(q_T) = 100 + 12q_T$ költségfüggvénnyel rendelkezik. A gumicukrok iránti inverz piaci kereslet $p(Q) = 120 - Q$, ahol Q a két vállalat által együttesen értékesített mennyiséget jelöli. Tegyük fel, hogy először a Gumimaci Zrt. hozza meg a mennyiségre vonatkozó döntését, és a Tuttifrutti Kft. ezt megfigyelve dönt arról, hogy belép-e a piacra, és ha igen, mennyit termel. Mindkét vállalat a jelenleg elérhető profitja alapján hozza meg döntését, az esetleges jövőbeli profitokat figyelmen kívül hagyják.

a) Határozzuk meg a Gumimaci Zrt. által értékesített gumicukor mennyiséget és a vállalat profitját, ha nem folytat stratégiai viselkedést a Tuttifrutti Kft. piacra lépésének megakadályozása érdekében!
b) Mekkora mennyiségű gumicukrot kell termelnie a Gumimaci Zrt.-nek ahhoz, hogy a Tuttifrutti Kft.-nek ne legyen érdemes piacra lépnie?
c) Melyik esetben jár jobban a Gumimaci Zrt.?

7. Tekintsünk egy piacot, ahol a kereslet $Q = 85-p$. A piacon egyetlen vállalat tevékenykedik, és egy másik vállalat is szeretne belépni a piacra. Mindkét vállalat határköltsége $MC = 5$. Mindkét vállalat termelésének fix költsége nulla, de a piacra lépés költsége a belépni szándékozó vállalat számára F. Először a piacon lévő vállalat dönt arról, hogy mennyit termeljen, majd a belépni szándékozó vállalat ezt megfigyeli, és meghozza a saját termelési döntését. Mindkét vállalat csak a jelenleg elérhető profitja alapján dönt.
   a) Amennyiben $F = 36$, mekkora termelési mennyiséggel tudja a piacon lévő vállalat megakadályozni a másik vállalat belépését? Megéri-e ezt a kiszorító magatartást folytatni?
   b) Hogyan változnak az előző kérdésre adott válaszok, ha $F = 25$?
   c) Mekkora az az F érték, amely mellett semmiképpen nem érdemes a belépni szándékozó vállalatnak piacra lépnie?

8. Tekintsünk egy piacot, ahol a kereslet $Q = 28 - p$. A piacon egyetlen vállalat tevékenykedik, és egy másik vállalat is szeretne belépni a piacra. Mindkét vállalat határköltsége $MC = 4$. Mindkét vállalat termelésének fix költsége nulla, de a piacra lépés költsége a belépni szándékozó vállalat számára F. Az első időszakban a piacon lévő vállalat dönt arról, hogy mennyit termeljen, a második időszakban a belépni szándékozó vállalat ezt megfigyeli, és meghozza a saját termelési döntését. Mindkét vállalat kizárólag a jelenleg elérhető profitja alapján dönt.
   a) Amennyiben a piacon lévő vállalat nem folytat stratégiai viselkedést, hanem Stackelberg-követőként beengedi a másik vállalatot a piacra, mekkora profitot ér el?
   b) Amennyiben $F = 4$, mekkora termelési mennyiséggel tudja a piacon lévő vállalat megakadályozni a másik vállalat belépését? Megéri-e ezt a kiszorító magatartást folytatni?
   c) Mekkora az az F érték, amely mellett nem szükséges stratégiai viselkedés ahhoz, hogy a potenciális belépő távolmaradjon a piactól? (Milyen F érték esetén áll fenn a blokkolt belépés esete)?

9. Tegyük fel, hogy egy jelenleg még egyvállalatos piacra egy másik, differenciált terméket gyártó vállalat is szeretne belépni. Amennyiben a belépés megtörténik, akkor a keresleti függvények a következőképpen alakulnak: $q_1 = 300 - 2p_1 + p_2$ és $q_2 = 300 - 2p_2 + p_1$. Amennyiben a 2. vállalat nem lép be a piacra, akkor az 1. terméket gyártó vállalat terméke iránti kereslet: $q_1 = 300 - p_1$. A terméket mindkét vállalat nulla határköltség mellett termeli. A 2. vállalatnak azonban 12 800 piacra lépési költséggel kell számolnia. Ha a 2. vállalat belép a piacra, akkor az 1. vállalat árdöntését megfigyelve hozza meg saját árdöntését. Mindkét vállalat csak a jelenleg elérhető profitja alapján dönt.

a) Határozzuk meg a vállalatok által szabott egyensúlyi árakat és a vállalatok profitját, amennyiben az 1. vállalat nem akadályozza a 2. vállalat belépését!
b) Mekkora árral tudja megakadályozni az 1. vállalat a 2. vállalat piacralépését?
c) Melyik esetben jár jobban az 1. vállalat?

10. Az egyetem vezetősége elhatározta, hogy a vizsgaidőszak után nagyszabású ünnepséget rendez a mikroökonómia-világbajnokságról rendkívüli sikerekkel hazatérő diákjai számára. Két cégnek is az az ötlete támad, hogy emlékpólókat fognak árusítani az eseményen. Tegyük fel, hogy a különböző vállalatok által gyártott pólók egyformák, és hogy mindkét vállalat korlátlan mennyiségű pólót képes legyártani (nincs kapacitáskorlátjuk). A pólók iránti keresletet mindkét vállalat elemzői $Q = 10\,000 - p$-re becsülik (ahol Q az együttesen értékesített pólók száma, p pedig az ár forintban), és mindkét vállalat 4000 Ft-os átlagköltséggel tudja a pólókat legyártani. Az első vállalatot azonban jóval az esemény előtt megkeresi egy feltaláló, aki olyan pólókészítő technológiát dolgozott ki, amelynek használata esetén az átlagköltség 1000 Ft-ra csökken, és felajánlja, hogy 15 millió Ft-ért rendelkezésére bocsátja (a második vállalatnak nincs ilyen lehetősége).
a) Határozzuk meg, hogy amennyiben az ünnepség alatti pólópiacon Cournot-duopólium alakul ki, megéri-e az 1-es vállalatnak fizetni a hatékonyabb technológiáért!
b) Hogyan változik az előző kérdésre adott válasz, amennyiben a pólópiac inkább Bertrand-duopóliummal írható le?

11. Egy vállalat a piacon monopolhelyzetben van, és így havonta 400 000 Ft monopolista profitra tesz szert. Egy másik vállalat is szeretne belépni a piacra, s ha így tesz, Cournot-duopólium alakul ki. Ekkor az együttesen elérhető profit 300 000 Ft-ra csökken, mely megfeleződik a vállalatok közt.
a) Érdemes-e a bent lévő vállalatnak támogatnia egy olyan kormányzati intézkedést, amely az iparág minden vállalatát környezetvédelmi beruházásokra kötelezi, melynek következtében mindkét vállalat költsége 200 000 Ft-tal emelkedik?
b) Mekkora az a maximális költségnövekedés, amelyet még támogat a bent lévő vállalat?

12. Egy vállalat egy adott termék piacán monopol helyzetben van, így 1 000 000 Ft profitot ér el évente. Egy másik vállalat szeretne belépni a piacra, és amennyiben sikeresen belép, akkor Cournot-duopólium alakul ki, ahol az éves iparági profit 750 000 Ft, melyet a vállalatok megfeleznek.
a) Megéri-e támogatnia az inkumbens vállalatnak egy olyan adótörvényt, mely minden az iparágban szereplő vállalat profitját 400 000 Ft-tal csökkenti?
b) Hogyan változik az előző kérdésre adott válasz, amennyiben a vállalatok végtelen időszakon át a korábban kiszámolt éves profitot kapják, $r = 0,05$-ös piaci kamatláb mellett?

13. Egy iparágban egy monopol vállalat működik, aki az alábbi inverz keresleti összefüggéssel szembesül: $p = 100-2q$. Egy másik vállalat szeretne belépni a piacra, melynek sikeres belépése esetén Cournot-duopólium lesz a piacon. A vállalatok azonos $c = 10$ átlagköltséggel termelnek.
    a) Határozzuk meg a vállalatok profitjait arra az esetre amikor csak az inkumbens vállalat, illetve amikor mind a két vállalat a piacon van!
    b) Vizsgáljuk meg, hogy érdemes-e az inkumbens vállalatnak egy olyan környezetvédelmi szabályozást támogatni, amely mindkét vállalat fix költségét 300 egységgel megemeli?
    c) Mekkora lenne az a minimális illetve maximális költségnövekedés, amit az inkumbens vállalat még támogatna?
14. Egy megtámadható piacra, ahol az A vállalat $TC(q_A) = 25q_A + 10$ költségfüggvénnyel monopóliumként működik az első időszakban, a második időszakban a $TC(q_B) = 40q_B + 20$ költségfüggvénnyel rendelkező B vállalat is szeretne belépni. Tekintsük az alábbi kétidőszakos játékot: az első időszakban a piacon bent lévő vállalat dönt arról, hogy támogat-e egy olyan kormányzati intézkedést, amely minden piacon levő vállalat profitját X egységgel csökkenti a második időszakban. A második időszakban ezzel a döntéssel szembesülve a B vállalat eldönti, hogy belép-e a piacra, vagy sem (amennyiben belép, Cournot-duopólium alakul ki, amennyiben nem lép be, az A vállalat továbbra is monopólium marad). Mekkora összegű költségnövekedést támogat az A vállalat, ha a piaci inverz keresleti függvény $p = 100 - 3Q$ (ahol Q az összes értékesített mennyiséget jelöli)?
15. Egy termék piacán két vállalat működik. Az egyik vállalat már régebb óta működik a piacon, ezért erőfölénnyel rendelkezik, így Stackelberg-vezetőként viselkedik. A másik vállalat követő magatartást folytat. A piacon az általuk termelt termékkel szemben megnyilvánuló kereslet $P = 50 - Q$, a vállalatok egy terméket azonos, $AC = 5$-ös átlagköltség mellett termelnek.
    a) Mekkora lesz a piaci ár, az egyes vállalatok által értékesített mennyiség és az elért profit, ha egy időszakot feltételezünk?
    b) Vizsgáljuk meg most, mi történik, ha két időszak áll rendelkezésre, ahol az egyik lehetőség, hogy a vállalatok nem tesznek stratégiai lépéseket és kétszer egymás után Stackelberg-játékot játszanak, a másik lehetőség pedig, hogy a vezető vállalat olyan mennyiségű kibocsátást választ az első időszakban, hogy a követő vállalat 0 profitot érjen el, és így kilépjen a piacról. Ekkor a második időszakban a vezető vállalat már egyedül lesz a piacon, és monopol árazást alkalmazhat. Határozzuk meg a vezető és a követő vállalat által elérhető profitokat a két időszakban! Tegyük fel, hogy a piaci kamatláb zérus.
    c) Vizsgáljuk meg azt a lehetőséget, hogy mi történik akkor, ha a vezető vállalat az első időszakban nem kiszorítja a követő vállalatot, hanem annak felvásárlási ajánlatot tehet! Mekkora profitot érne el ekkor a fúzióval létrejött új vállalat? Melyik esetben jár jobban a vezető vállat, ha kiszorítja a követőt, vagy ha felvásárolja? Továbbra is tételezzük fel, hogy a piaci kamatláb zérus.

16. Egy piac keresleti függvénye $Q = 100 - 0,5p$. A piacon két vállalat tevékenykedik, melyek viselkedése Stackelberg-módot követ. A vállalatok azonos, $AC = 10$-es átlagköltséggel termelnek.
    a) Határozzuk meg a piaci árat, az egyes vállalatok által értékesített mennyiségeket és az elért profitokat, ha egy időszakot feltételezünk!
    b) Vegyünk most két időszakot, és tegyük fel, hogy a vezető vállalat előtt két lehetőség maradt a tulajdonosok utasításai alapján: vagy az első időszakban felvásárolja a követőt, vagy kiszorítja azt (az első időszakban olyan kibocsátási szint mellett köteleződik el, amely mellett a követő nem érhet el profitot, így a követő a második időszakra kilép a piacról), és a második időszakban monopóliumként folytatja tevékenységét. A követő vállalat tulajdonosai azonban cégüket csak legalább $4600,25$ Fabatkáért hajlandóak értékesíteni. Melyik stratégiát fogja a vezető vállalat választani a fenti feltételek mellett? Tegyük még fel, hogy a piaci kamatláb zérus.
17. Egy piac inverz keresleti függvénye $p = 200 - Q$. A piacon jelenleg két vállalat van, akik Stackelberg duopóliumot alkotnak. Mindkét vállalat átlagköltsége: $AC = 20$.
    a) Határozzuk meg, hogy egy időszakos Stackelberg duopólium esetén mekkora a vállalatok termelése, valamint a piaci ár?
    b) Tekintsünk egy két időszakos játékot, ahol két lehetőség képzelhető el. Az egyik szerint a két vállalat egymás után lejátssza a Stackelberg-játékot. A másik lehetőség, hogy a vezető vállalat akkora kibocsatás mellett dönt az első időszakban, hogy a versenytársa kilép a piacról, így a második időszakban egyedül marad a piacon és monopolistaként tevékenykedik. Határozzuk meg ebben az esetben a vezető vállalat kibocsátását a két időszakban, valamint az összes profitját, amennyiben a diszkontfaktor egy!
    c) Tegyük fel, hogy az első időszak elején a vezető vállalatnak lehetősége van arra, hogy felvásárolja a követő vállalatot. Mekkora összegért hagyja magát a követő vállalat felvásárolni?
    d) Melyik esetben jár jobban a vezető vállalat, ha kiszorítja, vagy ha felvásárolja a versenytársát?
18. Egy termék piacán egy monopólium működik, ám egy új vállalat készül betörni a piacra $F = 50$ belépési költséggel. Az új belépő mellett a piacon Stackelberg-duopólium alakul ki. Az inkumbens vállalat korábban felépített hírneve miatt vezetőként, míg a belépő követőként viselkedik. A piac inverz kereslete $P = 100 - 4Q$, a vállalatok egy terméket konstans 10 fabatkáért termelnek meg. A vállalatok 2 időszakon át működnek, a piacon érvényesülő kamatláb $r = 0,05$. Tegyük fel, hogy a vezető vállalat az első időszak elején választhat, hogy elköteleződik egy olyan kibocsátási szint mellett, ahol a belépő már nem érhet el pozitív profitot, így az egyik időszakban sem lép piacra. A másik lehetősége, hogy a már korábban megismert Stackelberg-viselkedést követi két időszakon át. Határozzuk meg a vezető vállalat által követett stratégiát és a profitokat!

19. Egy megtámadható piacon az A vállalat monopóliumként működik az első időszakban. A második időszakban a B vállalatnak is lehetősége van belépni a piacra. Amennyiben a piacon bennlévő A vállalat az első időszakban növeli a kibocsátását, munka közbeni tanulás révén csökkentheti a termelési költségét. A két vállalat lehetséges akcióit és a megfelelő kifizetéseket (a két időszak diszkontált profitösszegét) az alábbi táblázat mutatja:

		B vállalat belép	*B vállalat* nem lép be
A vállalat	magas kibocsátás	100; −20	X; 0
	alacsony kibocsátás	150; 50	200; 0

A termelés a 2. időszak után biztosan megszűnik. Mekkora X mellett lesz a magas kibocsátás részjáték-tökéletes egyensúlyi stratégia?

20. Tegyük fel, hogy egy piac két perióduson át működik. Az első periódusban az A vállalat monopóliumként tevékenykedik, a második periódusban pedig a B vállalat is belép a piacra, és ekkor Cournot-duopólium alakul ki. Az A vállalat költségfüggvénye az első periódusban $C(q_{A_1}) = 4q_{A_1}$, a második periódusban azonban az első periódusbeli tanulás miatt csökkenhetnek a költségei az alábbiak szerint: $C(q_{A_2}) = 4q_{A_2} - 0,5q_{A_1}q_{A_2}$. A B vállalat második periódusbeli költségfüggvénye $C(q_{B_2}) = 4q_{B_2}$. A piaci keresleti függvény mindkét periódusban $Q = 10 - p$. Tegyük fel, hogy a diszkontfaktor 1. A termelés a 2. időszak után biztosan megszűnik. Mutassuk meg, hogy az A vállalatnak az első periódusban érdemes eltérnie a monopolista termelési mennyiségtől! Mennyit termelnek a vállalatok az egyes periódusokban?

21. Egy megtámadható piacon az A vállalat monopóliumként működik az első időszakban. A második időszakban a B vállalatnak, amelyik pillanatnyilag egy másik piacon tevékenykedik, lehetősége van belépni erre a piacra is. Az A vállalat kiépíthet egy rugalmatlan technológiát az első időszakban annak érdekében, hogy a potenciális belépőket elriassza, de ez költségekkel jár. A két vállalat lehetséges akcióit és a megfelelő kifizetéseket – a kétidőszaki diszkontált profitösszegeket – az alábbi táblázat mutatja:

		B vállalat belép	*B vállalat* nem lép be
A vállalat	Rugalmas technológia	2500; 1000	6000; 200
	Rugalmatlan technológia	2000; 100	3000; 200

A termelés a 2. időszak után megszűnik. Írjuk fel a játék extenzív formáját! Határozzuk meg, hogy érdemes-e az A vállalatnak kiépíteni a rugalmatlan technológiát valamint, hogy belép-e a B vállalat a piacra?

22. Egy piacra, ahol az inverz keresleti függvény minden évben $p = 300-Q$, két vállalat szeretne belépni, amelyek 0 átlagköltséggel termelnek. Amennyiben mindkét vállalat belép a piacra, Cournot-verseny alakul ki. Az 1. vállalatnak azonban kapcsolatai révén lehetősége van arra, hogy lobbizzon

a kormányzatnál annak érdekében, hogy megakadályozza vagy késleltesse a másik vállalat belépését. Tegyük fel, hogy végtelen periódusig tevékenykedhetnek a piacon és az éves kamatláb 10%.

a) Mekkora összeget hajlandó az 1. vállalat lobbitevékenységre fordítani, ha ezáltal képes megakadályozni a 2. vállalat piacralépését?
b) Mekkora összeget hajlandó kifizetni akkor, ha nem tudja megakadályozni, csak egy évvel késleltetni a másik vállalat piacralépését?

23. A Varázslatos Erdőben két cukrászda működik, az egyiket a Farkas, a másikat pedig a Nyuszika üzemelteti. Kettejük között komoly verseny alakult ki a többi állatért (fogyasztókért). Azonban a Farkas tudja, hogyha ragadozó árképzést folytatna, melyet (a Bagoly által vezetett) Erdei Versenyhivatal nem vesz észre, akkor Nyuszika 3 év múlva csődbe megy, és így a Farkas már a 3. évtől kezdve, mint örök monopolista értékesítheti sütéményeit az erdei piacon. A ragadozó árképzés, mely jövőre kezdődhet, évi 10000 tallér veszteséget okoz, az Erdőben a piaci kamatláb minden évben $r = 0,15$. Mekkora éves profitot kell a Farkasnak elérnie a Nyuszika által üzemeltetett cukrászda kiszorítása után, hogy megérje számára ragadozó stratégia?

24. Az előző feladatban definiált Erdei gazdaságban a Farkas alaposabb elemzéseket folytatott, és kiderült, hogy Nyuszika kiszorítása után évi 30455,58 tallér nyereségre számíthat. Ezzel szemben Nyuszika kijelentette, hogy utolsó tallérjáig küzd a piacon maradásért. Hány éven át érdemes a Farkasnak Nyuszika kiszorításáért küzdenie? Farkas már abban az évben monopolista lesz, amikor Nyuszika kiszorul a piacról. Hogyan változik a megoldás, ha profitvárakozások megváltozása miatt az erdőben várható piaci kamatláb $r = 0,2$-re módosul?

25. Egy piacon, ahol az inverz keresleti függvény $p = 15-Q$, tekintsük az alábbi kétidőszakos játékot: az első időszakban a piacon lévő A vállalat dönt arról, hogy mekkora költségcsökkentő beruházást hajtson végre (amely maximum 5 egység lehet). A határköltsége fejlesztések nélkül $c = 5$, X nagyságú beruházás esetén azonban a költségfüggvénye $C(X, q_A) = (5 - X)q_A$ lesz. A beruházás költsége X^2. A második időszakban a szintén $c = 5$ határköltségű B vállalat (akinek nincs lehetősége költségcsökkentő beruházásra) az X megfigyelése után dönt arról, hogy belép-e a piacra. Amennyiben a B vállalat így tesz, F nagyságú ($F \leq 4$) belépési költséggel szembesül, és a piacon Cournot-duopólium alakul ki. A termelés a második időszak után megszűnik, a diszkonttényező 1.

a) Tegyük fel, hogy az A vállalat megtűri a B vállalatot a piacon (nem próbálja megakadályozni a belépését). Mekkora ebben az esetben számára az optimális költségcsökkentő beruházási szint?
b) Legalább mekkora beruházási szinttel tudja az A vállalat megakadályozni a B vállalat piacralépését, amennyiben a belépési költség $F = 3$?

26. Tekintsük a mobiltelefonok piacát, ahol tegyük fel, hogy két vállalat működik. A piacon régebb óta jelenlévő Körte Zrt., illetve a fiatalabb Tejút Zrt. Ahhoz, hogy a vállalatok egy időszakban értékesíthessék termékeiket,

ezért a piacon töltött időszakért 150 millió fabatkát kell fizetniük liszenszdíjként a technológiai szabadalmak birtokosainak. A Körte Zrt. mivel régóta a piacon működik saját forrásból tudja fedezni a liszenszdíjakat, míg a Tejút Zrt.-nek ehhez bankkölcsönt kell kérnie. A Tejút Zrt.-nek a Körte Zrt. tevékenységétől függetlenül 50% esélye van, hogy a terméke nem talál megfelelő fogadtatásra, és így a hiteltörlesztés előtt nyeresége 125 millió fabatka, azonban ha a terméke pozitív fogadtatásra talál (ennek az esélye szintén 50%), akkor üzemi eredménye 250 millió fabatka. A bank a kölcsönt azon feltételek mellett adja, hogy amennyiben a Tejút Zrt. terméke sikeres 178 millió fabatkát, sikertelenség esetén pedig 125 millió fabatkát kell visszafizetnie. A Körte Zrt. üzemi eredménye, ha a Tejút Zrt. is a piacon van 200 millió fabatka, ha monopóliumként üzemelhet akkor 375 millió fabatka. Lehetősége van továbbá, hogy egy árcsökkentési akcióval (amely 100 millió fabatkányi profit feláldozásával egyenértékű) a Tejút Zrt. termékének sikeres fogadtatásának valószínűségét 30%-ra csökkentse.

a) Számíthatunk-e arra a Körte Zrt.-től, hogy megpróbálja kiszorítani versenytársát?
b) A fenti válasz ismeretében, mekkora várható nyereséggel számolhat a bank?

27. Vegyünk egy kétidőszakos játékot. Az első időszakban csak egy vállalat van a piacon (1. cég), a második időszakban pedig egy 2. cég dönt arról, hogy belépjen-e, vagy sem a piacra. Az 1. vállalat az 1. időszakban tudja, hogy a 2. időszakban fennáll a belépés veszélye. Amennyiben a 2. vállalat belép, Cournot-duopólium lesz a piacon. A 2. cég költségei ismertek mindkét vállalat előtt: határköltsége 6 egység, a belépés fix költsége 20 egység. Az 1. cég határköltségét csak saját maga ismeri biztosan, a 2. cég csak azt tudja, hogy az 1. cég határköltsége 50%-os valószínűséggel 4 egység, 50%-os valószínűséggel 7 egység. Az 1. cégnek nincs fix költsége, ezt a 2. cég is tudja. A piaci keresleti függvény mindkét időszakban külön-külön $Q = 20 - p$, és a két periódus közötti diszkontfaktor 1. A termelés a második időszak után megszűnik.

a) Tegyük fel, hogy a 2. vállalatnak nincs lehetősége arra, hogy megtudja, mennyit termelt az 1. vállalat az első időszakban. A két határköltség mellett lehetséges maximális profitjának várható értéke alapján dönt. Ez alapján milyen döntést fog hozni: belép, vagy sem?
b) Most tegyük fel, hogy a 2. vállalat ismeri az 1. vállalat 1. időszaki termelését. Legalább mekkora nagyságú termelési szintet kell az 1. cégnek választania, amennyiben határköltsége 4 egység, hogy jelezze a 2. cég felé, hogy alacsony költségű, és ezzel elrettentse a belépéstől?

28. Vegyünk egy kétidőszakos játékot. Az első időszakban a belépni kívánó vállalat meghatározza, hogy mekkora K nagyságú kapacitást épít ki, és hogy milyen P_b áron kíván értékesíteni. A második időszakban a már piacon lévő inkumbens vállalat dönt arról, hogy milyen P_i áron és mekkora Q_i mennyiséget fog értékesíteni. A piaci inverz keresleti függvény: $P = 100 - -2(Q_i + K)$. Feltesszük, hogy mindkét vállalat termelési költsége nulla,

a piacon lévő vállalatnak nincs kapacitáskorlátja, és hogy a fogyasztók az olcsóbban értékesítő vállalattól vásárolnak, amíg a kapacitáskorlát ezt engedi. A második időszak után a termelés megszűnik.

a) Tegyük fel, hogy a belépést fontolgató vállalat 20 egységnyi árat határoz meg, és 5 egységben korlátozza kapacitását. Hogyan fog dönteni a bent lévő vállalat? Mekkora lesz P_i és Q_i?

b) Tegyük fel, hogy a belépni szándékozó cég ezúttal 25 egységben határozza meg kapacitását, továbbra is 20 egységnyi ár mellett. Ezúttal hogyan dönt a bent lévő vállalat? Mekkora lesz P_i és Q_i?

29. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 100 - (q_1 + q_2)$, ahol q_1 a piacon lévő, q_2 a belépni szándékozó vállalat kibocsátása. Tegyük fel, hogy mind a munka, mind a kapacitás kiépítésének egységköltsége $w = r = 20$, és egységnyi termeléshez egységnyi munka és egységnyi kapacitás szükséges. Emellett mindkét vállalat fix költsége $F = 150$. Tegyük fel, hogy az első periódusban a bent lévő vállalat K nagyságú kapacitást épít ki, majd a második periódusban a másik vállalat ezt megfigyelve dönt arról, hogy belép-e a piacra. A második időszak után a termelés megszűnik. Amennyiben a második vállalat belép, a piacon mennyiségi verseny alakul ki.

a) Határozzuk meg a piacon lévő vállalat második periódusbeli határköltség-függvényét!

b) Határozzuk meg a bent lévő vállalat második periódusbeli reakciófüggvényét, ha Cournot vállalatként viselkedik!

c) Határozzuk meg a belépni szándékozó vállalat második periódusbeli reakciófüggvényét, ha Cournot vállalatként viselkedik!

d) Határozzuk meg, hogy a piacon lévő vállalat mennyit termelne Stackelberg-vezetőként!

e) Tegyük fel, hogy a d) esetben a bent lévő vállalat az első időszakban elkötelezi magát $K = 30$ nagyságú kapacitás mellett. Érdemes-e ekkor a másik vállalatnak piacra lépnie, és ha igen, mekkora lesz az általa termelt mennyiség?

f) Hogyan változik az előző kérdésre adott válasz, ha a bent lévő vállalat $K = 40$ nagyságú kapacitás mellett kötelezi el magát?

g) Határozzuk meg a játék egyensúlyát (az első vállalat által választott kapacitást, a vállalatok második időszaki termelését és profitját), amennyiben a 2. vállalat belépése esetén az első vállalat Stackelberg-vezető, a második Stackelberg-követő lesz, és a vállalatok F fix költsége $F = 300$; $F = 144$; $F = 16$.

30. Egy piac keresleti függvénye: $Q = 100 - 0,5p$. A piacon két azonos, $c(q) = 1000 + 80q$ költségfüggvényű vállalat tevékenykedik. Az egyik vállalat ki szeretné szorítani a másikat, ezért önkényesen $p = 70$ áron kínál $q = 55$ egység terméket. A másik vállalat se akar kiszorulni a piacról, ismeri a másik vállalat termelési döntését, és a $p = 70$ áron kielégíti a feléje irányuló reziduális keresletet.

a) Mekkora lesz az első, és mekkora a második vállalat vesztesége?
b) Ha a két vállalat azonos tartalékokkal rendelkezik, melyik fog hamarabb kiszorulni a piacról?

Vertikális integráció, vertikális korlátozás

31. Egy versenyző torkolatvidéki iparág a következő inverz kereslettel jellemezhető: $p(Q) = 10 - Q$. A versenyző vállalatok két inputot használnak: energiát (E), melynek ára e, és munkát (L), melynek ára $w = 1$. Feltesszük, hogy a mérethozadék állandó, egy egységnyi energia és egy egységnyi munka együttes felhasználásával egy egység végterméket lehet előállítani. A forrásvidéken az energiát szállító vállalat monopol helyzetben van, az energiát m állandó átlagköltségen termeli, $m = 1$.
Megéri – e a monopolistának a lefelé történő integrálódás?

32. Egy versenyző torkolatvidéki iparág a $p(Q) = 10 - Q$ inverz kereslettel néz szembe. A versenyző vállalatok két inputot használnak, energiát (E), melynek ára e, és munkát (L), melynek ára $w = 2$. A termelési függvény $q = \sqrt[4]{EL}$. A forrásvidéken az energiát szállító vállalat monopol helyzetben van, az energiát állandó m átlagköltségen termeli, és $m = 2$.
Megéri- e a monopolistának a lefelé történő integrálódás?

33. Egy termék egyetlen forgalmazója a $p = a - bQ$ inverz kereslettel szembesül. A monopol helyzetben lévő termelő által megszabott nagykereskedelmi egységár m, a forgalmazónak más költsége nincs.
a) Milyen áron fogja árulni a monopol forgalmazó a terméket?
b) Mekkora m árat fog kérni a termelő, ha a határköltsége c?
c) Ha a termelő képes megszabni a kiskereskedelmi árat is, mekkora lesz m és p?

34. Adott egy kizárólagos területi forgalmazói szerződéssel rendelkező kereskedő, aki a termékét egy monopolista gyártótól szerzi be. A termék iránt a fogyasztók kereslete $p = 50 - Q$. A gyártó a termékéért m árat kér a forgalmazótól, melyet $c = 4$ konstans átlagköltség mellett állít elő.
a) Határozzuk meg a piaci árat, illetve mennyiséget!
b) Mekkora profitot ér el a kiskereskedő és a termelő?
c) Mekkora lenne az iparági profit, ha a terméket a gyártó monopólium értékesítené?

35. Egy terméket egy monopol helyzetben lévő vállalat gyárt és egy szintén monopol helyzetben lévő kereskedő értékesít, egy olyan piacon, ahol a fogyasztók inverz kereslete $p = 44 - 2Q$. A kereskedő termékegységenként m beszerzési áron vásárolja meg a terméket a termelőtől, emellett egyéb költségei nincsenek.
a) Határozzuk meg m függvényében, hogy mekkora árat kér a forgalmazó a termékért!
b) Határozzuk meg a termelő által kért m árat, ha a termék előállításának határköltsége $c = 6$!
c) Határozzuk meg a termék p végfelhasználói árát, amennyiben a termelő vállalat képes a kiskereskedelmi ár meghatározására! Mekkora lesz ez esetben a kereskedő által fizetett m beszerzési ár!

36. Egy forrásvidéki monopólium egyedüli beszállító a torkolatvidéki piac szereplői számára, és konstans 20 határköltséggel termeli a torkolatvidéki szereplők által felhasznált termékét. Ismert továbbá, hogy a forrásvidéki monopólium fix költsége zérus. A torkolatvidéki szereplők által termelt termék minden egyes egységének termeléséhez a monopólium által termelt termék egy egysége szükséges, termelési átlagköltségük $10 + p_m$, ahol p_m a monopólium termékének ára. A végtermék piacának inverz keresleti függvénye $P = 70 - \frac{Q}{100}$.
    a) Mekkora az egyensúlyi eladott mennyiség a végtermék piacán, ha mind a forrásvidéken, mind pedig a torkolatvidéken egy monopólium tevékenykedik?
    b) Mekkora az egyensúlyi eladott mennyiség a végtermék piacán, ha a piacon egy vertikálisan integrálódott monopólium tevékenykedik?
    c) Mekkora az egyensúlyi eladott mennyiség a végtermék piacán, ha a forrásvidéken monopólium tevékenykedik, míg a torkolatvidék versenyzői iparágként jellemezhető?
37. Egy termék piacán két torkolatvidéki (1 és 2), illetve két forrásvidéki (X és Y) vállalat működik. A végtermék piaci kereslete $Q = 50 - p$, melynek előállításához az egyetlen szükséges inputot a torkolatvidéki vállalatok rendre c_1 illetve c_2 költségen szerzik be a forrásvidéki vállalatoktól. A forrásvidéki vállalatok Bertrand-árversenyt folytatnak, $MC = 0$ határköltség mellett, míg a torkolatvidéki vállalatok Cournot-módon viselkednek.
    a) Megéri-e az 1-es vállalatnak felvásárolni az egyik forrásvidéki vállalatot?
    b) Ki tudja-e így szorítani a piacról a 2-es vállalatot?
38. Egy termék piacán két torkolatvidéki vállalat (1 és 2) működik, akik a $p = 100 - Q$ inverz keresleti összefüggéssel szembesülnek. A végtermék előállításához egyetlen inputot használnak, melyet rendre c_1 és c_2 áron szereznek be, két forrásvidéki vállalattól (X és Y), akik egységesen $MC = 0$ határköltség mellett üzemelnek.
    a) Mekkora lesz a vállalatok profitja, ha a vállalatok mind a torkolat, mind a forrás vidéken Bertrand-árversenyt folytatnak?
    b) Mekkora lesz a vállalatok profitja, ha a forrás vidéken a vállalatok Bertrand-, a torkolatvidéken Cournot-módon viselkednek?
    c) Mekkora profitot érnek el a vállalatok amennyiben az 1-es és az X vállalat vertikálisan integrálódnak, és az így létrejövő $X1$-es vállalat már nem értékesít inputot a 2. vállalatnak. A torkolatvidéki vállalatok ($X1$ és 2) továbbra is Cournot-módon viselkednek.
39. Egy monopol termelő a termékét egyetlen kiskereskedőn keresztül értékesíti. Az adott termék iránti inverz kereslet $P = 400 - Q$. A termelő határköltsége $c = 20$, a terméket w áron adja át a kiskereskedőnek, akinek minden egyes termék eladásakor 40 $ értékesítési költsége merül fel.
    a) Milyen áron jutnak hozzá a fogyasztók a termékhez, ha a termelőnek lehetősége van arra, hogy megszabja a P kiskereskedelmi árat?
    b) Hogyan változik az ár abban az esetben, ha a termelő nem képes azt meghatározni?

40. Tekintsük egy gyártó vállalat termékének egyetlen kereskedő vállalaton keresztül történő értékesítésének problémáját! Tegyük fel, hogy a gyártó minden egységet c (egységnyi gyártási költség) áron ad el a kereskedőnek, de emellett elvárja a kereskedőtől, hogy profitjának egy s hányadát ($0 < s < 1$) fizesse ki neki. A kereskedőknek a szóban forgó termék értékesítéséhez kapcsolódóan a vételi áron és a termelőnek kifizetett részesedésen kívül nincs más költségük.
    a) Írjuk fel a kereskedő profitmaximalizálási problémáját e szerint a szerződés szerint, és mutassuk meg, hogy ez a szerződés maximalizálja az iparági profitot, azaz mutassuk meg, hogy bármely adott s-re a gyártó és a kereskedő profitjainak összege megegyezik egy olyan monopol gyártó profitjával, amely közvetlenül a vásárlónak értékesít!
    b) Hogyan változna válaszunk, ha s nem a kereskedő profitjának a hányada, hanem a végfelhasználói ár hányada lenne, azaz tegyük fel, hogy most a kereskedő a végfelhasználói ár s hányadát fizeti ki a gyártónak minden eladott egység után!

41. Egy monopol termelő termékét egyetlen kiskereskedő értékesíti, és mint ilyen, monopóliumként tevékenykedik. Az adott termék iránti kereslet a $P = 12 - Q$ inverz keresleti függvénnyel adható meg. A termelő $c = 4$ határköltség mellett termel, és termékét r egységáron adja át a kiskereskedőnek (az adott helyzetben a maximális profitot biztosító r árat számít fel).
    a) Amennyiben a termelő és a kiskereskedő az együttes maximális profit elérésére törekszik, mekkora lesz az eladott mennyiség?
    b) Mekkora lesz az eladott mennyiség, ha a termelő és a kiskereskedő külön-külön maximalizálja a profitját?

42. Egy piacon egy monopolista termelő termékét két, árban versenyző kiskereskedő értékesíti. A piaci keresletet az alábbi összefüggés írja le: $p = \sqrt{R} - Q$, ahol R a két kereskedő által összes reklámozásra költött pénzösszeg (azaz $R = R_1 + R_2$), Q a piacon összesen értékesített mennyiség. A termelő $m = 5$ egységáron adja tovább a termékét a kereskedőknek, akiknek egyéb költsége nincs.
    a) Mekkora lesz a kereskedők által reklámozásra költött pénzösszeg (R), és a piaci ár, ha se a gyártó, se a kereskedők nem elkötelezettek a reklámozás iránt?
    b) Mekkora lesz az iparágban reklámozásra költött pénzösszeg, ha a termelő kiskereskedelmi árrögzítést alkalmaz, és a termékét értékesítő kereskedőknek $p^m = 10$ minimális kiskereskedelmi árat szab meg?

43. Egy piac keresleti függvénye $p = 10 - Q$. A piacon egyetlen vállalat értékesíti a termékeket, aki azokat egy monopolista termelőtől vásárolja m egységáron. A gyártó konstans, $c = 2$ átlagköltség mellett termel.
    a) Határozzuk meg a piacon kialakuló árat, és az értékesített mennyiséget!
    b) Mekkora profitot ér el így a kereskedő és a termelő?

c) Hogyan változnak a profitok abban az esetben, amennyiben a termelő vállalat kétrészes árat alkalmaz a kiskereskedő felé, mely az alábbi szerkezetű: $m = 2$, $F = 16$ franchise-díj?
d) Hasonlítsuk össze az c) feladatban elért profitot azzal az esettel, amikor az értékesítési tevékenységet is a monopólium végzi!

44. Két forrásvidéki vállalat (U_1 és U_2) ugyanazt az inputot értékesíti két torkolatvidéki vállalat (D_1 és D_2) számára, akik differenciált termékeket termelnek, de azonos technológiával (a két forrásvidéki vállalat által értékesített input tökéletesen helyettesítő a számukra). A torkolatvidéki termékek iránti keresleti függvények: $Q_1(p_1, p_2) = 60 - 2p_1 + p_2$ és $Q_2(p_1, p_2) = 60 - 2p_2 + p_1$ Tegyük fel, hogy mind a forrásvidéki, mind a torkolatvidéki vállalatok Bertrand-versenyt folytatnak egymással, valamint, hogy a torkolatvidéki vállalatok által értékesített input termelésének határköltsége mindkét vállalat számára 0.
a) Határozzuk meg a vállalatok profitját, amennyiben mindkét torkolatvidéki vállalat mindkét forrásvidéki vállalattól vásárolhat inputot!
b) Mutassuk meg, hogy egy forrásvidéki és egy torkolatvidéki vállalatnak érdekében áll vertikális fúziót létrehozni!

Tartós termékek

45. Egy tartós jószágot termelő monopólium két időszakon keresztül kínálja termékét a piacon. A terméke iránti kereslet mindkét periódusban a $Q = 100 - p$ függvénnyel adható meg, ahol p a termék bérleti díja. A termelő azonban nem adja bérbe a termékét, hanem értékesíti azt a fogyasztóknak, amelyet a fogyasztók két időszakon keresztül használhatnak. A termelés átlagköltsége 10.
Mi lesz a monopólium optimális árazási politikája, ha a diszkontálástól eltekintünk, és a termék továbbértékesítése megengedett?

46. Tekintsünk egy monopóliumot, amely tartós terméket állít elő nulla határköltséggel. Amennyiben r_t az egy időszakra jutó bérleti díj, akkor a termék iránti inverz kereslet minden időszakban $r_t = 2000 - Q_t$, ahol $t = 1, 2$, Q pedig a tartós termékből értékesített mennyiség. Tegyük fel, hogy a diszkontfator a fogyasztók és a monopólium számára is egy.
a) Mekkora az optimális bérleti díj, ha a monopólium nem értékesíti a termékét, hanem mindkét időszakban bérbe adja?
b) Mekkora lesz a két időszakban meghatározott optimális ár, ha a monopólium értékesíti a termékét, és az első időszakban nem tud elköteleződni a második időszaki ára mellett?
c) Melyik esetben jár jobban a monopólium?

47. Egy tartós terméket gyártó monopólium két időszakon keresztül kínálja termékét a piacon, kizárólag bérbeadás céljából. A terméke iránti kereslet mindkét periódusban a $p = 50 - Q$ keresleti függvénnyel adható meg, ahol p a termék bérleti díja. A monopólium kétféle minőségben képes termelni: vagy egyidőszakos terméket gyárt konstans 5 határköltség mellett, vagy két időszakon át használhatót konstans 9 átlagköltséggel.

a) Határozzuk meg a termék optimális minőségét, az optimális bérleti díjat és termelt mennyiséget, ha a monopólium a második időszaki profitját 80%-ra értékeli az első időszaki profithoz képest!
b) Mi lenne az optimális döntés, ha az egy időszakon át használható termék termelési költsége 6-ra nőne?

48. Egy monopólium két lehetőség közül választhat: (*i*) tartós jószágot termel egységnyi határköltséggel, vagy (*ii*) egy nem tartós jószágot termel c határköltséggel, ahol $0 < c < 1$. A nem tartós jószág csupán egyetlen, a tartós jószág viszont két időszakban használható. A termék szolgáltatása iránti fizetési határhajlandóság (a bérlet értéke) a $P(Q_t) = 1 - Q_t$ függvénnyel adható meg, ahol $t = 1, 2$.
a) Milyen c érték mellett választja a nem tartós jószág termelését, ha a monopólium értékesíti az adott jószágot?
b) Milyen c érték mellett választja a nem tartós jószág termelését, ha a monopólium bérbe adja az adott jószágot?

49. Tekintsünk egy monopóliumot, aki két darab tartós terméket szeretne értékesíteni két fogyasztónak, akik különbözőképpen értékelik az adott terméket. Az egyik fogyasztó fizetési hajlandósága 30, a másiké 20. A piac két időszakon át létezik, melyek mindegyikében a monopólium meghatároz egy árat, a fogyasztók pedig eldöntik, hogy megveszik a terméket, vagy nem. Mindkét fogyasztó maximum egy terméket vesz, vagyis aki az első időszakban vásárol, az a 2. időszakban nem fog. Tegyük fel, hogy a diszkontfaktor mindhárom szereplő számára δ. Határozzuk meg, hogy mekkora árat szab a monopólium az egyes időszakokban!

50. A villanykörte egy időszaki „szolgáltatását” a fogyasztók minden időszakban V-re értékelik. A villanykörte termelése két technológiával valósítható meg: vagy egy gyenge minőségű, egy időszakig használható villanykörtét, vagy pedig magas minőségű, tartósabb, két időszakon át használható változatot állítanak elő. A kétidőszakos villanykörte c^M konstans átlagköltséggel, míg az egyidőszakos c^A-val gyártható le ($0 < c^A < c^M$). A diszkonttényező 1.
Bizonyítsuk be, hogy a minőség megválasztása nem függ attól, hogy a termelés tökéletesen versenyzői piacon zajlik, vagy egyetlen monopol termelő állítja elő a villanykörtéket, majd bérbe adja termékét! Tegyük fel, létezik a villanykörték másodlagos piaca, és az idők végtelenségéig igény van a villanykörtékre.

Reklám

51. Egy monopol helyzetben levő termelő vállalat termékeit több forgalmazón keresztül értékesíti. Minden forgalmazó kizárólagos területtel rendelkezik, vagyis értékesítési monopoljoga van azokra a fogyasztókra vonatkozóan, akik az adott térségében vásárolnak. Minden értékesítő a következő keresslettel szembesül: $q = (20 - p)\sqrt{s}$, ahol p az eladási ár, s a reklámok száma (az s egysége 1 pénzegységbe kerül, a reklámok csak a saját eladási terü-

letükön hatnak a fogyasztókra). A termékeket a forgalmazók a gyártótól darabonként 6 pénzegységért kapják, egyéb költségük nincs.

a) Milyen áron adják el a termékeket?

b) Mennyit fognak reklámozni az értékesítők?

52. Egy $c = 6$ konstans határköltség mellett termelő forrásvidéki szereplő két kiskereskedőn keresztül értékesíti termékét a végső felhasználóknak. Az egymással Cournot-módon versenyző kiskereskedők kezdetben egymástól függetlenül, szimultán módon arról döntenek, hogy az eladás növelése érdekében folytassanak-e vagy sem reklámtevékenységet. Amennyiben legalább az egyik kiskereskedő reklámtevékenységbe kezd, akkor a végtermék piacán a piaci kereslet a $P = 24 - Q$ inverz keresleti függvénnyel jellemezhető, míg ha egyikük sem folytat reklámtevékenységet, akkor a kereslet $P = 15 - Q$. Ismert, hogy a reklámtevékenység 28 egységnyi költséggel jár. A reklámtevékenységükre vonatkozó döntést követően a vállalatok Cournot-módon hozzák meg mennyiségi döntéseiket. Feltesszük, hogy a kiskereskedők $k = 6$-os áron vásárolják meg terméküket a termelőtől, ugyanakkor annak érdekében, hogy forgalmazhassák a vonatkozó terméket, vállalatonként egy T összegű franchise-díjat is kötelesek fizetni a forrásvidéki termelőnek.

a) Mekkora profitot érnek el a kiskereskedők külön-külön, ha csak az egyikük vagy egyikük sem folytat reklámtevékenységet? Egyensúlyban hány vállalat reklámoz? Egyensúlyban legfeljebb mekkora franchise-díjat állapíthat meg a termelő vállalat?

b) Tegyük fel, hogy a termelőnek nincs lehetősége reklámtevékenységet folytatni, ugyanakkor a kiskereskedők ilyen irányú tevékenységének befolyásolására sincs lehetősége. A termelő azonban élhet a kiskereskedelmi árrögzítéssel, azaz meghatározhatja a kiskereskedelmi árat. Tegyük fel, hogy a termelő termékének kiskereskedelmi piacán $p = 15$-ös árat határoz meg, mely ár mellett a kiskereskedők egyforma bevételt realizálnak. Mekkora profitot érnek el a kiskereskedő vállalatok, ha mindketten, ha csak az egyikük, vagy egyikük sem folytat reklámtevékenységet? Egyensúlyban (tiszta stratégiai Nash-egyensúlyban) fog-e valamelyik vállalat reklámtevékenységet folytatni? Egyensúlyban (tiszta stratégiai Nash-egyensúlyban) legfeljebb mekkora franchise-díjat állapíthat meg a termelő vállalat?

53. Tegyük fel, hogy egy iparágban, ahol a keresleti függvény $p = 250 - 2Q$ alakú, minden vállalat az alábbi költségfüggvénnyel rendelkezik: $C(q) = = a + 100 + 10q$ ahol a a reklámozás fix költsége, amely ahhoz kell, hogy a vállalat sikeresen belépjen az iparágba. Tegyük fel, hogy az iparágban Cournot-verseny van, ahova szabad a belépés, valamint, hogy a egzogén módon adott.

a) Mutassuk meg, hogy a belépéshez szükséges reklámozás növekedésével a vállalatok egyensúlyi száma csökken!

b) Határozzuk meg a vállalatok egyensúlyi számát, ha a sikeres belépéshez szükséges reklámozási költség 28!

54. Egy monopolista olyan terméket termel, amely iránti kereslet, valamint a termelési költsége egyaránt függ attól, hogy mennyit reklámozza a terméket. Az inverz keresleti függvény $P(s,q) = s(30-q)$, a költségfüggvény $C(s,q) = s^2 q$, ahol s a reklámozás nagyságát, q az értékesített mennyiséget jelöli. Határozzuk meg a monopólium számára optimális reklámozás nagyságát, az értékesített mennyiséget, valamint a piaci árat!

55. Egy monopólium a következő költségfüggvénnyel termel: $C(Q)=10+(\frac{3}{8})Q^2$. A terméke iránti kereslet: $Q = 36p^{-2}A^{\frac{2}{3}}$, ahol A a reklám mennyisége. A reklám egységköltsége 1.
    a) Mekkora a monopólium optimális termelése és a reklámozás optimális nagysága?
    b) Mutassuk meg, hogy az optimumban teljesül a Dorfman-Steiner feltétel!

56. Tekintsünk egy piacot, ahol a keresleti függvény $Q = 36\sqrt{A}p^{-2}$, ahol p a piaci ár, A a terméket termelő monopólium által reklámozásra költött összeg. A termék termelésének határköltsége $c = 1$.
    a) Határozzuk meg a monopólium által szabott optimális árat és a reklámozásra költött összeget!
    b) Társadalmilag optimális-e az a) pontban meghatározott reklámozási szint?

57. Tekintsünk egy kontinuum számosságú, egységnyi fogyasztóból álló fogyasztói csoportot, akik közül mindenki legfeljebb egy darab terméket vásárol egy monopóliumtól. A fogyasztók egyéni értékelése θ, aminek eloszlása egyenletes a $[0,1]$ intervallumon. A θ értékelésű fogyasztó a termékért maximum $\left(\sqrt{A}+1\right)\theta$ összeget hajlandó fizetni, ahol A monopólium reklámozásának szintjét jelöli. Mutassuk meg, hogy meggyőző reklámozásról van szó, vagyis a reklámozás csökkenti a kereslet árrugalmasságát!

58. Tekintsük a Hotelling-modell egy módosított változatát, ahol két vállalat egy lineáris város két végpontjában, azaz a $[0,1]$ intervallum 0 és 1 pontjában helyezkedik el. Az összesen egységnyi mennyiségű fogyasztó egyenletesen helyezkedik el ezen az intervallumon, és minden fogyasztó maximum egy darab terméket vásárol. Legyen az x helyen található fogyasztó hasznossága nettó $20-2x-p_1$, ha az 1-es vállalattól vásárol, és $20-2(1-x)-p_2$ ha a 2-estől. Mindkét vállalat tájékoztató reklámozást folytat, amelynek következtében rendre a fogyasztók λ_1, illetve λ_2 hányada értesül a vállalatok termékének létezéséről. Ennek megfelelően négyféle fogyasztói típust különböztetünk meg: $\lambda_1\lambda_2$ hányad mindkét terméket ismeri, így attól a vállalattól vásárol, amelyik terméke számára nagyobb nettó hasznosságot eredményez; $\lambda_1(1-\lambda_2)$ hányad csak az 1-es terméket ismeri, így azt vásárolja meg, ha az számára pozitív hasznossággal jár; $\lambda_2(1-\lambda_1)$ hányad csak a 2-es terméket ismeri, így azt vásárolja meg, ha az számára pozitív hasznossággal jár; $(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$ hányad egyik terméket sem ismeri, így egyik vállalattól sem vásárol. Tegyük fel, hogy a termék termelésének határköltsége mindkét vállalat számára $c = 2$, míg a reklámozás költsége $A(\lambda_i) = 8\lambda_i^2$.

a) Határozzuk meg a teljesen tájékozott fogyasztók közül a közömbös fogyasztó elhelyezkedését!
b) Határozzuk meg az 1-es termék iránti keresleti függvényt!
c) Határozzuk meg a vállalatok által szabott egyensúlyi árat, és azt, hogy a fogyasztók mekkora hányada tud egyensúlyban az egyes termékek létezéséről!

Horizontális integráció, összejátszás

59. Tegyük fel, hogy az A és B város közötti légiközlekedés piacán csupán két vállalat nyújt szolgáltatást, a Discount (D) és a Budget (B) társaságok. A Discount légitársaság naponta 6 járatot (f_D) indít az adott desztinációban, míg a Budget 3-at (f_B). Mindkét társaság t számú törzsutassal (azaz olyan utassal, aki azonos hasznosság mellett az általa kedvelt repülőtársaságot választja) jellemezhető. Bármelyik D típusú törzsutas, illetve bármelyik B típusú törzsutas hasznossági függvénye rendre a következő:

$$U_D = \begin{cases} f_D - p_D & \text{ha } D\text{-vel repül} \\ f_B - 5 - p_B & \text{ha } B\text{-vel repül} \\ 0 & \text{ha nem repül} \end{cases}$$

illetve

$$U_B = \begin{cases} f_B - p_B & \text{ha } B\text{-vel repül} \\ f_D - 5 - p_D & \text{ha } D\text{-vel repül} \\ 0 & \text{ha nem repül} \end{cases}$$

Mindkét vállalat költségmentesen üzemeltethető.
a) Határozzuk meg a társaságok által alkalmazott árat, illetve az egyensúlyban elért profitok nagyságát!
b) Tegyük fel, hogy a két társaság olyan partnerségi megállapodást köt, melynek értelmében egymás utasait elszállítják az adott desztinációban (azaz bármely társaság által kiállított jegy érvényes minden járaton). Milyen árat határoznak meg ebben az esetben a társaságok? Mekkora profitot érnek el? Továbbra is feltesszük, hogy a vállalatok a járatok számán nem változtatnak.
c) Melyik társaságnak előnyös egy ilyen megállapodást megkötni?

60. Egy háromvállalatos iparágban minden vállalat azonos technológiával jellemezhető, azaz költségfüggvényük azonos. A piaci inverz keresleti görbe a $P = A - BQ$ függvénnyel adható meg. Mutassuk meg, hogy amennyiben a költségfüggvények lineárisak (azaz a határköltség konstans minden vállalat esetén), akkor semelyik két vállalatnak nem áll érdekében egyesülni egymással! Feltesszük, hogy az iparág vállalatai Cournot-módon viselkednek.

61. A világos sör piacán 3 vállalat tevékenykedik, ahol a fogyasztók inverz kereslete $P = 48 - 2Q$. A vállalatok $c = 24$-es átlagköltséggel termelnek. A vállalatok Cournot-módon viselkednek. A médiában felröppent hírek szerint két sörgyártó egyesülése várható a nyár elején. Tartaniuk kell-e a sörkedvelő fogyasztóknak a pletyka igazságától, és ily módon egyik kedvelt sörmárkájuk eltűnésétől (azaz két vállalat horizontális integrációjától)?

62. Tegyük fel, hogy egy iparágban, ahol a kereslet a $P = 25 - Q$ függvénnyel adható meg, négy vállalat ($N = 4$) Cournot-oligopóliumot alkot. A vállalatok fix költsége $F = 15$, míg határköltségük $c = 5$. Tegyük fel, hogy egyesülés esetén a fix költségek csak egyszer merülnek fel!
    a) Mutassuk meg, hogy bármely két vállalat ösztönözve van az egyesülésre, feltéve hogy az iparágban továbbra is Cournot-módon viselkednek a vállalatok!
    b) Hogyan változik a jóléti többlet egy ilyen egyesülés következtében?

63. Tegyük fel, hogy egy iparágban, ahol a kereslet a $Q = 2000 - p$ függvénnyel adható meg, nyolc vállalat Cournot oligopóliumot alkot. Minden vállalat átlagköltsége $AC = 200$.
    a) Megéri-e a fúzió a vállalatoknak, ha a nyolc vállalatból három egyesül (a szinergikus hatásoktól eltekintünk)?
    b) Legalább hány vállalatnak kellene egyesülnie ahhoz, hogy a fúzió kifizetődő legyen?

64. Egy piacon, ahol kezdetben négy vállalat Cournot-módon tevékenykedik, a piaci inverz keresleti függvény $P = 25 - Q$. A vállalatok határköltsége $c = 5$, míg fix költségük zérus.
    a) Tegyük fel, hogy amennyiben két vállalat egyesül, akkor az egyesült vállalat, mint Stackelberg-vezető vállalat tevékenykedik a továbbiakban, míg a másik két vállalat Stackelberg-követő. Mutassuk meg, hogy egy ilyen egyesülés következtében az egyensúlyi ár csökkenni fog a piacon. Mutassuk meg továbbá, hogy a vállalatok ösztönözve vannak az egyesülésre!
    b) Mutassuk meg, hogy egy további egyesülés (a két követő vállalat egyesülése) a fogyasztói többlet csökkenését eredményezi!

65. Egy $p = 20 - Q$ lineáris inverz keresleti függvénnyel jellemezhető piacon három vállalat tevékenykedik. Míg az 1-es és a 2-es vállalat $c_i = 8$ $(i = 1, 2)$ határköltség mellett termel, addig a 3-as vállalat határköltsége $c_3 = 10$. A fix költségek nagysága zérus. Feltesszük, hogy az iparágban a vállalatok mindig Cournot-módon viselkednek.
    a) Az 1-es és a 2-es vállalatnak érdekében áll-e az egymással való egyesülés?
    b) Az 1-es és a 3-as vállalatnak érdekében áll-e az egymással való egyesülés?

66. Egy piac inverz keresleti függvénye $p = 210 - Q$. A piacon két vállalat tevékenykedik, mindegyik költségfüggvénye $TC_i(q_i) = q_i^2$ $(i = 1; 2)$.
    a) A két vállalat kartellt alkot, de az 1. vállalat nem tartja be a szerződést. Úgy optimalizálja a profitját, hogy (jogosan) számít rá, hogy a másik vállalat betartja a titkos megállapodást. Mekkora lesz az első vállalat termelése?
    b) Ha az 1. vállalat a) pontban jelzett lépésének hatására a kartell felbomlik, és Cournot-oligopólium alakul ki, akkor mennyivel változik az a)-beli helyzethez képest az első vállalat termelése?

67. Egy piacon a hasonló jellegű 1. és 2. termékek iránti inverz keresleti függvények: $q_1 = 30 - 2p_1 + p_2$, illetve $q_2 = 60 + p_1 - 2p_2$, ahol q_i az i-edik termék mennyisége, p_i pedig az i-edik termék egységára. A termelés átlagköltsége zérus. A két terméket két különböző monopólium állítja elő.
    a) Számítsuk ki azokat az árakat, amelyeket a két különálló monopólium állapítana meg, ha nem lennének képesek hatást gyakorolni egymás döntésére.
    b) Számítsuk ki, hogy mekkora árat szabna a két monopólium, ha együttes profitjukat maximalizálják!
68. Tegyük fel, hogy egy iparágat két, differenciált terméket termelő vállalat alkot. Az i-edik vállalat terméke iránti kereslet: $q_i = 24 - 5p_i + 2p_j$. A termelés határköltsége mindkét vállalat esetében nulla.
    a) Határozzuk meg a piaci egyensúlyt, amennyiben a vállalatok szimultán módon döntenek az áraikról!
    b) Határozzuk meg az egyensúlyi árakat és az elérhető profitokat, amennyiben a két vállalat kartellt alkot, ahol továbbra is az árakról döntenek, és céljuk a közös profit maximalizálása!
    c) Amennyiben az egyik vállalat csal (miközben a másik tartja a kartellben kialakult árat), mi lesz az általa szabott optimális ár és az így elért profit?
    d) Milyen diszkontfaktor mellett marad fenn szuperjáték esetén az együttműködés, ha a vállalatok grim-trigger stratégiát követnek (vagyis az örök harag stratégiát, ahol büntetés esetén az a) eset árát alkalmazzák)?

9.3. Stratégiai viselkedés – Megoldások

Tesztkérdések

1. D	2. A	3. D	4. D	5. D	6. A	7. D	8. C	9. C	10. C
11. C	12. C	13. B	14. B	15. B	16. D	17. B	18. B	19. C	20. B
21. C	22. D	23. D	24. B	25. C	26. D	27. D	28. D	29. D	30. D
31. A	32. B	33. C	34. C	35. A	36. B	37. B	38. D	39. D	40. C
41. D	42. D	43. D	44. C	45. D	46. A	47. D	48. A	49. D	50. D
51. D	52. D	53. D	54. C	55. C	56. C	57. A	58. B	59. A	60. D
61. D	62. D	63. A							

Számítási feladatok

1. a) $p = 11,82$
    b) $0 < p < 1$ ($p < MC\,\text{min}$). Lehet, hogy ennél magasabb volt az ár, de biztos, hogy az adott termelési szinten kisebb volt az oda tartozó határköltségnél. Amikor a határköltség minimumánál is kisebb az ár, akkor egészen biztosan ragadozó. A gyakorlatban időnként az árat az átlagos változó költséghez szokták – határköltség helyetti közelítésként – hasonlítani.

c) Ha belép a másik vállalat, akkor profitja nulla kell, hogy legyen, vagyis a reziduális kereslet érinti az AC görbét: $\frac{2Q}{3} - 2 = -\frac{2}{3}$, amiből $Q = 2$, $p = AC(2) = \frac{7}{3}$. Ilyen ár mellett a piaci kereslet $Q = 19$, vagyis a bennlévőnek 17-et kell termelnie, amit $p = \frac{11}{3}$ áron értékesít.

2. a) $Q = 3$ és $p = 94$
   b) $p = 62,5$

3. a) Ilyen ár mellett $Q = 220$, és az ehhez a kibocsátáshoz tartozó határköltség $MC(220) = 880$, vagyis határköltség alatti áron értékesít, megsértve ezzel az Areeda–Turner-szabályt.
   b) Amennyiben az átlagos változó költséget tekintjük: $AVC(220) = 440$. Ez alapján az ár nem minősül ragadozónak.

4. a) $PV\pi = 100 + 0,9 \cdot 100 = 190$
   b) $E\pi_2 = 100\rho + 800(1 - \rho) = 800 - 700\rho$;
   $PV\pi = -18 + 0,9(800 - 700\rho) = 702 - 630\rho$
   c) A belépést akadályozó ár nagyobb profitot eredményez, ha $702 - 630\rho > 190$, amiből $\rho < 0,813$ (kerekítve).

5. A belépő vállalat átlagköltsége a $q = 20$ pontban lesz -1 meredekségű, és ekkor az átlagköltség értéke 30. A 30-as piaci ár eléréséhez a bennlevőnek 50 egységet kell termelnie, figyelembe véve a belépő 20 egységnyi termelését is. Azaz $q_1 = 50$.

6. a) Stackelberg-duopóliumként megoldva: $q_G = 60,\ \pi_G = 1800$.
   b) $q_G = 88$
   c) A kizáró magatartással jobban jár, hiszen a profitja ekkor $\pi_G = 2288$.

7. a) $q_1 = 68$. Érdemes ezt a magatartást folytatni, mert ekkor a profitja 816, míg Stackelberg-vezetőként 800 lenne.
   b) $q_1 = 70$. Ekkor jobban járna, ha Stackelberg-vezetőként tevékenykedne, mert így a profitja csak 700.
   c) Blokkolt belépés áll fenn, ha a belépni szándékozó vállalat akkor sem tud nyereségesen a piacra lépni, ha a bent lévő vállalat a monopol mennyiséget ($q_1 = 40$) termeli. Ekkor optimális esetben $q_2 = 20$ lenne, így $20 \cdot 25 - 20 \cdot 5 - F \leq 0$, amiből $400 \leq F$.

8. a) Stackelberg-vezetőként a profitja: $\pi = 72$
   b) $q = 20$ termelési mennyiséggel tudja kiszorítani a belépni szándékozó vállalatot. Megéri ezt a viselkedést folytatni, mert így a profitja $\pi = 80$.
   c) Blokkolt belépés esete áll fenn, ha $F > 36$.

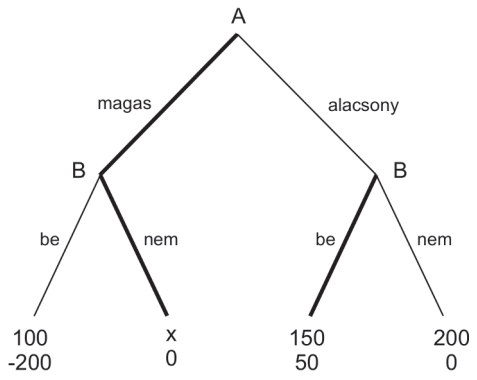
9. a) $p_1 = \frac{750}{7} \approx 107,1$ $p_2 = \frac{1425}{14} \approx 101,8$; $\pi_1 = \frac{140\ 625}{7} \approx 20\ 089,3$; $\pi_2 = \frac{776\ 225}{98} \approx 7920,7$.
   b) A 2. vállalat reakciófüggvénye: $p_2 = \frac{300+p_1}{4}$. Ezt behelyettesítve a 2. vállalat profitfüggvényébe, és egyenlővé téve 0-val kapjuk, hogy $p_1 = 20$.
   c) Mivel a b) esetben a vállalat profitja: $\pi = 20 \cdot (300 - 20) = 5600$, jobban jár, ha beengedi a 2-es vállalatot a piacra.

10. a) Nem, mert a profitja $AC = 4000$ esetén 4 millió Ft, $AC = 1000$ esetén 16 millió Ft, amiből még ki kell fizetnie a 15 millió Ft újítási díjat, és ekkor valójában már csak 1 millió Ft-ja marad. Az újításért maximum 12 millió Ft-ot hajlandó fizetni.
    b) Igen, hiszen ekkor $p = 4000 - \varepsilon$ ár mellett a teljes piacot megszerzi, és így profitja megközelítőleg $(4000 - 1000) \cdot (10\,000 - 4000) = 18\,000\,000$ Ft, amiből kifizetve a 15 000 000 Ft újítási díjat, megközelítőleg 3 000 000 Ft-ja marad.
11. a) Igen, mert így meg tudja akadályozni, hogy a másik vállalat belépjen, és havonta 200 000 Ft profitot ér el, míg ha nem támogatná, akkor a másik vállalat belépne, és mindkét vállalat havi 150 000 Ft profitot realizálna.
    b) $X \leq 250\,000$ Ft
12. a) Igen, mert így meg tudja akadályozni a másik vállalat belépését, mely esetén 375 000 Ft profitot realizálna, míg ha támogatja az adóemelést, és a másik vállalat nem lép be akkor 600 000 Ft profitot ér el.
    b) A kérdésre adott válasz nem változik, továbbra is érdemes támogatni az adótörvényt, a kifizetések diszkontált jelenértékét kell összehasonlítani, mely adótörvény nélkül, ha belép a külső vállalat 7 500 000 Ft, míg az adótörvény mellett, ha monopólium marad a vállalat 12 000 000 Ft.
13. a) Ha csak az inkumbens vállalat van a piacon, akkor $\pi_m = 1012,5$; $\pi_b = 0$. Ha belép a második vállalat, akkor a profitok mindkét vállalat esetén $\pi_c = 450$.
    b) Nem érdemes támogatnia, mivel ebben az esetben a belépő vállalat mindenképpen belép (a szabályozás melletti profitja $\pi_b = 150$), így a fix költség emelkedése csak saját profitját csökkenti.
    c) $450 \leq X \leq 562,5$
14. A második időszakbeli kifizetési mátrix:

		B vállalat belép	*B vállalat* nem lép be
A vállalat	támogat	$290 - X;\ 55 - X$	$458,75 - X;\ 0$
	nem támogat	$290;\ 55$	$458,75;\ 0$

    Olyan kormányzati intézkedést érdemes támogatni, amelyre $55 < X < 168,75$
15. a) $p = 16,25$, $q_v = 22,5$, $q_k = 11,25$, $\pi_v = 253,125$, $\pi_k = 126,5625$
    b) Amennyiben kétszer játszanak Stackelberg-játékot a vállalatok profitjai rendre $\pi_v = 506,25$ és $\pi_k = 253,125$. Ha a vezető vállalat az első időszakban kiszorítja a követőt, akkor pedig a profitjaik $\pi_v = 506,25$ és $\pi_k = 0$.
    c) Ekkor a fuzionált vállalat mind a kettő időszakban monopolista profitra tesz szert amely a két időszak alatt összesen $\pi_F = 1012,5$. A profitokból jól látható, hogy a felvásárlás jobb döntés, amennyiben a felvásárlási ár nem haladja meg az 506,25-öt.

16. a) $p = 57,5$; $q_v = 47,5$; $q_k = 23,75$, $\pi_v = 2256,25$; $pi_k = 1128,125$
    b) Ha a vezető vállalat az első időszakban kiszorítja a követőt, akkor pedig a profitjaik a két időszakban összesen $\pi_v = 4512,5$ és $\pi_k = 0$. Ha a vezető kivásárolja a követőt, akkor a fuzionált vállalat mind a kettő időszakban monopolista profitra tesz szert amely a két időszak alatt összesen $\pi_F = 9025$. A követő vállalat felvásárlási ára meghaladja a fúzióból származó előnyt, így a felvásárlás meghiúsul, a vezető kiszorítja a követő vállalatot.
17. a) $q_v = 90$, $q_k = 45$, $p = 65$, $\pi_v = 4050$, $\pi_k = 2025$
    b) Ha kiszorítja a követőt, akkor az első időszakban $q_v = 180$ és $\pi_v = 0$, a második időszakban $q_v = 90$ $\pi_v = 8100$, tehát az összprofitja 8100.
    c) A követő, ha belép, akkor mindkét időszakban a Stackelberg követő profitját éri el, vagyis $2025+2025 = 4050$-ért hagyja magát kivásárolni.
    d) Ha felvásárolja jobban jár, mert ekkor a profitja $16200-4050 = 12150$, míg ha kiszorítja, akkor 8100.
18. Amennyiben a vezető nem szorítja ki a belépni szándékozó vállalatot az általuk elért profit diszkontált jelenértéke rendre $\pi_v = 494,1964$; $\pi_k = = 247,0982$. Amennyiben a vezető vállalat kiszorítja a belépni szándékozót, az általuk elért profit rendre: $\pi_v = 482,1429$; $\pi_k = 0$, mivel nem lép piacra. Ezek alapján a vezető vállalat magasabb profitot ér el, ha nem szorítja ki a követőt.
19. A játék fája a következőképpen adható meg:



A részjáték-tökéletes egyensúly $X \geq 150$ esetén: A stratégiája: magas, B stratégiája: nem lép be, ha A választása magas; belép, ha A választása alacsony.

20. Az első periódusbeli monopolista termelés: $q_{A_1} = 3$.
A második periódusbeli reakciófüggvények:
$q_{A_2} = 2 + \frac{1}{3}q_{A_1}$ és $q_{B_2} = 2 - \frac{1}{6}q_{A_1}$.
Ennek figyelembe vételével választja meg az A vállalat q_{A_1}-et úgy, hogy az összprofitját maximalizálja.
Ekkor $q_{A_1} = 4,125$ $q_{A_2} = 3,375$, $q_{B_2} = 1,3125$.

21. Az extenzív formát a feladat szövege és a kifizetések alapján felrajzolva alkalmazhatjuk a visszagöngyölítést. Amennyiben az A vállalat rugalmas technológiát választ, a B belép, amennyiben rugalmatlant, a B nem lép be. Az A vállalat ennek alapján 2500 vagy 3000 egység profitot realizálna. Így az A vállalat kiépíti a rugalmatlan technológiát, és a B vállalat nem lép be.

22. a) Ha az A vállalat monopólium marad, akkor az évenkénti profit:
$\pi = 22\ 500$. Egy vállalat évenkénti profitja Cournot-duopólium esetén:
$\pi = 10\ 000$. Az az összeg, amit maximálisan fizetni hajlandó:
$\frac{12500}{0,1} = 125\ 000$.
b) $\frac{12500}{1,1} = 11363,64$

23. A veszteség diszkontált jelenértéke ekkorra $22832,3$ tallér, az ezt ellensúlyozó éves nyereség legalább $5208,75$ tallér.

24. Ekkor a veszteség diszkontált jelenértékének kell megegyezni a várható nyereség diszkontált jelenértékével. A nyereség diszkontált jelenértéke az idő függvényében: $\frac{30455,58}{0,15}(\frac{1}{1,15})^t$, a veszteség diszkontált jelenértéke pedig $\frac{10000}{0,15}[1 - (\frac{1}{1,15})^t]$. Ezt t-re megoldva $t = 20$, azaz maximum 20 éven át tud ragadozó árképzést folytatni a Farkas. Amennyiben a kamatláb megváltozik, a nyereség diszkontált jelenértéke az idő függvényében a következőre módosul: $\frac{30455,58}{0,2}(\frac{1}{1,2})^t$, a veszteség diszkontált jelenértéke pedig $\frac{10000}{0,2}[1 - (\frac{1}{1,2})^t]$. Ezt ismételten t-re megoldva azt kapjuk, hogy $t = 7,66$, vagyis maximum $7,66$ évig tud ragadozó stratégiát folytatni a Farkas.

25. a) A Cournot-egyensúlyból $q_1 = \frac{10+2X}{3}$; $q_2 = 5 - \frac{5+X}{3}$. Ezeket az A vállalat profitfüggvényébe helyettesítve és X szerint maximalizálva kapjuk, hogy $X = 4$.
b) Az előbbi kifejezéseket B vállalat profitjába helyettesítve és egyenlővé téve nullával kapjuk, hogy $X = 10 - 3\sqrt{3} \approx 4,8$.

26. a) Ha a játékot visszagöngyölítéssel oldjuk meg, láthatjuk, hogy a Körte Zrt. nem fogja kiszorítani a Tejút Zrt.-t a második időszakban, mivel véget ér a játék, ezért csak saját profitját csökkentené. Így a második időszakban mindenképpen duopol kimenettel kell számolnunk, ahol a Tejút Zrt. várható profitja 36 millió fabatka, a Körte Zrt. pedig a duopol kimenethez tartozó 50 millió fabatkás profitot éri el . Sőt, ha az első időszakban sikertelen volt a Tejút Zrt. termékének fogadtatása, akkor is érdemes a második időszakban piacon maradnia, mivel lehetősége van vesztesége ellensúlyozására. Amennyiben az első időszakot vizsgáljuk, szintén kiderül, hogy nem érdemes a Körte Zrt.-nek kiszo-

rító tevékenységet folytatnia, mivel a Tejút Zrt. a második időszakban mindenképpen a piacon marad, ezért nincs értelme feláldozni az első időszaki bevételeket. Azaz a kiszorítás nem fog megvalósulni, így a két időszak kumulált profitja a két vállalatra: $\pi_K = 100$ millió fabatka, $\pi_T = 72$ millió fabatka.

b) A bank várható nyeresége $1,5$ millió fabatka.

27. a) A belépni akaró vállalat profitja, ha a bent lévő alacsony költségű: $\pi_2 = -4$, ha magas költségű: $\pi_2 = 5$. A várható profit ekkor: $E\pi = 0,5 \cdot (-4) + 0,5 \cdot 5 = 0,5$. Mivel a várható profit pozitív, belép a piacra.

b) Olyan q-t választ, amely mellett, ha magas költségű lenne, akkor jobban járna, ha beengedné a másik vállalatot. Ha magas költségű, akkor az 1. időszak monopol helyzetéből származó profitja: 42,25, a Cournot-duopóliumból származó profitja (ha a másik tudja, hogy ő magas költségű) 16. Amennyiben a másik alacsony költségűnek véli, és nem lép be, akkor a második időszakban monopóliumként a profitja 42,25, az első időszak q termeléséhez tartozó profitja: $(20-q)\cdot q-7q$. Így a következő egyenlőtlenségnek kell teljesülnie: $13q - q^2 + 42,25 < 42,25 + 16$, amiből $q > 11,6235$ (kerekítve). Vagyis egy „hajszálnyival" többet kell választania, mint 11, 6235. (Illetve az ilyen típusú feladatoknál magát a határesetet is el szokták fogadni megoldásként.)

28. a) Abban az esetben, ha úgy dönt, hogy beengedi a másik vállalatot, és a reziduális keresleten maximalizálja a profitját, akkor a profitmaximalizálás:
$\pi = (\frac{100-p_i}{2} - K)p_i \to \max$, amiből $p_i = 45$, $Q_i = 22,5$ $\pi_i = 1012,5$.
Amennyiben megakadályozza a másik vállalat belépését azzal, hogy alááraz: $P_b - \varepsilon$ ár mellett 800-nál valamivel alacsonyabb profitot ér el. Ilyen alacsony kapacitás mellett tehát nem érdemes megakadályoznia a belépést.

b) Ebben az esetben a profitja, ha beengedi a másik vállalatot, $\pi_i = 312,5$, így ebben az esetben jobban jár, ha a másik vállalat alá áraz, és $20 - \varepsilon$ ár mellett a teljes piacot kiszolgálja.

29. a) $MC = 20$, ha $q_1 \leq K$, és $MC = 40$, ha $q_1 > K$.

b) $q_1 = 40 - \frac{q_2}{2}$, ha $q_1 \leq K$, és $q_1 = 30 - \frac{q_2}{2}$, ha $q_1 > K$.

c) $q_2 = 30 - \frac{q_1}{2}$

d) $q_1 = 30$, ha $K < 30$; $q_1 = K$, ha $30 \leq K < 50$; és $q_1 = 50$, ha $K \geq 50$.

e) Igen, mert pozitív profitot tud elérni. $q_2 = 15$; $\pi_2 = 75$.

f) Ekkor nem lép be a piacra, mert a profitja negatív lenne. $q_2 = 10$; $\pi_2 = -50$.

g) Ebben az esetben a második vállalatnak akkor sem érdemes belépni, ha az első a monopol mennyiséget termeli, vagyis a blokkolt belépés esete áll fenn. $K \leq 30$, $q_1 = 30$, $q_2 = 0$, $\pi_1 = 600$. Ebben az esetben ha az első vállalat a Stackelberg-vezető mennyiséget termeli, akkor a második vállalat nyereségesen a piacra tudna lépni, de az első vállalatnak érdekében áll egy nagyobb kapacitás-, illetve termelési szinttel ezt megakadályozni.

A kiszorító termelési mennyiség: $K = q_1 = 36$, $q_2 = 0$, $\pi_1 = 720$ (a profitja Stackelberg-vezetőként, ha beengedi a másik vállalatot $\pi = 306$ lenne).
Ebben az esetben nem érdemes megakadályozni a belépést, a legjobb, amit tehet, hogy Stackelberg-vezetőként viselkedik: $K \leq 30$, $q_1 = 30$, $q_2 = 15$, $p = 55$; $\pi_1 = 434$; $\pi_2 = 209$.

30. a) Az első vállalat vesztesége 1550, a második vállalaté 1100.
    b) Az első vállalat lesz kénytelen hamarabb feladni.

31. Állandó (a feladatban egységnyi) tényezőarányú termelési függvény esetén az integrálódott vállalat profitja megegyezik a nem integrálódott monopólium profitjával, így közömbös, hogy integrálódik-e vagy sem. Ugyanis (p^*-gal jelölve a versenyző iparág termékének piaci árát) az integrálódott energiamonopólium profitja: $E \cdot (p^* - m - w)$. A nem integrálódott energiamonopóliumnak a tökéletesen versenyző vállalat E mennyiségű energiáért zérus tökéletesen versenyzői profitot feltételezve $p^* - w = e$ egységárat ad, azaz a nem integrálódott energiamonopólium profitja: $E \cdot (p^* - w - m)$, mely azonos az integrálódott monopólium profitjával. A monopólium meg is teheti, hogy ezen az áron adja az energiát, mert az adott termelési függvény mellett a tökéletesen versenyző vállalat mindig a termeléssel azonos nagyságú energiát használ fel, akármekkora is az energia ára, egészen addig, amíg nem lesz veszteséges.

32. A monopólium ösztönözve van a vertikális integrációra. Ezt a következőképp láthatjuk be: az optimális tényezőfelhasználásból adódik, hogy: $\frac{MP_E}{MP_L} = \frac{L}{E} = \frac{m}{w} = 1$, azaz optimumban $L = E$. Ezt felhasználva a termelési függvényből adódik, hogy $E = Q^2$. Amennyiben nem a határköltségnek megfelelő áron, hanem drágábban kínálja az energiát, akkor a nem integrálódott vállalat az energia egy részét munkával fogja helyettesíteni (és így csökkenti a monopólium profitját, ahhoz képest, mint amit a hatékony inputfelhasználás eredményezne). Integráció esetén viszont a monopólium határköltségen értékesíti az energiát a vele integrációra lépett vállalatnak, amely ekkor a munkával egyenlő nagyságú energiát használ fel. Az integrálódott vállalat profitja így magasabb lesz, mint a monopólium integrációt megelőző nyeresége.

33. a) A monopol forgalmazó által érzékelt keresleti görbe a piaci keresleti görbe, így $p = \frac{a+m}{2}$.
    b) A monopol termelő által érzékelt keresleti görbe a forgalmazó határbevételi görbéje, így $m = \frac{a+c}{2}$.
    c) A monopol termelő nem engedi profithoz jutni a kereskedőt, épp $m = p$ egységárat kér a termékért: $p = \frac{a+c}{2}$.

34. a) $p = 38,5$, $q = 11,5$
    b) A kiskereskedő profitja $\pi_k = 132,25$, a termelő profitja $\pi_t = 264,5$.
    c) $\pi_m = 529$

35. a) $p = \frac{44+m}{2}$
    b) $m = 25$
    c) Ekkor a termelő nem engedi profithoz jutni a kiskereskedőt, így $p = 25$.

36. a) A torkolatvidéki vállalat profitmaximalizálási feltétele: $70 - \frac{2}{100}Q = 10 + p_m$. A forrásvidéki vállalat által érzékelt inverz keresleti függvény: $60 - \frac{1}{50}Q = p_m$, a forrásvidéki vállalat határköltsége 20. Az egyensúlyi termelési mennyiség $Q = 1000$.
    b) Az eredeti keresleti görbe és $10 + 20 = 30$ határköltségű termelés mellett: $Q = 2000$.
    c) Csak a forrásvidéki vállalatnál van profit. $Q = 2000$.
37. a) Igen megéri, mivel az 1-es vállalat fúzió előtti profitja: $\pi_1 = 277,78$; és ha pl.: X-et vásárolja fel, akkor X fúzió előtti profitja (ami megegyezik Y profitjával) $\pi_X = 0$; a vertikális fúzió után pedig az újonnan létrejött $X1$-es vállalat profitja $\pi_{X1} = 434,03$.
    b) Nem tudja kiszorítani a vertikális integráció által, mindössze a profitját csökkenti $\pi_2 = 277,78$-ról $\pi_2 = 69,44$-re.
38. a) $\pi_1 = 0$; $\pi_2 = 0$; $\pi_X = 0$; $\pi_Y = 0$
    b) $\pi_1 = 1111,11$; $\pi_2 = 1111,11$; $\pi_X = 0$; $\pi_Y = 0$
    c) $\pi_{X1} = 1736,11$; $\pi_2 = 277,78$; $\pi_Y = 416,67$
39. a) $P = 230$
    b) $P = 315$
40. a) $p(Q)Q - cQ$ és $(1 - s) \cdot [p(Q)Q - cQ]$ maximuma ugyanannál a Q-nál van. A keletkezett profit oszlik meg a gyártó és kereskedő vállalat közt.
    b) $(1-s) \cdot p(Q)Q - cQ$ maximuma kisebb termelési szint mellett van, mint az előző esetben.
41. a) $Q = 4$
    b) A kereskedő határbevételi görbéjét érzékeli a termelő a saját keresleti görbéjének. $Q = 2$.
42. a) $R = 0$, mivel a kiskereskedők Bertrand-árversenyt játszanak, így az árat leversenyzik a határköltségükig, ami pont a termék beszerzési ára $m = 5$.
    b) Ebben az esetben egy kereskedő profitfüggvénye az alábbi alakot ölti: $\pi_i = \frac{\sqrt{R_1+R_2}}{2}(10 - 5) - R_i$ Ezt mindkét szereplőre megoldva (R_i szerint maximalizálva, majd $R_1 + R_2$-re rendezve) megkapjuk az iparági reklámkiadásokat, ami $R = 1,5625$.
43. a) $p = 8$, $q = 2$
    b) A kiskereskedő profitja $\pi_k = 4$, a termelő profitja $\pi_t = 8$.
    c) Ebben az esetben a kiskereskedő profitja a franchise díj befizetése után $\pi_k = 0$, a termelő profitja $\pi_t = 16$
    d) A kétrészes ár alkalmazásával pontosan ugyanakkora profit érhető el iparági szinten mintha maga a termelő monopólium végezné az értékesítést, így ez megoldást jelent a dupla monopolista haszonkulcs problémájára.
44. a) A torkolatvidéki vállalatok a Bertrand-verseny miatt a határköltséggel megegyező árat szabnak, vagyis $P_{U_1} = P_{U_2} = 0$ így $\pi_{U_1} = \pi_{U_2} = 0$. Ekkor a torkolatvidéki vállalatok szimultán árversenyéből $P_{D_1} = P_{D_2} = 20$ így $\pi_{D_1} = \pi_{D_2} = 800$.

b) Tegyük fel, hogy U_1 és D_1 fúzionál. Ekkor D_2 a monopólium U_2-vel néz szembe, akitől w_2 áron jut hozzá az inputhoz. D_2 reakciófüggvényét w_2 függvényében felírva, és felhasználva, hogy D_1 reakciófüggvénye $p_1 = 15 + 0,25p_2$ kapjuk, hogy $p_2 = 20 + 0,53w_2$, $p_1 = 20 + 0,13w_2$. U_2 profitját w_2 szerint maximalizálva adódik, hogy $w_2 = 21,43$, $p_1 = 22,86$, $p_2 = 31,43$. Ekkor a fúzionált vállalat profitja $1044,5$, amely nagyobb, mint U_1 és D_1 együttes profitja a fúziót megelőzően.

45. A feladatot visszagöngyölítéssel oldjuk meg. A második időszakban a profit: $\Pi_2 = (p_2 - 10) \cdot (100 - p_2 - Q_1)$ a profitmaxiumot biztosító ár $p_2 = 55 - \frac{Q_1}{2}$, így a második időszak kereslete: $Q_2 = 45 - \frac{Q_1}{2}$. A két időszak együttes profitja az első időszak Q_1 termelése mellett:
$\Pi = (100 - Q_1 + 55 - \frac{Q_1}{2})Q_1 - 10Q_1 + (45 - \frac{Q_1}{2})^2$, melynek maximuma $Q_1 = 40$ mellett van, és így $p_1 = 95$, $Q_2 = 25$, $p_2 = 35$.

46. a) $r_1 = r_2 = 1000$ \$, a profit mindkét időszakban 1 000 000\$, így az összes profit 2 000 000\$.
    b) Ha eladja a terméket, akkor a 2. időszaki kereslet: $P_2 = 2000 - Q_1 - Q_2$. Az $MR = MC$ feltétel alapján $Q_2 = 1000 - 0,5Q_1$. Az első időszakbeli fizetési hajlandóság ekkor $P_1 = 2000 - Q_1 + 2000 - Q_1 - Q_2$. Behelyettesítve a Q_2-re kapott összefüggést $P_1 = 3000 - 1,5Q_1$. A két időszak együttes profitja ekkor $\pi = (3000 - 1,5Q_1)Q_1 + \frac{2000-Q_1}{2}\frac{2000-Q_1}{2}$. Ezt maximalizálva kapjuk, hogy $Q_1 = 800$, $P_1 = 1800$, $Q_2 = 600$, $P_2 = 600$, $\pi = 1\ 800\ 000$.
    c) Ha nem értékesíti, csak bérbeadja a terméket.

47. a) Mivel a második időszakbeli 5 határköltség az első időszakban $0,8 \cdot 5 = 4$, ezért a vállalat számára közömbös, hogy milyen minőségű terméket gyárt, $p = 27,5$, $Q = 22,5$.
    b) Ha a vállalat számára megnő az egyidőszakos termék gyártási költsége, akkor olyan terméket érdemes gyártani, amelyet két időszakon keresztül tud bérbe adni.

48. a) Tartós jószág termelése esetén jelöljük általánosan m-mel a határköltséget. A visszagöngyölítés módszerével meghatározható: ha az első időszak esetén Q_1-et termelnek, akkor a második időszakból származó profit $(\frac{1-m-Q_1}{2})^2$, majd az első időszakból származó profit pedig $(1 - Q_1 - m) \cdot Q_1$. A két időszak profitját összeadva, majd Q_1 szerint maximalizálva, végül $m = 1$-et behelyettesítve kapjuk, hogy se az első, se a második időszakban nem érdemes a tartós jószágot termelni. Ilyenkor mindig a nem tartós jószágot termelik, méghozzá mindkét időszakban $\frac{1-c}{2}$ mennyiségben.
    b) Minden $0,5 \leq c \leq 1$ érték mellett a tartós jószág termelését fogja választani monopólium.

49. A monopólium akkor maximalizálná a profitját, ha az első időszakban 30-ért tudna értékesíteni a magas értékelésű fogyasztónak, a második időszakban pedig 20-ért az alacsony értékelésűnek. Ilyen árak mellett azonban a magas értékelésű fogyasztónak érdekében áll elhalasztani a fogyasztását a

második időszakra. Az első időszakbeli árat korlátozza a magas értékelésű fogyasztó így elérhető többlete, vagyis az első időszaki ár maximum értéke: $P_1 = 30 - \delta 10$. Ha a monopólium ezt az árat szabja az első időszakban és $P_2 = 20$-at a másodikban, akkor az elérhető profitjának a jelenértéke $\pi = 30 + 10\delta$. Ennél azonban minden 1-nél kisebb diszkontfaktor mellett jobban jár, ha az első időszakban $P_1 = 20$-ért értékesít mindkét fogyasztónak, mivel ebben az esetben a profitja 40.

50. Mindkét vállalat az egységnyi szolgáltatás költségét minimalizálja, és a legolcsóbbat fogja választani. Hosszú távon azután a tökéletesen versenyző vállalat átlagköltségen, a monopólium pedig V áron adja el az égő időegységnyi szolgáltatását.

51. a) $p = 13$
    b) $s = 600,25$

52. a) Ha mindkét vállalat folytat reklámtevékenységet, akkor $\pi_i = 8 - T$.
    Ha csak az egyikük reklámoz, akkor annak profitja $\pi = 8 - T$, míg a másik profitja $\pi = 36 - T$.
    Ha egyik vállalat sem reklámoz, akkor $\pi_i = 9 - T$.
    Egyensúlyban egyik vállalat sem folytat reklámtevékenységet.
    Egyensúlyban a franchise-díj legfeljebb $T = 9$ lehet.
    b) Ha mindkét vállalat folytat reklámtevékenységet, akkor $\pi_i = 12,5 - T$.
    Ha csak az egyikük reklámoz, akkor annak profitja $\pi = 12,5 - T$, míg a másik profitja $\pi = 40,5 - T$.
    Ha egyik vállalat sem reklámoz, akkor $\pi_i = 0 - T$.
    Egyensúlyban az egyik vállalat reklámozni fog.
    Tiszta stratégiai Nash-egyensúlyban legfeljebb $T = 12,5$ lehet.

53. a) Az i-edik vállalat profitját q_i szerint maximalizálva kapjuk, hogy $q_i = \frac{120}{n+1}$. Ezt behelyettesítve a profitba és egyenlővé téve nullával: $\pi_i = (250 - 2\frac{120n}{n+1})\frac{120}{n+1} - a - 100 - \frac{1200}{n+1} = 0$, amiből $n = \frac{240}{\sqrt{2(100+a)}} - 1$, ami a-ban csökkenő.
    b) $n = 14$

54. $s = 10$, $q = 10$, $P = 200$

55. a) $Q = 4$ és $A = 8$
    b) $\frac{8}{24} = \frac{\frac{2}{3}}{2}$, vagyis a reklámozási kiadás és a teljes bevétel aránya megegyezik a reklámozás szerinti rugalmasság és az árrugalmasság hányadosával.

56. a) A monopólium profitja: $\pi(A,p) = 36\sqrt{A}p^{-1} - 36\sqrt{A}p^{-2} - A$. Ezt maximalizálva p és A szerint kapjuk, hogy $p = 2$ és $A = 20,25$
    b) Adott A mellett a fogyasztói többlet $FT =_0 \int^{9\sqrt{A}} 6\frac{\sqrt[4]{A}}{\sqrt{Q}}dQ - 2\cdot 9\sqrt{A} =$
    $= 18\sqrt{A}$, a monopólium profitja $\pi = 2\cdot 9\sqrt{A} - 9\sqrt{A} - A = 9\sqrt{A} - A$. A társadalmi jólét ekkor: $W(A) = 18\sqrt{A} + 9\sqrt{A} - A = 27\sqrt{A} - A$. Ezt A szerint maximalizálva kapjuk, hogy $A = 182,25$, vagyis a társadalmilag optimális reklámozási szint nagyobb, mint a monopólium által választott reklámozási szint.

57. Adott p ár mellett az a fogyasztó vásárol, akinek az értékelése $\theta \geq \frac{p}{\sqrt{A}+1}$. Ekkor a termék iránti kereslet $1 - \frac{p}{\sqrt{A}+1}$, aminek a rugalmassága $\epsilon = -\frac{1}{\sqrt{A}+1} \cdot \frac{p}{1-\frac{p}{\sqrt{A}+1}} = -\frac{p}{\sqrt{A}+1-p}$, aminek az abszolút értéke A-ban csökkenő.

58. a) $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}(p_1 - p_2)$
    b) $Q_1(p_1, p_2, \lambda_1, \lambda_2) = \lambda_1(1 - \lambda_2) + \lambda_1\lambda_2(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(p_1 - p_2))$
    c) Az 1-es vállalat profitja:
    $\pi_1 = (p_1 - 2)(\lambda_1(1 - \lambda_2) + \lambda_1\lambda_2(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(p_1 - p_2))) - 8\lambda_1^2$. Ezt maximalizálva p_1 és λ_1 szerint, valamint kihasználva, hogy a vállalatok szimmetrikusak kapjuk, hogy $p_1 = p_2 = 10$ és $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{2}{5}$.

59. a) Mivel a D törzsutasok semmilyen pozitív p_B ár mellett nem választják a B társaság járatait, ezért a Discount társaság két lehetőség közül választhat: vagy törzsutasainak rezervációs árán értékesít és ebben az esetben t számú utast szállít, illetve $6t$ nagyságú profitot ér el, vagy legfeljebb $p_D = 1$ áron áraz, annak érdekében, hogy utasainak számát a másik típusú fogyasztókkal is növelni tudja. De ezen utóbbi esetben profitja legfeljebb $2t$ lehet, ami alacsonyabb mint az első alternatíva melletti profit. Így a Discount $p_D = 6$ áron áraz, és csakis a saját törzsutasait szállítja, míg a Budget a B típusú törzsutasok rezervációs árán értékesít, és így $p_B = 3$ ár mellett $3t$ nagyságú profitot realizál.
    b) A vállalatok vagy úgy áraznak, hogy egyensúlyban a saját törzsutasaikat szállítják, és ekkor 9-es ár mellett egyenként $9t$ nagyságú profitot érnek el, vagy pedig az utasok számának növelése érdekében legfeljebb 4-es árat határoznak meg, hogy ezzel elcsábítsák a másik társaság utasait. Azonban még határesetben is legfeljebb $8t$ nagyságú profitot érhetnének így el. Tehát egyensúlyban 9-es árat határoznak meg, és $9t$ nagyságú profitot érnek el.
    c) Mindkét vállalatnak érdekében áll a vonatkozó megállapodás megkötése.

60. A Cournot-egyensúly $\pi_i = \frac{1}{16}\frac{(A-c)^2}{B}$. Amennyiben két vállalat egyesül, úgy az általuk elért profit $\pi = \frac{1}{9}\frac{(A-c)^2}{B}$. Mivel $\frac{1}{16}\frac{(A-c)^2}{B} + \frac{1}{16}\frac{(A-c)^2}{B} > \frac{1}{9}\frac{(A-c)^2}{B}$, ezért a két vállalatnak sohasem áll érdekében egyesülni.

61. A fúzió előtt $\pi_i = 18$, ha két vállalat fúzióra lép, akkor az általuk elért profit $\pi_f = 32$, ami alacsonyabb, mint az egyesülés előtt elért profitjaik összege, így nem kell tartani a vállalatok fúziójától, mivel a vállalatoknak nem áll érdekében egyesülniük.

62. a) A Cournot-egyensúlyban N vállalat esetén egy vállalat profitja:
    $\pi(N) = \frac{400}{(N+1)^2} - F$.
    A vállalatok akkor vannak ösztönözve az egyesülésre, ha az egyesülés utáni profit meghaladja az egyesülés előtti profitok összegét, azaz, ha $2 \cdot \frac{400}{(N+1)^2} - 2F < \frac{400}{N^2} - F$, ami teljesül.
    b) A jóléti többlet (a profitok és a fogyasztói többlet összege) növekszik, ugyanis az egyesülés előtti jóléti többlet 132, míg egyesülés utáni 142,5.

63. a) Nem éri meg, mert egy vállalat profitja az egyesülés előtt $\pi_i = 120\,000$, míg a fúziót követően $\pi_i = 66122,45$.

b) Tegyük fel, hogy a 8 vállalatból k egyesül. Ekkor, mivel az n vállalatos Cournot-iparág egy vállalatának profitja $\pi_i = \frac{(2000-200)^2}{(n+1)^2}$, akkor éri meg a fúzió, ha $\frac{(2000-200)^2}{(8-k+2)^2} \geq k\frac{(2000-200)^2}{81}$, amiből $k \geq 7$. Ez összhangban van az úgynevezett 80 %-os szabállyal.

64. a) Az egyesülés előtti egyensúlyi ár $p = 9$, egyensúlyi profitok $\pi_i = 16$, egyesülés után a piaci ár $p = \frac{25}{3} < 9$, a vezető vállalat profitja $\pi_V = \frac{100}{3} > 2 \cdot 16 = 32$.
b) Egyesülés előtti (egy vezető és két követő vállalat) esetben $p = \frac{25}{3}$, míg egyesülés utáni (két vállalatos iparág) esetben $p = \frac{35}{3}$. Mivel az ár nő, a fogyasztói többlet csökken.

65. a) Egyesülés előtt a vállalatok profitja $\pi_1 = \pi_2 = \frac{196}{16} = 12,25$.
Egyesülés után a profit $\pi_{1+2} = \frac{196}{9} = 21,8 < \pi_1 + \pi_2$.
b) Egyesülés előtt a vállalatok profitja $\pi_1 = \frac{196}{16} = 12,25$, $\pi_3 = \frac{36}{16} = 2,25$.
Egyesülés után a profit $\pi_{1+3} = 16 > \pi_1 + \pi_3$

66. a) $q_1 = 43,75$
b) Az első vállalat termelése az előző esethez képest $1,75$-tel csökken.

67. a) $p_1 = 12$ és $p_2 = 18$
b) $p_1 = 20$ és $p_2 = 25$

68. a) $p_1 = p_2 = 3$ $q_1 = q_2 = 15$ és $\pi_1 = \pi_2 = 45$
b) $p_1 = p_2 = 4$ és $\pi_1 = \pi_2 = 48$
c) $p_{cs} = 3,2$ $\pi_{cs} = 51,2$
d) $\delta = 0,516$

10. fejezet

Hiányos információjú játékok

Ez a fejezetünk egyenes folytatása a „Teljes információs játékok” résznek, az itt használt feltételezéseink mindössze abban különböznek az ott alkalmazottaktól, hogy most még egy lépéssel közelebb kerültünk a valóság reális modellezéséhez. Természetesnek vesszük ugyanis, hogy egy adott szituációban az egymással kapcsolatba kerülő szereplők nem pontosan ismerik egymás típusát, vagy más, saját döntésük szempontjából fontos információt, amit rendszerint szintén a szereplők típusaként modellezünk. Ugyanúgy, mint ahogy a kártyajátékban sem tudhatjuk, hogy ellenfelünk blöfföl vagy igazat mond, gazdasági versenytársunk is tettetheti, hogy alacsony költségű, pedig nem biztos, hogy az. Harsányi János zseniális gondolatának köszönhetően azonban ezt a hiányos információt át tudjuk alakítani tökéletlen információvá, amikor „mindössze” annyit nem ismerünk, hogy a velünk játékhelyzetben levő partnerünk típusától függően pontosan milyen stratégiát választ, illetve választott. Ez a logikai transzformáció azonban lényegesen matematikaigényesebbé teszi a tárgyalt problémák áttekintését, ezért ezt a fejezetünket semmiképp nem ajánljuk kezdőknek. Nem is tettük közvetlen a „Teljes információs játékok” után, hanem beillesztettük az alaptémákon túlmutató fejezetek közé. A hiányos információjú játékok témakörében viszonylag sok a még nem teljesen leülepedett, fejlődésben levő fogalom és definíció, és szinte naponta születnek újabb eredmények. Az alapmodelleket ennek ellenére már 30–50 éve megalkották, és azóta sokan és sokféleképp feldolgozták. Jó néhány kérdésünk éppen ilyen modellekre épül. Ezeknél a feladatoknál nehéz visszakeresni, melyik szerzőtől származik az első hivatkozás, ott, ahol biztosak voltunk a forrásban, ezt meg is jelöltük. Reméljük, hogy a feladatok megoldása során olvasóink is érzékelni fogják a téma aktualitását és a benne rejlő további modellezési lehetőségeket.

10.1. Tesztkérdések

Statikus bayesi játékok, bayesi Nash-egyensúly

1. Ahhoz, hogy egy statikus játékot hiányos információjúnak tekintsünk, szükséges, hogy
   a) legalább egy játékos bizonytalan legyen a többi játékos lehetséges típusaival kapcsolatban;
   b) legalább egy játékos bizonytalan legyen a többi játékos kifizetőfüggvényével kapcsolatban;
   c) mindegyik játékos bizonytalan legyen a többi játékos kifizetőfüggvényével kapcsolatban;
   d) legalább egy játékos bizonytalan legyen a többi játékos lehetséges stratégiáival kapcsolatban.
2. Egy nem teljes információs statikus játék megadásához többek közt meg kell adnunk
   a) a szereplők típushalmazait, amennyiben azok nem egyeleműek;
   b) a szereplők vélekedését a többi szereplő típusáról.
   c) Mind a), mind b) igaz.
   d) Sem a), sem b) nem igaz.
3. Adott egy kétszereplős hiányos információs játék, melyben az egyik játékosnak két lehetséges típusa van, míg a másik játékos típushalmaza egyelemű. Ekkor
   a) a rosszul informált fél stratégiája a másik mindkét lehetséges típusához rendel egy akciót;
   b) a rosszul informált fél optimális stratégiája kialakításában nem veszi figyelembe a másik típusát, mivel az számára ismeretlen;
   c) egyik játékos stratégiái sem függnek a típusoktól;
   d) a jólinformált fél stratégiája minden lehetséges saját típusához rendel egy akciót.
4. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
   a) Minden hiányos információs játék felírható olyan formában, ahol csupán a kifizetések bizonytalanok az egyik vagy több játékos számára.
   b) A hiányos információs játékoknak két, egymásnak nem megfeleltethető típusa van. Az egyikben a kifizetések, míg a másikban a lehetséges stratégiák bizonytalanok az egyik vagy több játékos számára.
   c) Egy hiányos információs játék egyértelműen meghatározható a lehetséges akciók, típusok és kezdeti vélekedések megadásával.
   d) Egyik állítás sem igaz.

5. Bayesi Nash-egyensúlyban
   a) a másik játékos stratégiájára adott legjobb válasz kialakításakor a jól-informált félnek nem kell figyelembe vennie a rosszul informált fél vélekedését, mivel számára minden információ rendelkezésre áll;
   b) mindegyik játékos stratégiája a legjobb válasz a többi játékos egyensúlyi stratégiájára, minden lehetséges típus esetén, adott, konzisztens vélekedések mellett;
   c) egyik játékos sem érdekelt abban, hogy az adott típusa mellett megváltoztassa a stratégiáját, azonban ez nem feltétlenül igaz, ha a lehetséges típusok közül egy másik valósulna meg;
   d) Egyik állítás sem igaz.
6. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
   a) Egy teljes információs játék Nash-egyensúlya kevert stratégiákban legtöbbször megfeleltethető egy kismértékben módosított hiányos információs játék bayesi Nash-egyensúlyának, ahol a játékosok tiszta stratégiákat játszanak és az információhiány mértéke elegendően nagy.
   b) A teljes információs játékokkal ellentétben nem minden véges, statikus bayesi játéknak van bayesi Nash-egyensúlya kevert stratégiákban.
   c) Egy teljes információs játék Nash-egyensúlya kevert stratégiákban legtöbbször megfeleltethető egy kismértékben módosított hiányos információs játék bayesi Nash-egyensúlyának, ahol a játékosok tiszta stratégiákat játszanak, és az információhiány mértéke tart a nullához.
   d) A hiányos információs játékokkal ellentétben nem minden véges, statikus teljes információs játéknak van Nash-egyensúlya kevert stratégiákban.
7. Tekintsünk egy olyan elsőáras aukciót, amelyben a licitálók értékelései egymástól független egyenletes eloszlást követnek a [0,1] zárt intervallumon! Ekkor n licitáló esetén:
   a) a játék szimmetrikus bayesi Nash-egyensúlyában az egyensúlyi licit a licitáló értékelésének $(n-1)/n$-szerese;
   b) a játék szimmetrikus bayesi Nash-egyensúlyában az egyensúlyi licit a licitáló értékelésének $n/(n-1)$-szerese;
   c) a játék szimmetrikus bayesi Nash-egyensúlyában az egyensúlyi licit a licitáló értékelésének $(n-1)/(n+1)$-szerese;
   d) a játék szimmetrikus bayesi Nash-egyensúlyában az egyensúlyi licit a licitáló értékelésének $(n+1)/(n-1)$-szerese.
8. A teljes információs játékok kevert stratégiájú Nash-egyensúlya és a hiányos információs statikus játékok bayesi Nash-egyensúlya közti hasonlóságra utal, hogy
   a) kevert stratégia esetén az i-edik játékos egyenlő eséllyel választ a lehetséges tiszta stratégiái közül;
   b) kevert stratégia esetén a j-edik játékos bizonytalan arra vonatkozóan, hogy az i-edik játékos mit fog választani;
   c) hiányos információs statikus játékok esetén soha nem létezhet dominánns stratégia;
   d) mindkettő egyértelműen megfeleltethető egy dinamikus játéknak.

9. Az ösztönzéskompatibilis direkt mechanizmus jellemzője:
   a) a játékosok egyetlen akciója, hogy típusukat jelentik be;
   b) a tényleges típusok bevallása bayesi Nash-egyensúlyt alkot;
   c) bármely bayesi játék bármely bayesi Nash-egyensúlya reprezentálható egy ösztönzéskompatibilis direkt mechanizmussal.
   d) Mind a három fenti állítás igaz.

Dinamikus hiányos információs játékok, tökéletes bayesi egyensúly

10. Egy tökéletes információs játékban
   a) minden játékos minden információs halmaza egyelemű;
   b) legalább egy játékos valamely információs halmaza több elemet tartalmaz;
   c) szükséges, hogy minden játékos minden információs halmaza több elemet tartalmazzon;
   d) az információs halmazok mindig egyértelműen megfeleltethetők egy hiányos információjú játék információs halmazainak.
11. Egy nem tökéletes információs játékban
   a) minden játékos minden információs halmaza egyelemű;
   b) legalább egy játékos valamely információs halmaza több elemet tartalmaz, és a játék megfeleltethető valamely hiányos információs játéknak;
   c) szükséges, hogy minden játékos minden információs halmaza több elemet tartalmazzon;
   d) legalább egy játékos valamely információs halmaza több elemet tartalmaz, de a játék soha nem feleltethető meg semmilyen hiányos információs játéknak.
12. A dinamikus hiányos információjú játékok tökéletes bayesi egyensúlya
   a) részjáték-tökéletes Nash-egyensúllyá alakul, ha megszűnik az információhiány;
   b) bayesi Nash-egyensúllyá alakul, ha a játékban megszűnik a dinamika, de az információ hiányos marad;
   c) Nash-egyensúllyá alakul, ha a játékban megszűnik mind az információhiány, mind a dinamika.
   d) Valamennyi fenti állítás helyes.
13. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
   a) Minden tökéletes emlékezetű véges játékban minden kevert stratégiához tartozik egy vele eredményekvivalens viselkedési stratégia.
   b) Nem minden tökéletes emlékezetű véges játékban tartozik minden viselkedési stratégiához egy vele eredményekvivalens kevert stratégia.
   c) A teljes információs játékok esetében mindig van olyan kevert stratégia, amelyhez nem található vele eredményekvivalens viselkedési stratégia.
   d) A teljes információs játékok esetében mindig van olyan viselkedési stratégia, amelyhez nem található vele eredményekvivalens kevert stratégia.

14. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
    a) Egy adott információs halmazban soron következő játékos s_i stratégiája a kérdéses információs halmazban kezdődve szigorúan dominált, ha a játékosnak létezik egy másik s_i' stratégiája, mely a játékos legalább egy másik lehetséges vélekedése és a többi játékos adott stratégiája mellett nagyobb vagy egyenlő várható kifizetést eredményez.
    b) Egy információs halmaz pontosan akkor van egyensúlyi pályán, ha azt az egyensúlyi stratégiát játszó játékosok biztosan elérik a játék során.
    c) Lehetséges olyan tökéletes bayesi egyensúly, ahol az egyensúlyi pályán kívül az egyik játékos szigorúan dominált stratégiát játszik.
    d) Egyik állítás sem igaz.
15. A tökéletes bayesi egyensúlynak nem szükséges feltétele, hogy
    a) a soron következő játékosnak minden információs halmazban legyen vélekedése arról, hogy a kérdéses információs halmaz mely elemében lehet a játék;
    b) minden játékos stratégiája szekvenciálisan racionális legyen a meglévő vélekedések mellett;
    c) a játékosok az egyensúlyi pályán lévő információs halmazokban kialakított vélekedéseik alapján legalább gyengén domináns stratégiákat játsszanak;
    d) a játékosok egyensúlyi pályán lévő információs halmazokban kialakított vélekedései megfeleljenek a Bayes-szabálynak és összhangban legyenek a játékosok egyensúlyi stratégiáival is.

Elvegyítő és szeparáló egyensúly, Harsányi-transzformáció

16. Az alábbi állítások közül melyik hamis?
    a) Elvegyítő egyensúly esetén a rosszul informált játékos kezdeti és korrigált vélekedései megegyeznek.
    b) Szeparáló egyensúly esetén minden típus különböző egyensúlyi stratégiát választ.
    c) Egy dinamikus játék részben szeparáló egyensúlyában a különböző típusok stratégiái kezdetben mindig azonos, egy adott információs halmazt elérve viszont eltérő akciókból állnak.
    d) Hibrid egyensúlyban legalább az egyik típus véletlenszerűen választ a másik típussal való elvegyülés és szeparálódás között.
17. Dinamikus nem teljes információs játékok esetében
    a) nem minden játékhoz tartozik mind elvegyítő, mind szeparáló szerződésmenü;
    b) mindig bekövetkezik a kontraszelekció;
    c) kontraszelekció esetén a szeparáló egyensúly mindig egybeesik az elvegyítő egyensúllyal.
    d) Egyik előző válasz sem helyes.

18. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
    a) Minden nem tökéletes információs játék nem teljes információs játék is egyben.
    b) Minden nem teljes információs játék nem tökéletes információs játék is egyben.
    c) Minden tökéletes információs játék nem teljes információs játék is egyben.
    d) Minden nem tökéletes emlékezetű játék tökéletes információs játék is egyben.
19. A Harsányi-doktrína szerint
    a) a játékosok kezdeti (a priori) vélekedései mindig megegyeznek;
    b) a játékosok típusa egy a priori valószínűség alapján a Bayes-szabály segítségével megadható;
    c) azonos információval rendelkező játékosoknak is lehetnek eltérő vélekedései, melyek a Bayes-szabály segítségével adhatók meg;
    d) a játékosok vélekedése csakis a priori módon adható meg.
20. Egy kétszereplős, dinamikus bayesi játékban az első játékosnak két lehetséges típusa (A és B), valamint két lehetséges akciója (x és y) van. A második játékos nem ismeri az első típusát, de megfigyeli a választott akciót, mely jelen esetben x. Ekkor a Bayes-féle valószínűség tétele alapján a következőt mondhatja:
    a) annak a valószínűsége, hogy az első játékos típusa „B”, feltéve hogy az „x” akciót választotta megegyezik az „x” akció „B” típus melletti feltételes előfordulási valószínűségének és „x” feltétel nélküli bekövetkezési valószínűségének hányadosával;
    b) annak a valószínűsége, hogy az első játékos típusa „B”, feltéve hogy az „x” akciót választotta megegyezik a „B” típus és „x” akció közös előfordulási valószínűségének és annak a valószínűségnek a hányadosával, hogy az első játékos az „x” akciót választja, feltéve, hogy „B” típusú;
    c) annak a valószínűsége, hogy az első játékos típusa „A”, feltéve hogy az „x” akciót választotta megegyezik az „A” típus előfordulási valószínűségének és annak a valószínűségnek a szorzatával, hogy az első játékos az „x” akciót választja, feltéve, hogy „A” típusú, osztva az „x” akció választásának feltétel nélküli valószínűségével;
    d) annak a valószínűsége, hogy az első játékos típusa „A”, feltéve hogy az „x” akciót választotta megegyezik az ”x” feltétel nélküli bekövetkezési valószínűségének és annak a valószínűségnek a szorzatával, hogy az első játékos az „x” akciót választja, feltéve, hogy „A” típusú, osztva az „A” típus előfordulási valószínűségével.
21. A Harsányi-transzformáció lényege, hogy
    a) nem tökéletes információs játékból teljes információs játékot hoz létre;
    b) nem teljes információs játékból teljes, de nem tökéletes információs játékot hoz létre;
    c) nem teljes információs játékból tökéletes információs játékot hoz létre;
    d) teljes információs játékból nem teljes információs játékot hoz létre.

Jelzésjátékok és olcsó duma típusú játékok

22. A jelzésjátékok és az olcsó duma típusú játékok közti egyik fő különbség, hogy
    a) olcsó duma játék esetén mindig van szeparáló egyensúly, míg jelzésjátékoknál nem feltétlenül;
    b) jelzésjátékok esetén a jólinformált fél egy adott üzenetét látva a fogadó vélekedést alakít ki a küldő típusára vonatkozóan, míg ez olcsó duma esetén nem lehetséges, hiszen itt nincs költsége az üzenetnek, semmi nem ösztönöz az igazmondásra;
    c) a jelzésjátékokkal ellentétben olcsó duma játékok esetén soha nincs szeparáló egyensúly.
    d) Egyik fenti állítás sem igaz.
23. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
    a) Egy olcsó duma típusú játékban az üzenetnek csak közvetett hatása lehet a játékosok kifizetésére.
    b) Olcsó duma típusú játékokban mindig van elvegyítő egyensúly.
    c) Az olcsó duma típusú játék és a jelzésjátékok fő különbsége, hogy az utóbbiban az üzenet költséges.
    d) Mindhárom állítás igaz.
24. Ahhoz, hogy az olcsó duma játékban az üzenet informatív legyen, szükséges feltétel, hogy
    a) a küldő különböző típusainak különböző preferenciái legyenek a fogadó akcióira vonatkozóan;
    b) a küldő különböző típusaira eltérő legyen a fogadó legjobb válasza;
    c) a fogadó saját akcióira vonatkozó preferenciája ne álljon teljesen ellentétben a küldő ugyanezen akciókra vonatkozó preferenciájával.
    d) Mindhárom feltétel szükséges.

A dinamikus játékok egyéb típusai

25. Amikor a többletinformációval rendelkező fél tesz lépést az információs aszimmetria csökkentésére, azt a következőképpen hívjuk:
    a) morális kockázat;
    b) kontraszelekció;
    c) szignálozás;
    d) szűrés.
26. Amikor a többletinformációval nem rendelkező fél tesz lépést az információs aszimmetria csökkentésére, azt a következőképpen hívjuk:
    a) morális kockázat;
    b) kontraszelekció;
    c) szignálozás;
    d) szűrés.

27. Ha a biztosítás megkötése után az ügyfél döntésén múlik, hogy tesz-e lépéseket a kár elkerülésére vagy sem, a következő jelenségről beszélhetünk:
    a) morális kockázat;
    b) kontraszelekció;
    c) szignálozás;
    d) szűrés.
28. Ha a biztosító az életbiztosítás megkötése előtt orvosi vizsgálatra kötelezi az ügyfelet, akkor a következő jelenséget akarja csökkenteni:
    a) morális kockázatot;
    b) kontraszelekciót;
    c) szignálozási előnyöket;
    d) szűrési lehetőséget.
29. Egy autópiacon kétféle autó van, működő és tragacs. Az eladók tökéletesen informáltak az autók állapotáról, a vevők viszont csak annyit tudnak, hogy az autók 20%-a tragacs. Az eladók számára egy működő autó 550 000 Ft-ot, míg egy tragacs 150 000 Ft-ot ér. Ennél kevesebbért nem adják el a kocsit. A vevők legfeljebb 700 000 Ft-ot hajlandók fizetni egy működő autóért és 200 000 Ft-ot egy tragacsért. Mindez köztudott tudás. A szereplők várható hasznosságukat maximalizálják. Mi történik a piacon?
    a) Csak a jó autókat értékesítik.
    b) Csak a tragacsokat értékesítik.
    c) Minden autót értékesítenek.
    d) Egyetlen autót sem értékesítenek.
30. Egy autópiacon kétféle autó van, működő és tragacs. Az eladók tökéletesen informáltak az autók állapotáról, a vevők viszont csak annyit tudnak, hogy az autók 50%-a tragacs. Az eladók számára egy működő autó 600 000 Ft-ot, míg egy tragacs 150 000 Ft-ot ér. Ennél kevesebbért nem adják el a kocsit. A vevők legfeljebb 900 000 Ft-ot hajlandók fizetni egy működő autóért és 180 000 Ft-ot egy tragacsért. Mindez köztudott tudás. A szereplők várható hasznosságukat maximalizálják. Mi történik a piacon?
    a) Csak a jó autókat értékesítik.
    b) Csak a tragacsokat értékesítik.
    c) Minden autót értékesítenek.
    d) Egyetlen autót sem értékesítenek.
31. Egy olyan termék esetén, melynek minőségében mindaddig nem lehetnek biztosak a vevők, amíg ki nem próbálják, hogyan csökkentheti az eladó a termékével kapcsolatos információs aszimmetriát?
    a) Garanciát kínál a termékre.
    b) Drága székházat épít.
    c) Költséges hirdetési kampányba fog.
    d) Mindhárom lépés csökkentheti az információs aszimmetriát.

32. A szignálozás Spence-féle alapmodelljében a vállalat azért fizet magasabb bért a nagyobb végzettséggel rendelkező munkásoknak, mert
    a) az oktatás során nő a munkások termelékenysége;
    b) a hatékony munkások a magasabb végzettséggel sikeresen szignálozzák nagyobb termelékenységüket;
    c) így mindenki többet tanul.
    d) Egyik fenti válasz sem helyes.
33. A klasszikus megbízó–ügynök probléma esetén
    a) a rosszul informált fél kifizetése csak a másik játékos nem megfigyelhető erőfeszítésétől függ;
    b) a jólinformált fél kifizetése függ mind a másik játékos nem megfigyelhető erőfeszítésétől, mind a véletlentől;
    c) a jólinformált fél kifizetése sosem függhet a véletlentől;
    d) a rosszul informált fél kifizetése függ mind a másik játékos nem megfigyelhető erőfeszítésétől, mind a véletlentől.
34. A klasszikus megbízó–ügynök probléma felírása során a részvételi korlát annak a feltételét fejezi ki, hogy
    a) a megbízó az ügynököt válassza a munkára;
    b) az ügynök a megbízó számára optimális mértékű erőfeszítést fejtsen ki;
    c) az ügynök elfogadja a megbízó által ajánlott szerződést.
    d) Egyik válasz sem helyes.
35. A klasszikus megbízó–ügynök probléma felírása során az ösztönzési korlát annak a feltételét fejezi ki, hogy
    a) a megbízó az ügynököt válassza a munkára;
    b) az ügynök a megbízó számára optimális mértékű erőfeszítést fejtsen ki;
    c) az ügynök elfogadja a megbízó által ajánlott szerződést.
    d) Egyik válasz sem helyes.
36. A turista–bennszülött modellben
    a) kialakulhat egyáras egyensúly;
    b) kialakulhat kétáras egyensúly;
    c) soha nem létezik olyan egyensúly, melyben véges számú egyensúlyi ár van.
    d) A fentiek közül két válasz helyes.
37. A reklám
    a) sohasem növeli a társadalmi jólétet;
    b) szintje társadalmi szempontból mindig túlságosan magas;
    c) szintje társadalmi szempontból mindig túlságosan alacsony.
    d) Egyik válasz sem helyes.

38. A használtautók piacán kétféle kocsi van, jó és rossz minőségű. Az eladók pontosan ismerik az autók minőségét, a vevők azonban nem. Az egyik kereskedő vállalta, hogy az elkövetkező egy évben az általa eladott kocsi minden szükséges javítását kifizeti. Ezzel
    a) az ő esetében már nincs több probléma az aszimmetrikus információ miatt;
    b) megpróbálta csökkenteni a kontraszelekció problémáját, de morális kockázattal kapcsolatos problémát hozott létre;
    c) megpróbálta csökkenteni a morális kockázat problémáját, de kontraszelekcióval kapcsolatos problémát hozott létre;
    d) lehetővé tette a szűrést potenciális vásárlói körében.
39. A biztosítók a káresemény bekövetkezésekor azért követelnek meg önrészt is a kompenzáláskor,
    a) mert piaci hatalmuk segítségével így tudnak további profittöbbletet elérni;
    b) mert egymással versengve szükségük van a tranzakciós költségek megtérítésére;
    c) hogy csökkentsék az erkölcsi kockázatot;
    d) hogy csökkentsék a kontraszelekciót.
40. A kötelező társadalombiztosítás
    a) a magasabb kockázatú emberek számára olcsóbb, mintha csak az ő részükre konstruálták volna a biztosítást;
    b) az alacsonyabb kockázatú emberek számára olcsóbb, mintha változatlan kompenzációs rátával, diszkrimináció nélkül (mindenki számára azonos feltételekkel), üzleti alapon kínálnák a biztosítást, melyben a részvételt mindenki maga dönti el;
    c) egy közös kockázati alapot hoz létre a magasabb és az alacsonyabb kockázatú emberek számára.
    d) Mindhárom fenti állítás igaz.

10.2. Számítási feladatok

1. Ádám és Éva a következő játékot játsszák: Mindketten dönthetnek, hogy almával vagy körtével lepik meg a másikat. Az Édenkert két sarkába mennek el gyümölcsöt szedni, így akkor már nem tudnak változtatni döntésükön, amikor meglátják, mit hozott a másik. Ádám elég szeszélyes mostanában. Ha rossz kedvében van, csak az vidítja fel, ha más gyümölcsöt kap, mint amit ő hozott. Ekkor, ha almát kap körtéért, 10, míg ha körtét almáért cserébe, 8 lesz a hasznossága. Ha mindketten almát visznek, 5, ha pedig körtét, az csak 2 hasznosságot jelent számára. Viszont ha Éva jókedvében találja Ádámot, akkor Ádám annak örül, ha eltalálták egymás gondolatát, és mindketten ugyanazt a gyümölcsöt szedték. Ha két körte cserél gazdát, Ádám hasznossága 8, míg két alma esetén 6 lesz. Ha almát kap körtéért cserébe, hasznossága 4, míg ha körtét kap almáért, hasznossága 2 lesz. Éva mindig örül annak, ha kitalálják egymás gondolatát. A

gyümölcstől függetlenül ekkor hasznossága 4. Még jobban szereti ennél, ha Ádám almával lepi meg, mikor ő körtét szedett, hasznossága ekkor 5. Almát viszont nem szívesen ad körtéért cserébe, ez a csere 0 hasznosságot jelent számára. Köztudott, hogy Éva szerint annak a valószínűsége, hogy Ádám rosszkedvű, p.

a) Írjuk fel az akcióhalmazokat, a típusok halmazát és a kezdeti vélekedéseket!
b) Mik lesznek a tiszta stratégiák, illetve az egyes tiszta stratégiák kombinációi esetén a várható kifizetések?
c) Adjuk meg az egyensúlyi tiszta stratégiákat p függvényében!

2. Máté Klárinak udvarol. Az este mindketten moziba akarnak menni, a jegyeket azonban külön veszik meg. Két film közül választhatnak: vagy egy akciófilmet, vagy egy romantikus filmet néznek meg. Máté nem biztos Klári érzelmeiben. Ha Klárinak tetszik a fiú, akkor a következő játékot játsszák:

		Klári	
		akciófilm	romantikus film
Máté	akciófilm	5; 3	1; 1
	romantikus film	0; 0	3; 5

ha viszont Klárinak nem szimpatikus az udvarló, akkor inkább külön szeretne szórakozni és a következő játékot játsszák:

		Klári	
		akciófilm	romantikus film
Máté	akciófilm	5; 0	1; 5
	romantikus film	0; 3	3; 1

Máté szerint 50 százalék valószínűséggel tetszik Klárinak, Klári azonban természetesen tudja, hogy szimpatikus-e neki a fiú.

a) Mi lesz Máté és Klári egyensúlyi stratégiája, ha csak tiszta stratégiákban keressük az egyensúlyt?
b) Mi lesz Máté és Klári egyensúlyi stratégiája, ha kevert stratégiák is lehetségesek?

3. Feledékeny Frigyes piknikezni indul a barátnőjével, Lujzával. Megbeszélték, hogy ő viszi a szendvicseket, a barátnője pedig a süteményt. Frici háromféle szendvicset tud csinálni, sajtosat, kolbászosat és sonkásat, a barátnője pedig vagy csokis kekszet, vagy kókuszgolyót készít. Előre megbeszélték, ki melyik ételt mennyire szereti, de végül nem állapodtak meg abban, pontosan mit fognak vinni. Frici a csokis kekszet szereti inkább, hozzá kolbászos vagy sonkás szendvicset enne. Ez rendre 9, illetve 7 hasznosságot adna számára. Sajtos szendvicset viszont nem enne szívesen csokis keksszel, ekkor hasznossága csak 2. Ennél már csak a kókuszgolyó és kolbászos szendvics párosítást tartja rosszabbnak, ami 0 hasznosságot biztosít számára. Kókuszgolyó mellé inkább sajtos vagy sonkás szendvicset tudna elképzelni, ekkor rendre 5, illetve 4 a hasznossága. Frici viszont sajnos nem emlékszik pontosan, mit szeret Lujza. Először az jutott eszébe,

hogy a sajtos szendvics esetén mindenképpen 3 a hasznossága, ha sonkás szendvicset kókuszgolyóval ehet, 4, ha csokis keksszel, 2, míg kolbászos szendvics esetén ugyanezek az édességek rendre 2 és 1 hasznosságot adnak Lujzának. Aztán hirtelen megijedt, hátha összekeverte, és sonkás szendvics esetén lesz Lujza hasznossága 3, míg 4 ha csokis kekszet ehet kolbászos szendviccsel, 1 a sajtos szendvics és kókuszgolyó párosításnál, a maradék két kombináció esetén pedig 2. Sok töprengés után – minden más lehetőséget kizárva – Frici 25% valószínűséget tulajdonít az első és 75%-ot a második esetnek.

a) Milyen ennivalót visz egyensúlyban Frici és Lujza?
b) Mik lehetnek az egyensúlyi tiszta stratégiák, ha Frigyes hasznossága sonkás szendvicsből és kókuszgolyóból álló uzsonna esetén egy c paraméterrel határozható meg?
c) Ha $c = 4$ értéke mellett Frici 25% helyett $p \in (0; 1)$ valószínűséget rendel Lujza első típusához, mik lehetnek az egyensúlyi tiszta stratégiák p függvényében?

4. Párisz nem tud dönteni, hogy a három istennő közül melyiknek adja a szépség aranyalmáját. Így abban állapodnak meg, hogy ehelyett a következő játékot játsszák: Az istennők sorsolással választanak valakit maguk közül. Párisz nem tudhatja, ki lesz az. A sorsoláshoz használt kockát Hermész olyan furfangosan készítette el, hogy Athénénak, Hérának és Aphroditénak rendre 1/6, 2/6 és 3/6 esélye van a győzelemre. Ezt Hermész Párisznak is elmondta. A sorsolás nyertese kapja az ajándékot Párisztól, ami vagy a szépség aranyalmája, vagy helyette a bölcsesség kimeríthetetlen ezüstpohara. Párisz szabadon választhat e két tárgy közül. Viszonzásul a kisorsolt istennő vagy Szép Helénát vagy a hűséges – ámde kevésbé szép – Oinónét viszi el Páriszhoz. Azzal egyidőben, hogy odavezetik hozzá a lefátyolozott lányt, Párisz odaadja a korábban kiválasztott és gondosan becsomagolt ajándékot a szintén lefátyolozott istennőnek. Csak ezután kerülhet le a fátyol a lányról, illetve nézheti meg az istennő, mit is kapott. Ha Párisz Helénát kapja, túláradó boldogságát 5 egység hasznossággal fejezhetik ki a késői leszármazott oikonómuszok. Ezt a hasznosságot csak az csökkentheti 2 egységre, ha nem az almával viszonozza az istennő jóságát, hanem a poharat adja oda. Oinónénak már kevésbé örül, hasznossága ekkor csak 1, amit az a tény növelhet 3-ra, ha legalább nem az aranyalmát pazarolja az istennőre. Az istennők preferenciái eltérőek, viszont mindannyiuk hasznossága 7 a leginkább preferált csere esetén, 4 a második legjobbnak tartott esetben és 1 egyébként. Athéné a bölcsesség poharát, Héra viszont az aranyalmát szeretné inkább megszerezni. Ekkor mindketten a viszályt nem szító Oinónét tartják a legjobb viszonzásnak. Az istennők viszont bosszúállók, második legjobb eset számukra az, ha az általuk kevésbé értékesnek tartott ajándékot adó Páriszt azzal büntetik, hogy a pusztulást hozó Helénát viszik hozzá. A másik két lehetőség csupán 1–1 hasznosságot ad nekik. Egyedül Aphrodité a kivétel. Ő mindenképp Helénát szeretné Párisznak adni – miről írna különben Homérosz –, és bár az almát jobban

szeretné, még az ezüstpohárnak is jobban örülne, mint annak, ha Oinónét látná Párisz mellett.

a) Mekkora lesz Párisz és az istennő hasznossága a különböző cserék esetén, annak függvényében, hogy melyik istennő nyerte a sorsolást?
b) Egyensúlyi tiszta stratégiát játszva milyen ajándékot ad Párisz, és melyik lányt vezetik hozzá?
c) Tegyük fel, hogy az istennők közötti sorsolásról csak annyit tud Párisz, hogy Héra kétszer akkora valószínűséggel nyerhet, mint Athéné! Jelölje $p \in (0,1)$ annak a valószínűségét, hogy Athéné nyeri a sorsolást! Mik lesznek ekkor p függvényében az egyensúlyi tiszta stratégiák?
d) Athéné bölcsen felmérte játékuk veszélyes voltát, és úgy döntött, nem vesz részt benne. A másik két istennő is gondolkodott a dolgon, de ők csak preferenciáikat változtatták meg egy kissé. Mindkettejük számára c hasznosságot jelent, ha az ezüstpohárért cserébe Oinónét adják. A többi esetben hasznosságuk változatlan maradt. Annak a valószínűsége, hogy Héra nyeri a sorsolást, $q \in (0,1)$. Adjuk meg c és q függvényében az egyensúlyi tiszta stratégiákat!

5. Egy országban két vállalat gyárt cinegéknek cipőfűzőt, a Csizmáskandúr Bt. és a Varga Kft. Szimultán módon határozzák meg a gyártott cipőfűzők mennyiségét, de a Csizmáskandúr Bt. nem ismeri pontosan a Varga Kft. költségfüggvényét, csak annyit tud róla, hogy $\frac{1}{8}$ valószínűséggel $c_v(q_v) = 40q_v$, $\frac{7}{8}$ valószínűséggel pedig $c_v(q_v) = 20q_v^2 + 5q_v$ alakban írható fel. Csizmáskandúr Bt-ről mindenki tudja, hogy $c_{cs}(q_{cs}) = 20q_{cs}$ költséggel dolgoznak. q_v és q_{cs} az adott vállalat által termelt cipőfűző méterben mért hosszát jelöli. Szintén közismert tény, hogy az országban a cipőfűzőkre vonatkozó inverz keresletet a $p = 800 - 5(q_v + q_{cs})$ egyenlet fejezi ki, ahol p egy méter cipőfűző ára. Mindkét vállalat kockázatsemleges, és várható profitjukat maximalizálják.

a) Mi lesz a két vállalat egyensúlyi termelése?
b) Mennyivel különbözik most a vállalatok termelése attól az esettől, ahol a Csizmáskandúr Bt. biztosan tudja, hogy a Varga Kft. költségfüggvénye $c_v(q_v) = 40q_v$?
c) Mennyivel különbözik az eredeti esetben a vállalatok termelése attól az esettől, ahol a Csizmáskandúr Bt. biztosan tudja, hogy a Varga Kft. költségfüggvénye $c_v(q_v) = 20q_v^2 + 5q_v$?
d) Térjünk vissza újra az a) ponthoz azzal a különbséggel, hogy a Varga Kft. lineáris költségfüggvénye megváltozott: $c_v(q_v) = K \cdot q_v$, ahol K egy adott paraméter. Mekkora a K értéke, ha a Csizmáskandúr Bt. optimális termelése 74 méter cipőfűző?

6. Don Quijote és Sancho Panza vándorlásuk során egy nap félelmetes óriásokkal találják szemben magukat. Don Quijote választhat, hogy megküzd velük, vagy gyáván sarkon fordul. Ezzel egyidőben Sancho Panza is dönthet, hogy Don Quijote védelmében előbb támad az óriásokra, vagy igyekszik jó példát mutatva visszafordulni. Ha ketten együtt küzdenek, Don Quijote a győzelemben reménykedik, hasznossága $4 + t_1$, ahol t_1 Dulcinea

iránti szerelme mértékét mutatja. Ha egyedül kell harcolnia, biztosnak érzi a bukást, hasznossága csupán 1. Ha nem harcol, de Sancho igen, gyávának érzi magát, de legalább ép bőrrel megússza, így hasznossága 2 lesz, míg ha mindketten visszafordulnak, nem kell féltenie a becsületét, hasznossága ebben az esetben 6. Sancho akkor a legboldogabb, ha Don Quijote segítségére lehet a harcban, hasznossága ekkor 8. Egyedül viszont nem szívesen teszi kockára a bőrét, ha csak ő harcol, hasznossága 3. Ha hagyja egyedül harcolni Don Quijotét, kis lelkiismeretfurdalást érez, de örül, hogy nem eshet bántódása, Don Quijote pedig hírnevet szerezhet a bátor küzdelemben, hasznossága így 7 lesz. Végül, ha mindketten visszafordulnak, Sancho hasznossága $5 + t_2$, ahol t_2 azt mutatja, hogy a hűséges Sancho mennyire félti kettejük épségét. Mindketten ismerik már annyira a másikat, hogy tudják, $t_1$és t_2 egyenletes eloszlást követ rendre a $[0, 10]$ és $[0, 5]$ intervallumon. Az is köztudott, hogy Don Quijote pontosan akkor harcol, ha szerelme meghalad egy adott c_1 mértéket, míg Sancho Panza csak akkor fordul vissza, ha a rajta eluralkodó féltés érzése meghaladja a c_2 küszöböt.

a) Mi lesz c_1 és c_2 értéke egyensúlyban?
b) Most tegyük fel, hogy mind t_1, mind t_2 egyenletes eloszlást követ, de ezúttal a $[0, x]$ intervallumon! Mi lesz annak a valószínűsége, hogy Don Quijote harcol, illetve annak, hogy Sancho Panza visszafordul, ha $x \to 0$?
c) Mennyivel tér el ettől az esettől az az egyensúly, amit kevert stratégiákban játszanak teljes információs esetben ($t_1 = 0, t_2 = 0$)?

7. Piktor, a helyi festő aukción szeretné értékesíteni a legújabb képét. Két érdeklődő van, Emese és Marcell. Mindketten pontosan ismerik saját értékelésüket, de a másikról csak annyit tudnak, hogy Emese a képet V_E, míg Marcell V_M tallérra értékeli, ahol V_E egyenletes eloszlást követ a $[0, 200]$ intervallumon, míg V_M szintén egyenletes eloszlást követ, de a $[0, 400]$ intervallumon. Piktor a következőt tervezi: mindkét érdeklődőtől megkéri, hogy súgják a fülébe, mennyit adnának a képért. Ha Emese licitje nagyobb, ő kapja a képet és kifizetése $V_E - l_E$ lesz, Marcellé pedig 0. Amennyiben egyeznek a licitek, vagy Marcell mondott nagyobb számot, Marcell kifizetése $V_M - l_M$, Emese kifizetése pedig 0. l_E és l_M rendre Marcell és Emese licitjeit jelöli. Tegyük fel, hogy Emese stratégiája az, hogy értékelésétől függően $\alpha_E V_E$ összeget mond Piktornak, Marcell licitje pedig az $\alpha_M V_M$ és a $200\alpha_E$ értékek közül a kisebb, ahol α_E és α_M konstansok! Ez is köztudott a játékosok számára. Mindketten kockázatsemlegesek és várható kifizetésüket maximalizálják.

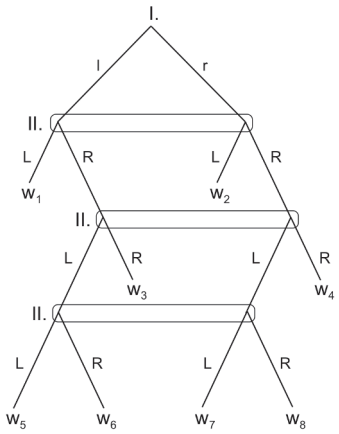
a) Ahhoz, hogy Emese és Marcell egyensúlyi stratégiákat játsszanak, mekkora legyen α_E és α_M paraméterek értéke?
b) Ha Piktor változtatna a szabályokon, és a nyertesnek a másik licitjét kell kifizetnie, mik lesznek az egyensúlyi stratégiák?

8. Az előző feladatot folytatva tegyük most fel, hogy Emese és Marcell értékeléséről is köztudott, hogy egyenletes eloszlást követnek a $[0, 200]$ intervallumon!
   a) Ha Piktor a saját licitjét fizetteti ki az aukció nyertesével, vagyis azzal, aki a magasabb licitet mondta, egyensúlyban mi lesz Piktornak az aukcióból származó várható bevétele? Az érdeklődők stratégiája most is az értékelésük lineáris függvénye.
   b) Mekkora lesz az egyensúlyban várható bevétel abban az esetben, ha a magasabb licitet mondó győztes a vesztes licitjét kell, hogy kifizesse a képért?
   c) Mekkora lesz a b) pontban leírt egyensúlyi várható bevétel, ha az értékelések az előző feladatban leírt eloszlást követik: $V_E \in [0, 200]$, $V_M \in [0, 400]$?
9. Álmos, Előd és Ond, a vezérek, egy fehér lóra licitálnak. Köztudott, hogy mindhármuk tallérban mért értékelése egyenletes eloszlást követ a $[0, 80]$ intervallumon. Zárt borítékolású, elsőáras árverésnek megfelelően szeretnék eldönteni, kié legyen a ló. A legtöbbet licitáló nyertes kifizetése $e_i - l_i$, ahol e_i a kérdéses vezér értékelését, l_i pedig az általa adott licitet jelöli. A többiek kifizetése 0. Ha több nyertes lenne, nem tudnak dönteni, így senkié sem lesz a ló. A vezérek kockázatsemlegesek, értékeléseik függetlenek egymástól, és várható nyereményüket maximalizálják. Köztudott, hogy licitjeik lineáris, szigorúan monoton növekvő függvényei értékelésüknek.
   a) Szimmetrikus egyensúlyban milyen liciteket mondanak a vezérek?
   b) Lássuk be, hogyha nemcsak Álmos, Előd és Ond, hanem a többi vezér is részt akar venni az árverésben, egyensúly lesz, ha mindannyian az $l_i = \frac{6}{7} e_i$ stratégiát játsszák!
10. Timi mindig megosztja Elvirával öt táblából álló havi csokiadagját, de hogy pontosan mennyit ad neki, azt egy egyszerű zérusösszegű játékkal döntik el. A játék egy lépésből áll, vagy egy piros, vagy egy kék korongot raknak le az asztalra, amit egyszerre mutatnak meg egymásnak. A kifizetéseket aszerint állapítják meg, hogy bal vagy jobb lábbal keltek fel aznap. Ha mindketten egyformán keltek fel, a kifizetések a következők: négy táblát kap Elvira, ha két kék korong van az asztalon, egyet két piros korong esetén, míg ha különbözőek a korongok és Timié kék, kettő, ha piros, akkor pedig három tábla csokit ehet meg abban a hónapban Elvira. Ha viszont egyikőjük bal, a másik jobb lábbal kelt fel, két piros korong esetén kap Elvira négy táblát, két kék esetén csak egyet, míg különböző színű korongoknál továbbra is változatlan marad a kifizetése. Elvira szeretné, ha várhatóan minél több csokit ehetne, Timi pedig várhatóan a lehető legkevesebb tábla csokitól szeretne megválni. Mindketten tudják, hogy milyen lábbal keltek fel aznap, de a másikról nem. Köztudott viszont, hogy $\frac{1}{8}$ annak az esélye, hogy mindketten bal lábbal keltek fel, $\frac{2}{8}$, hogy mindketten jobb lábbal, $\frac{2}{8}$ a valószínűsége, hogy Elvira bal, Timi pedig jobb lábbal kelt fel, míg a fordított eset $\frac{3}{8}$ valószínűséggel következhet be.

a) Valószínűségekben kifejezve mik lesznek a másik típusára vonatkozó vélekedések azután, miután a lányok megismerték saját típusukat?
b) A típusok függvényében mik lesznek a tiszta stratégiák és az egyes tiszta stratégiák kombinációja esetén várható kifizetések?
c) Egyensúlyban milyen tiszta stratégiát játszanak?

Dinamikus hiányos információs játékok (általános megközelítések), viselkedési stratégiák

11. Tekintsük a következő extenzív formájú játékot:



Először az I. játékos dönt, ezután a döntés eredményét nem ismerve a II. játékos következik. Majd ahogy az ábra mutatja, vagy véget ér a játék, vagy még kétszer dönt a második játékos. A kimeneteket w_i $i = 1, 2, ..., 8$ jelöli. Az ovális azt jelzi, hogy a kérdéses döntési pontok ugyanabba az információs halmazba tartoznak. A vonalak mellett a kérdéses akció elnevezése látható. Tegyük fel, hogy a második játékos 1/3 valószínűséggel választja az LLR és 2/3 valószínűséggel az RRL stratégiát! Határozzuk meg rendre azokat a q_1, q_2, q_3 valószínűségeket, amelyekkel az R akciót kell választania a II. játékosnak az egyes információs halmazaiban, hogy az így megadott viselkedési stratégia megegyezzen a jelzett kevert stratégiával!

12. Képzeljük el a következő játékot: A játék elején a természet meghatározza Sorjátékos típusát, ami lehet t_1 vagy t_2. Ezt Sorjátékos megtudja, de Oszlopjátékos nem. Ezután Oszlopjátékos választ az o_1, o_2 és o_3 akciók közül, amit Sorjátékos nem láthat, majd Sorjátékos választ s_1 vagy s_2 akciót. Végül minden ismeretlen információt felfedve megtörténnek a kifizetések. Tegyük fel, hogy t_1, o_1 és o_2 valószínűsége rendre 40%, 10% és 20%, valamint Sorjátékos 20% valószínűséggel választja az s_1 akciót, ha t_1 típusú és 50% valószínűséggel, ha t_2 típusú! Adjunk meg az előbb leírt viselkedési stratégiákkal eredményekvivalens kevert stratégiákat!

13. Eszter és Matyi a következő játékot játsszák: Eszter eldönti, hogy diót vagy csokit szeretne enni. Döntését leírja egy papírra, amit Matyi nem láthat. Ezután Matyi is leírja a saját jegyzetfüzetébe, hogy diót vagy csokit szeretne, de nem mutatja meg Eszternek. Ha Eszter csokit írt, itt vége a játéknak, ha diót, folytatódik tovább, és most ő következik. A papírra most azt írja, egy, kettő vagy három diót fog megtörni, de ezt sem mutatja meg Matyinak. Ha egyet ír, vége a játéknak, különben újra Matyi következik, és ő is leírja, hogy egy vagy két diót szeretne megenni. Ekkor vége a játéknak, és megtörténnek a kifizetések.
    a) Tegyük fel, hogy Matyi a (dió, 1 ha diót mondott, 1 ha csokit mondott), (dió, 1 ha diót mondott, 2 ha csokit mondott), (dió, 2 ha diót mondott, 1 ha csokit mondott), (dió, 2 ha diót mondott, 2 ha csokit mondott) stratégiáit egyaránt 10–10% valószínűséggel játssza, míg Eszter a (dió, 1), (dió,2) stratégiáit 6–6%, a (dió,3) stratégiáját pedig 18% valószínűséggel választja! Mik lesznek ekkor a megadott kevert stratégiákkal eredményekvivalens viselkedési stratégiák?
    b) Módosítsuk úgy a játékot, hogy az Eszter második lépése után mindenképpen véget ér! Legyen annak a valószínűsége, hogy Eszter, illetve Matyi diót ír rendre 80% és 40%! Ha Eszter a diót választotta, annak a valószínűsége, hogy második lépésként egyet, illetve kettőt ír rendre 10% és 20%. Mik lesznek ekkor a megadott viselkedési stratégiákkal eredményekvivalens kevert stratégiák?

Kontraszelekció

14. Egy használtautó-piacon a vevők 500 000 Ft-ot hajlandóak fizetni egy tragacsért. Egy lestrapált, ámde működő autóért viszont akár 700 000 Ft-ot is adnak, de többet semmiképpen. Az eladók 400 000 Ft-ért hajlandóak megválni egy tragacstól és 550 000 Ft-ért egy jó autótól. Köztudott tudás, hogy az eladásra kínált autók fele tragacs, fele pedig jó autó. Az eladók természetesen tudják, hogy az általuk eladásra kínált jármű jó autó vagy tragacs, a vevők viszont nem. A vevők kockázatsemlegesek.
    a) Ha a vevők képesek megkülönböztetni a tragacsokat és a jó autókat, akkor mekkora lehet a tragacsok és a jó autók ára?
    b) Ha a vevők nem képesek megkülönböztetni a tragacsokat és a jó autókat, akkor mekkora lehet a tragacsok és a jó autók ára?
15. Egy használtautó-piacon a vevők 120 000 Ft-ot hajlandóak fizetni egy tragacsért. Egy lestrapált, ámde működő autóra azonban legfeljebb 600 000 Ft-ot hajlandóak áldozni. Az eladók legalább 100 000 Ft-ot kérnek egy tragacsért, és 500 000 Ft-ot egy jó autóért. Köztudott tudás, hogy az eladásra kínált autók fele tragacs, fele pedig jó autó. Az eladók természetesen tudják, hogy az általuk eladásra kínált jármű jó autó vagy tragacs, a vevők azonban nem. A vevők kockázatsemlegesek.
    a) Ha a vevők képesek megkülönböztetni a tragacsokat a jó autóktól, akkor mekkora lehet a tragacsok és a jó autók ára?
    b) Ha a vevők nem képesek megkülönböztetni a tragacsokat a jó autóktól, akkor mekkora lehet a tragacsok és a jó autók ára?

16. Egy városban minden lakos 100 peták vagyonnal rendelkezik. Mindannyian áldozatul eshetnek egy balesetnek, ami a lakosok 80%-a esetében 1%, míg a lakosok 20%-a esetében 10% bekövetkezési valószínűségű. Ha valaki baleset áldozata lesz, elveszti az összes vagyonát. Egy lakos hasznosságfüggvénye $u = \sqrt{W}$, ahol W a lakos vagyona. Ezek a tények mindenki számára ismertek. A lakosok köthetnek biztosítást, ami baleset esetén teljes mértékben kárpótolja őket. Mindenki pontosan ismeri a saját kockázati valószínűségét, a biztosító viszont nem tudja megállapítani, hogy az adott ügyfél melyik kockázati csoportba tartozik.
    a) Legfeljebb mennyit hajlandó fizetni egy kisebb kockázati valószínűségű ügyfél a biztosításért?
    b) Legfeljebb mennyit hajlandó fizetni egy magasabb kockázati valószínűségű ügyfél a biztosításért?
    c) Mekkora az aktuáriusan méltányos díj a biztosításért?
    d) Ki fog emellett a díj mellett biztosítást kötni?
17. A napszemüvegek piacán kétféle vállalat van. Az egyik jó, a másik rossz minőségben állítja elő a terméket. A vásárlók a rossz minőségű napszemüvegért legfeljebb 900 Ft-ot, a jó minőségű napszemüvegért pedig legfeljebb 1800 Ft-ot hajlandóak fizetni. Egy napszemüveg előállításának költsége minőségtől függetlenül 1500 Ft. A vásárlók kockázatsemlegesek, ismerik a napszemüvegek minőségének eloszlását, viszont a vásárlás előtt nem képesek meggyőződni a napszemüveg minőségéről. A profitmaximalizáló vállalatok tökéletes versenyző piacon tevékenykednek. A vásárlók Neumann–Morgenstern várható hasznossági függvényüket maximalizálják, ahol a hasznosságot az értékelésük és a vételár különbözete adja.
    a) Ha – például egy törvényi szabályozás miatt – csak jó minőségű napszemüveget gyártanak, mennyi lesz az egyensúlyi ár a napszemüvegpiacon?
    b) Ha a cégek 10 százaléka gyárt rossz minőségű, és 90 százaléka jó minőségű napszemüveget, mi lesz az egyensúlyi ár?
    c) Ha a cégek 50 százaléka gyárt rossz minőségű és 50 százaléka jó minőségű napszemüveget, mi lesz az egyensúlyi ár?
    d) Ha a jó minőségű napszemüveget gyártók aránya α, mekkora α legalacsonyabb értéke, ami mellett még árulnak jó minőségű napszemüveget?
18. A használt számítógépek piacán kétféle gépet árulnak, olyat, ami jól működik, és olyat, ami vírusos, ám még javítható. Az eladók pontosan ismerik az általuk árult gépet, a vevők viszont csak annyit tudnak, hogy a számítógépek 3/4-e vírusos. Az eladók egy működő gépet legalább 72 000 Ft-ért hajlandók csak eladni, míg egy vírusos gépért legalább 34 000 Ft-ot kérnek. A vevők legfeljebb 85 000 Ft-ot adnak egy működő gépért és maximum 40 000 Ft-ot egy vírusosért. Ezek az értékelések és a vevők vélekedése köztudott tudás mindenki számára. A vevők a rezervációs áruk és a fizetett összeg különbözeteként előálló hasznosságuk várható értékét maximalizálják.

a) Tegyük fel, hogy az eladók száma nagyon nagy (úgy is mondhatnánk, tart a végtelenhez), míg vevőből csak kevés van! Amennyiben a vevők a boltban kipróbálhatják a gépet, így meggyőződhetnek arról, melyik vírusos és melyik nem, mekkora lesz egyensúlyban egy vírusos és egy jól működő számítógép ára?
b) Tegyük most fel, hogy kevés az eladó, de a vevők száma nagyon nagy (tart a végtelenhez)! A vevőknek nincs lehetőségük a boltban kipróbálni a számítógépet. Mik lesznek ekkor az egyensúlyi árak a két különböző minőség esetén?
c) A b) pont feltevései mellett jelölje q annak a valószínűségét, hogy egy számítógép jól működik! Mekkora q minimális értéke, ami mellett még mindkét típust eladják? Mi lesz az egyensúlyi ár q függvényében?
d) A b) pont feltevései mellett jelölje X azt a minimális összeget, amiért egy eladó még hajlandó megválni a jól működő számítógéptől! Legfeljebb mekkora lehet X értéke, ami mellett még mindkét típust eladják, q bármely értéke mellett?

Morális kockázat

19. Egy alkalmazott lóghat vagy rendesen dolgozhat a munkahelyén. Ezt a főnök sajnos nem tudja megállapítani, azt viszont igen, hogy sikeres-e a projekt, amin dolgozik, így a bérét is ettől teszi függővé. A projekt siker esetén egymillió forint bevételt jelent a vállalatnak – míg kudarc esetén semmit –, időtartama egy hónap. Ha sikeres a projekt, az alkalmazott megkapja forintban mért havi w fizetését, különben felmondanak neki. Ezt természetesen ő is tudja. Ha megkapja a bérét, az alkalmazott hasznossága $u = \sqrt{w} - e$, ahol e a hónap során elvégzett munka okozta fáradtságra utal, értéke 300, ha dolgozott, lógás esetén 0. Ha elküldik, hasznossága $u = \tilde{u} - e$, ahol $\tilde{u}$ az abból fakadó hasznosság, hogy bár nem kap fizetést, mostantól nem kell dolgoznia sem. Ha az alkalmazott lóg, akkor a projekt, amin dolgozik, p valószínűséggel kudarcba fullad, $1 - p$ valószínűséggel viszont valamilyen csoda folytán mégis sikeres lesz. Azonban az is előfordulhat, hogy hiába dolgozik rendesen az alkalmazott, rajta kívül álló okok miatt a projekt mégis kudarcba fullad. Ennek valószínűsége q. A feladat során tegyük fel, hogy $\tilde{u} = 0$!
a) Tegyük fel, ha az alkalmazott lóg, a projekt $p = 1$ valószínűséggel kudarcba fullad, azonban rendes munka esetén biztosan sikeres lesz! Mi az a minimális bér, ami mellett az alkalmazott rendesen dolgozik?
b) Tegyük fel, ha az alkalmazott lóg, a projekt $p = 0,5$ valószínűséggel fullad kudarcba, míg rendes munka esetén továbbra is biztos a siker! Mi az a minimális bér, ami mellett az alkalmazott rendesen dolgozik?
c) Tegyük fel, ha az alkalmazott lóg, a projekt $p = 0,5$ valószínűséggel fullad kudarcba, míg rendes munka esetén $q = 0,1$ a kudarc valószínűsége! Mi az a minimális bér, ami mellett az alkalmazott rendesen dolgozik?
d) Ha a főnök a bevétel és a fizetendő bér várható különbözetét akarja ma-

ximalizálni, érdemes-e munkára ösztönöznie az alkalmazottat $p = 0,5$ és $q = 0,1$ mellett, feltéve, hogy a törvényi előírások alapján minimum 250 000 Ft havi fizetést kell felajánlania? A munkaadó eltökélte, hogy kudarcba fulladt projekt esetén mindenképpen elküldi az alkalmazottat fizetés nélkül, amit a jogszabályok továbbra is lehetővé tesznek.

20. Egy alkalmazott különböző intenzitással dolgozhat a munkahelyén. Ő választja meg, hogy milyen $e \in [0;1]$ erőfeszítéssel dolgozik, ahol $e = 0$ a teljes lógást, míg $e = 1$ a maximális erőfeszítést jelenti. Egy projekt sikere az alkalmazott erőfeszítésétől függ. Ha e erőfeszítést tesz, a siker valószínűsége $0,9e$, míg a kudarcé $1 - 0,9e$. A főnöke nem tudja megfigyelni, milyen erőfeszítéssel dolgozik az alkalmazott, így azzal szeretné munkára ösztönözni, hogy havi w fizetését csak a projekt sikere esetén kapja meg, míg kudarc esetén felmondanak neki. Ekkor nem kap bért, de nem kell dolgoznia sem, hasznossága $u = \tilde{u} - e$, ahol $\tilde{u}$ lenne a hasznossága, ha egyáltalán nem fejt ki erőfeszítést. Ha az alkalmazottat nem küldik el, akkor hasznosságát a kapott bér növeli, a magasabb erőfeszítés viszont csökkenti: $u = w(1-\alpha \cdot e)$, ahol $\alpha \in [0;1]$ egy paraméter, ami azt jelöli, hogy e kifejtett erőfeszítés mértéke más súllyal esik latba a hasznosság meghatározásánál, mint a munkabér. A bér növekedésével adott erőfeszítés jobban csökkenti a hasznosságot, hiszen a magasabb fizetésnek köszönhetően megnő a munkával töltött idő lehetőségköltsége. A sikeres projektből a cégnek $\bar{\pi}$ bevétele származik, míg kudarc esetén nem kapnak semmit.
   a) Írjuk fel az alkalmazott várható hasznosságának képletét!
   b) A fizetése függvényében hogyan fogja megválasztani az alkalmazott az erőfeszítés szintjét?
   c) Tegyük fel, hogy $\alpha = 0,1$, $\tilde{u} = 50\,000, \bar{\pi} = 1\,500\,000$ és a havi minimálbér összege 55 000 Ft! A munkás választásának ismeretében hogyan határozza meg w értékét a főnök, ha a projektből származó bevétel és a bér különbözetének várható értékét akarja maximalizálni?

21. Egy könyvesbolti eladó munkája során lóghat vagy dolgozhat. Ha lóg, akkor 40% valószínűséggel alacsony bevétele lesz a könyvesboltnak, 30% valószínűséggel közepes, 30% valószínűséggel pedig magas bevételt könyvelhetnek el. Ha az eladó rendesen dolgozik, az alacsony bevétel valószínűsége 20% lesz, míg a közepes bevétel 30%, a magas bevétel pedig 50% valószínűséggel fordul elő. A bolt tulajdonosa nem tudja megfigyelni az eladó erőfeszítését, csak a bolt bevételét. Lehetősége van viszont arra, hogy az eladó bérét a bevétel nagyságától tegye függővé. A tulajdonos tehát w_a bért fizet az eladónak, ha a bevétel alacsony, míg w_k bért közepes és w_m bért magas bevétel esetén. Az eladó hasznosságfüggvénye $u = \sqrt{w} - 5e$, ahol w a kapott bér, e értéke pedig 1, ha dolgozik és 0, ha lóg. Amennyiben az eladó nem írja alá a szerződést, akkor más forrásból származó jövedelemből 20 egységnyi hasznosságot ér el. A kockázatsemleges tulajdonos a várható bevétel és a bér várható értékének különbségét maximalizálja, az eladó pedig a várható hasznosságát.
   a) Tegyük fel, hogy az eladó aláírja a szerződést! Ekkor írjuk fel annak a

feltételét, hogy az eladó a munkát választja a lógással szemben!
b) Írjuk fel annak a feltételét, hogy az eladó a szerződés aláírását választja a szerződés megtagadásával szemben!
c) Írjuk fel a várható bért, ha az eladó a szerződés aláírását és a munkát választja!
d) Ha a tulajdonos minimális várható költséggel szeretné biztosítani, hogy az eladó aláírja a szerződést és dolgozzon, akkor milyen bérezést ajánl?

22. Egy építőbrigád tagjai együttesen $M = \sum_i \sqrt{e_i}$ értékű munkát képesek elvégezni, ahol e_i az i-edik munkás erőfeszítése. Minden egyes munkás a következő hasznosságfüggvénnyel rendelkezik: $u_i = w_i - e_i$, ahol w_i a munkás által kapott bér.
a) Ha a munkások egyenlően osztják el a munkájuk értékével megegyező bevételt, képesek megfigyelni egymás erőfeszítéseit és közösen maximalizálják az egyéni hasznosságaik összegét, mekkora erőfeszítést fejt ki egy munkás?
b) Ha a munkások egyenlően osztják el a munkájuk értékével megegyező bevételt, de nem képesek megfigyelni egymás erőfeszítéseit, mindenki egyéni hasznosságát maximalizálja és 5 munkásból áll a brigád, mekkora erőfeszítést fejt ki egy munkás?
c) Ha a munkások egyenlően osztják el a munkájuk értékével megegyező bevételt, de nem képesek megfigyelni egymás erőfeszítéseit, mindenki egyéni hasznosságát maximalizálja és 10 munkásból áll a brigád, mekkora erőfeszítést fejt ki egy munkás?
d) Milyen mechanizmus biztosíthatja, hogy egyéni hasznosságaik összegét maximalizáló, optimális mértékű erőfeszítést tegyenek a munkások, ha nem képesek megfigyelni egymás erőfeszítését és mindenki csak a saját hasznosságát maximalizálja?

23. Egy filmrendező éppen új filmjét forgatja, ennek során dolgozhat keményen vagy lógathatja a lábát. Ha keményen dolgozik, akkor 80% valószínűséggel kasszasiker lesz a film, ha viszont lógatja a lábát, akkor a kasszasiker valószínűsége csupán 30%. A kasszasiker 1 millió forint nyereséget hoz a stúdiónak, míg ha nem sikeres a film, akkor a bevételek csupán a költségeket fedezik. A rendező hasznosságfüggvénye $u = \ln(1 + m)$, ahol m a rendező jövedelme. A kemény munka ezen felül 6 egységgel csökkenti a rendező hasznosságát. Mekkora α részesedést kínáljon a stúdió a nyereségből, ha a nyereség számukra megmaradó várható összegét szeretnék maximalizálni? A rendező rezervációs hasznossága nulla.

24. Kapkodó Katának sürgősen el kell juttatnia egy fontos küldeményt a főnökének, így megbízza a Nyúlcipő Futárszolgálatot, hogy vigye el a csomagot. A futárszolgálatnál aznap megbízhatatlan Zebulon az ügyeletes. Zebulon dönthet, hogy a számára kényelmesebb, de zsúfoltabb úton, vagy kerülőúton menjen. Köztudott, hogy a zsúfoltabb úton $\frac{2}{3}$ annak az esélye, hogy dugóba kerül, míg a kerülőúton csak $\frac{1}{4}$. Ha dugóba kerül, biztosan késni fog Kata küldeménye, így csak 20 petákot kap a munkájáért, míg ha

nem kerül dugóba, még időben odaér, amit 40 petákkal jutalmaznak neki. Kata nem tudja ellenőrizni, merre megy Zebulon, viszont azt természetesen megtudja, odaért-e a küldemény időben. Megígéri tehát Zebulonnak, hogy ha időben odaér a csomag, b_2 nagyságú borravaló üti a markát, míg ellenkező esetben csak b_1 összegű borravalót ad neki. Zebulon hasznossági függvénye $b - K$, ahol b a kapott borravaló nagysága, K értéke pedig 10, ha kerülőúton kell mennie, különben 0. Zebulon választhatja azt is, hogy visszautasítja a megbízást, ekkor 5 egység az abból származó hasznossága, hogy nem kell dolgoznia. Kata profitja a munkájáért kapott összeg és a Zebulonnak adott borravaló különbsége. Mindketten várható hasznukat, illetve profitjukat maximalizálják.

a) Mekkora b_1 és b_2 borravalót ajánljon Kata, ha Zebulont arra szeretné ösztönözni, hogy a zsúfolt úton menjen?
b) Mekkora b_1 és b_2 borravalót ajánljon Kata, ha Zebulont arra szeretné ösztönözni, hogy a kerülőúton menjen?
c) Melyik esetben jár jobban Kata? Mekkora legyen a felajánlott b_1 és b_2 borravaló?

25. Egy vállalat új piacelemzőt szeretne alkalmazni. Ha jó évet zárnak, az igazgatóság a külföldi anyacégtől 20 millió Ft bónuszt kap, átlagos év esetén viszont csak 10 millió Ft a bónusz nagysága. A kedvező adottságok miatt most lehetetlen, hogy rossz évet zárjanak, egészen biztos, hogy jó vagy átlagos évük lesz. Az igazgatóság szerint a piacelemző munkája nagyban hozzájárul a vállalat sikeréhez. Ha lelkiismeretesen dolgozik, a jó év valószínűsége $\frac{3}{4}$, míg ha nem dolgozik rendesen, csupán $\frac{1}{5}$. Az igazgatóság sajnos nem tudja megfigyelni a piacelemző munkájának minőségét, csak azt, hogy milyen évet zárt a cég. Így azzal szeretnék őt lelkiismeretes munkára ösztönözni, hogy a piacelemzőnek a kapott w ezer Ft-ban mért éves fizetésén túl még x szintén ezer Ft-ban mért prémiumot ígérnek, ha jó évet zár a cég. Az igazgatóság éves fizetésére a bónuszokon kívül M összeg áll rendelkezésre (ezer Ft-ban mérve). Mivel ők ragaszkodtak a piacelemző alkalmazásához, ebből a keretből kell állni a piacelemző díjazását is. A kockázatsemleges igazgatóság érdeke, hogy várható nettó összjövedelmük, vagyis az éves fizetésük és a bónusz összege, levonva belőle a piacelemzőnek járó juttatást a lehető legnagyobb legyen. A piacelemző kockázatkerülő, hasznosságát az $u = \frac{1}{2}\sqrt{b} - e$ függvény írja le, ahol b a kapott juttatások összege, tehát $b = w + x$, ha jó évet zár a cég és $b = w$ átlagos év esetén, e pedig a munka hasznosságot csökkentő hatását mutatja, értéke 2, ha nem dolgozik rendesen és 20, ha lelkiismeretes. Ha a piacelemző visszautasítja az ajánlatot, más munkából származó jövedelemből 20 egység hasznosságra tesz szert. Várható hasznosságát maximalizálja.

a) Milyen fizetést és prémiumot ajánljon az igazgatóság a piacelemzőnek, ha azt szeretné, hogy ne dolgozzon rendesen?
b) Milyen fizetést és prémiumot ajánljon az igazgatóság a piacelemzőnek, ha lelkiismeretes munkára szeretné ösztönözni?
c) Mire érdemes ösztönöznie az igazgatóságnak?

d) Legfeljebb mennyit lenne hajlandó fizetni az igazgatóság azért, ha pontosan meg tudná figyelni, vajon lelkiismeretesen dolgozik-e a piacelemző?

26. Tekintsük az előző feladatban leírt szituációt, némi módosítással! Most a piacelemző is kockázatsemleges, vagyis hasznosságát az $u = \frac{1}{2}b - e$ függvénnyel adhatjuk meg, ahol e értéke most 20, ha nem dolgozik rendesen és 200, ha lelkiismeretes. A rezervációs hasznosság értéke 400-ra változott. Végül, ha jó évet zárnak, az igazgatóság a külföldi anyacégtől most csak 11 millió Ft bónuszt kap.
    a) Mi lesz ekkor w és x optimális nagysága, ha az igazgatóság fő célja, hogy nettó összjövedelmük kockázatmentes legyen? Mekkora lesz ekkor a nettó összjövedelmük?
    b) Mi lesz az optimális w és x érték akkor, ha az igazgatóság hajlandó kockázatot vállalni, de a piacelemzők szakszervezete elfogadtatta azt a szabályt, hogy piacelemzők nem kaphatnak kevesebbet annál az éves fizetésnél, ami lelkiismeretes munkát feltételezve 300 egység hasznosságot biztosít számukra?

Jelzésjátékok

27. Xavér és Zebulon egy egyszerű kártyajátékot játszanak 32 lapos magyar kártyával. Xavér kihúz egy lapot a jól megkevert pakliból és megnézi azt. A lap lehet figura (alsó, felső, király, ász) vagy szám (hetes, nyolcas, kilences, tizes). Xavér ezután bejelenti, hogy figurát vagy számot húzott – azonban nem kötelező igazat mondania. Ha azt jelenti ki, hogy számot húzott, akkor vége a játéknak, mindkettőjük kifizetése nulla. Ha azt jelenti be, hogy figurát húzott, Zebulon két lehetőség közül választhat. Az egyik lehetőség, hogy a lap megtekintése nélkül fizet 50 forintot Xavérnek. A másik lehetőség az, hogy felszólítja Xavért, hogy mutassa be a lapot. Ezek után, ha Xavér igazat mondott, 100 forintot nyer Zebulontól, ha azonban hazudott, 100 forintot kell fizetnie.
    a) Ha Xavér számot húzott, tökéletes bayesi egyensúlyban az esetek mekkora hányadában fog blöffölni?
    b) Ha Xavér figurát mond be, tökéletes bayesi egyensúlyban Zebulon az esetek mekkora hányadában kéri Xavért lapja megmutatására?

28. Két típusú dolgozó van: alacsony, illetve magas termelékenységű, határtermékük rendre 100 000, illetve 200 000 Ft-nak megfelelő. Köztudott tudás, hogy az összes potenciális munkavállaló 50 százaléka alacsony, 50 százaléka magas termelékenységű. A két típus rezervációs bére rendre 60 000 Ft, illetve 160 000 Ft. A munkavállalók ismerik saját típusukat, a munkaerőpiacon a munkaadók tökéletes versenyt folytatnak.
    a) Mi történik, ha a munkaadó meg tudja különböztetni az alacsony és a magas termelékenységű dolgozókat?
    b) Mi történik, ha a munkaadó nem tudja megkülönböztetni az alacsony és a magas termelékenységű dolgozókat?

c) Tegyük fel, hogy van egy tanfolyam, aminek elvégzése 30 000 Ft költséget jelent az alacsony termelékenységű és 20 000 Ft költséget a magas termelékenységű dolgozók számára! A magas bért a tanfolyam elvégzéséhez kötve meg tudja-e különböztetni a munkáltató a dolgozókat?
d) Tegyük fel, hogy van egy tanfolyam, aminek elvégzése 120 000 Ft költséget jelent az alacsony termelékenységű és 20 000 Ft költséget a magas termelékenységű dolgozók számára! A magas bért a tanfolyam elvégzéséhez kötve meg tudja-e különböztetni a munkáltató a dolgozókat?

29. Kétfajta hallgató létezik, az egyik szeret tanulni, a másik nem. Aki szeret tanulni, az mindig igyekszik felkészülni az órákra, azaz szorgos, aki pedig nem szeret tanulni, az igyekszik lógni, vagyis nem kezébe venni a könyvet. A tanár számára az az optimális magatartás, ha a szorgos hallgatóval szemben elnéző, de a lógóssal szigorú. Sajnos azonban a tanár sose jön rá pontosan, hogy melyik hallgató szorgos vagy lógós, csak azt tudja eldönteni, hogy a hallgató az adott vizsgára készült-e. A lógós is készülhet időnként, és a szorgossal is előfordulhat, hogy elmarad a tanulás. A tanár azonban tudja, hogy a hallgatók 1/3-a szorgos, a többiek lógósak. A hallgató pontosan ismeri saját típusát. Számára 2 hasznosságot jelent, ha a típusának megfelelően viselkedik. Ugyanakkor további 4 egység hasznosságot biztosít neki az, ha a tanár elnéző vele szemben. A tanár hasznossága 2, ha eltalálja a hallgató típusát és annak megfelelően viselkedik, különben zérus.
a) Ábrázoljuk a fenti játék extenzív formáját!
b) Adjuk meg a fenti játék normál formáját!
c) Létezik-e tiszta stratégiai Nash-egyensúlya a fenti játéknak?
d) Mi lesz a fenti játék kevert stratégiai egyensúlya?

30. Egy egzotikus ország, Nekeresdország hadseregében a vezérkar tudomására jut, hogy főtisztjeik között van olyan, aki kettős játékot játszik. A kukucsini főhadiszálláson a reggel 8 órai eligazítás során a vezérkari főnök beszédet tart. „Árulót lepleztünk le szervezetünkön belül" - mondja. „Mindenki kap egy listát, amin az árulók neve szerepel: természetesen, ha ő is áruló, a saját neve nem szerepel a listán. Mindenki vonuljon a szobájába, és ne jöjjön ki addig, amíg pisztolylövést nem hall! Akit pedig lelepleztünk, az tudni fogja a kötelességét. Miután rájött, hogy lebukott, egy órája van, hogy szolgálati fegyverével főbe lője magát." A főtisztek tudják, hogy a vezérkari főnök nem tréfál, valóban van közöttük leleplezett áruló. A vezérkari főnökség az összes árulót leleplezte, közben nem követtek el tévedést, de az árulók ezt nem tudják. Feltesszük, hogy ha egy áruló főtiszt rájön, hogy lebukott, azonnal főbe lövi magát. Délután ötkor pisztolylövések dördülnek az épületben. Hány áruló volt a hadsereg vezetésében?

31. Az egyetemi büfé szeretné kiterjeszteni szolgáltatásait, és egy hangulatos kávézó sarkot alakítana ki az aulában. Ehhez befektetőt keres, akinek 500 000 Ft-ért cserébe $s \in [0, 1]$ részesedést ajánl fel a büfé profitjából, ami a kávézó sarok kialakítása után a tulajdonos becslése szerint évi 800 000 Ft-

tal fog nőni. Az egyetlen érdeklődő az egyetem egy volt hallgatója. Nem tudja pontosan, hogy mekkora a büfé mostani profitja, csak annyit sikerül kiderítenie, hogy 0,3 annak a valószínűsége, hogy a büfé éves profitja 5 millió Ft, míg 0,7 valószínűséggel ez az érték 15 millió Ft. Ezt a büfé tulajdonosa is tudja. Ha a befektető elfogadja a tulajdonos által felajánlott s részesedést, a befektetett 500 000 Ft-ja $s(\pi + 800\ 000)$ Ft-ot hoz, ahol π a büfé jelenlegi profitnagysága, míg más befektetési lehetőségek esetén 25%-ot kamatozik a pénze egy év alatt. Ha megállapodnak, a büfé profitja a fennmaradó $(1-s)(\pi + 800\ 000)$ Ft lesz, míg ellenkező esetben nem tudnak terjeszkedni, és a profit a jelenlegi szinten marad. A büfé természetesen pontosan ismeri jelenlegi profitját. Mindketten várható profitjukat maximalizálják.[1]

a) Mekkora lehet s értéke elvegyítő egyensúlyban? Megkötik-e ekkor a szerződést?
b) Mekkora lehet s értéke szeparáló egyensúlyban? Megkötik-e ekkor a szerződést?

32. Rómeó és Júlia a következő bonyolult játékkal múlatják az időt unalmas óráikban: Júlia húz egy tarsolyból, amiben 2 kék és 3 piros korong van. Megnézi, hogy mit húzott, de nem mutatja meg Rómeónak. Ezek után Júlia választhat, hogy sárga vagy zöld kendőt ad Rómeónak. Miután Rómeó megkapta a kendőt, választhat, hogy mit csináljon vele: elteszi vagy visszaadja. Júliának kezdetben 10 tallérja van. Ha a zöld kendőt adta oda, ebből le kell vonnia két tallért. Ha a játék kezdetén kék korongot húzott, a sárga kendő átadása 5 tallér levonást jelent számára, míg ha pirosat, zöld kendő esetén a már átadott két tallér mellett további három tallértól kell megválnia. Ha Rómeó elteszi a sárga kendőt, Júlia 3 tallért kap, viszont ha a zöldet teszi el, Júliától az eddigieken felül további két tallért vonnak le. Rómeónak kezdetben 2 tallérja van. Még egy tallért kap, ha megtartja bármelyik kendőt. Ha Júlia kék korongot húzott a játék elején, a sárga kendőt megtartva további két tallér üti Rómeó markát, viszont le kell mondania két tallérról, ha a zöld kendőt visszaadja. Azonban ha Júlia piros korongot húzott, és ebben az esetben Rómeó megtartja a zöld kendőt vagy visszaadja a sárgát, az egyaránt két tallérral növeli vagyonát, egy visszaadott zöld kendő miatt viszont egy tallértól meg kell válnia.

a) Mik lesznek a kifizetések a típusok és akciók függvényében?
b) Adjunk meg lehetséges szeparáló egyensúlyt!
c) Adjunk meg lehetséges elvegyítő egyensúlyt!

33. Egy országban kétféle piramisépítő szakmunkás van, ügyes és kétbalkezes. Egy piramisépítéssel foglalkozó, a munkaerőpiacon versenyző vállalat alkalmazni szeretné egyiküket, de sajnos nem tudja megállapítani róluk, vajon ügyesek-e, csak annyit tud, hogy a kétbalkezesek aránya 75%. Köztudott, hogy a kétbalkezesek határterméke 50 egység, míg az ügyeseké 200. A haszonmaximalizáló munkások rezervációs bére nulla.[2]

[1] Myers-Majluf (1984) modellje alapján – megtalálható: Gibbons (2005), 170–173. oldal.
[2] Spence (1973) munkaerőpiaci modellje alapján – megtalálható: Gibbons (2005), 158–170.o.

a) Mennyit fizetne a profitmaximalizáló vállalat egy ügyes munkásnak, illetve egy kétbalkezesnek, ha pontosan meg tudná állapítani, melyikük milyen típusú? Mennyit fizet a munkásoknak hiányos információs esetben?

b) Lehetőség nyílik egy korsókészítő tanfolyam elvégzésére, amiről igazolást vihetnek a munkaadójuknak, hogy hány órán vettek részt. Ez ugyan nem sok segítséget ad a piramisépítéshez, de köztudott, hogy az ügyes építőmunkások számára e korsókészítő tanórán való részvétel költsége $c_{ü}(e) = \frac{e^2}{2}$, míg a kétbalkezeseknek ugyanez $c_k(e) = e^2$. Minden munkás hasznossága $w - c(e)$ alakban írható fel. Tegyük fel, hogy a vállalat – ismerve a munkások tanulási költségeit – a következőképpen vélekedik: ha egy munkás legalább e^* korsókészítő órán vett részt, biztosan ügyes, ha annál kevesebben, biztosan kétbalkezes. A béreket is ennek megfelelően fizeti. Mindezt tudják a munkások is. Mekkora lehet e^* értéke, hogy szeparáló egyensúly alakuljon ki? Hány órán vesz részt ekkor egy ügyes, illetve egy kétbalkezes munkás?

c) Mi történik akkor, ha a vállalat vélekedése megváltozik: Most a vállalat vezetői úgy gondolják, hogy ha egy munkás legalább e^* órán vett részt, akkor 25% a valószínűsége annak, hogy a munkás ügyes, míg e^*-nál kevesebb óra esetén biztosak benne, hogy kétbalkezes. Mekkora lehet e^* értéke, hogy olyan elvegyítő egyensúly alakuljon ki, amikor mindkét munkás elmegy néhány tanfolyami órára? Hány órán vesznek részt ekkor a munkások?

34. Egy tökéletesen versenyző munkaerőpiacon – ahol a tökéletes versenynek megfelelően a munkásokat határtermékük értékével díjazzák – magas és alacsony termelékenységű munkások vannak. A magas termelékenységűek aránya köztudottan 30%, határtermékük értéke 1450, míg az alacsony termelékenységűeké 625 egység. Egy vállalat alkalmazni szeretné egyiküket, de sajnos nem tudja megállapítani az illetőről, milyen termelékenységgel dolgozik. A haszonmaximalizáló munkások rezervációs bére nulla. Lehetőség van arra, hogy egy tanfolyamon való részvétellel jelezzék a potenciális munkaadónak termelékenységüket, amin a tanfolyam elvégzése nem változtat. A munkaadó képes megfigyelni, hány órán vett részt a munkás. Köztudott továbbá, hogy a tanfolyam e számú óráján való részvétel e egységgel csökkenti a magas termelékenységű munkás hasznosságát, míg $2e^2$ egységgel az alacsony termelékenységűét. A munkások hasznosságát az $u = w - c(e)$ függvény határozza meg, ahol w a bérük, $c(e)$ pedig a tanfolyam óráinak látogatásából eredő hasznosságcsökkenés mértéke.[3]

a) Ha a vállalat nem tudja megkülönböztetni a munkásokat, mekkora bért fizet nekik?

b) Tegyük fel, hogy a vállalat vélekedése a következő: ha egy munkás legalább e^* órán vett részt, biztosan magas termelékenységű, ellenkező esetben alacsony termelékenységű. Mekkora lehet e^* értéke szeparáló egyensúlyban?

[3] Spence (1973) munkaerőpiaci modellje alapján – megtalálható: Gibbons (2005), 158–170.o.

c) Tegyük fel, hogy a vállalat vélekedése megváltozott: úgy gondolják, ha egy munkás pontosan e^* órán vett részt, 30% a valószínűsége, hogy magas termelékenységű, egyébként biztosan alacsony termelékenységű. Mekkora lehet e^* értéke elvegyítő egyensúlyban, ahol mindkét típusú munkás részt vesz a tanfolyamon?

35. Vegyük az előző feladatban leírt helyzetet, azzal a különbséggel, hogy a vállalat mostani vélekedése szerint a legalább e^* órán résztvevő munkás p valószínűséggel magas termelékenységű, míg az ennél kevesebb órán jelen lévő biztosan alacsony termelékenységű! Hibrid egyensúlyt keresünk, ahol az alacsony termelékenységű véletlenszerűen kever $e = 0$ és $e = e^*$ között, míg a magas termelékenységű e^*-ot választja. Ezt a vállalat is tudja, ennek megfelelően alakítja ki vélekedését és határozza meg a p értéket.[4]
   a) Ha az alacsony termelékenységű munkás q valószínűséggel választja e^*-ot, q függvényében mekkora lesz p értéke?
   b) Mekkora bért ajánl fel q függvényében a racionálisan viselkedő vállalat egy e^*-ot választó munkásnak, a megadott várakozásainak megfelelően?
   c) Mekkora lehet e^* értéke, hogy a leírt hibrid egyensúly alakuljon ki?
   d) Mekkora lesz $e^* = 15$ esetén q?

Olcsó duma típusú játékok

36. Egy király két lányát, Annát és Bellát elrabolták. Lajos lovag hosszas nyomozás után kideríti, hogy a lányok közül az egyik a hétfejű sárkány által őrzött vártoronyban raboskodik. Egy másodpercre meg is pillantotta a lányt a toronyból – és az is őt – de nem tudja, hogy melyik lányról van szó. Kezdetben 50–50 százaléknyi valószínűséget rendel a két eseményhez, de mielőtt eldöntené, hogy mit csináljon, reméli, hogy a fogságban sínylődő hercegnő ledobja a toronyból az Anna hercegnőre utaló kék vagy a Bella hercegnőre utaló piros szalagot. Bármelyik hercegnő is van a toronyban, három választási lehetősége van: gyorsan dobhat egy piros vagy egy kék szalagot, illetve nem ad jelet. Természetesen a szalagdobás semmilyen költséget nem jelent számára. Akár kap jelet, akár nem, Lajos – miután várt egy kis ideig – három lehetséges dolgot tehet: megküzd a sárkánnyal, csellel próbálja legyőzni azt, vagy pedig sarkon fordul. Lajos szíve hölgye Anna hercegnő, őérte legszívesebben megküzdene, de csellel is inkább kiszabadítaná, minthogy megfutamodjon. A három lehetőség rendre 3, 2 és 0 hasznosságot jelent számára. Bella hercegnőtől viszont a hideg is kirázza a lovagot: ha ő raboskodik ott, legszívesebben otthagyná a sárkány karmai között, de ha megszabadítaná, akkor is inkább csellel, minthogy a bőrét kockáztassa Belláért. Ezek a lehetőségek is rendre 3, 2 és 0 hasznosságot adnak a lovagnak. Bármelyik hercegnő is raboskodik a vártoronyban, mindkettő szeretne megszabadulni, ez Annának 1, Bellának 2 hasznosságot ad, míg a további raboskodás haszna 0. Abban viszont különböznek, hogy

[4] Spence (1973) munkaerőpiaci modellje alapján – megtalálható: Gibbons (2005), 158–170.o.

míg Anna az érte fegyverrel küzdő lovagokat szereti, addig Bella inkább a furfangosokat. Ha ilyen lovag szabadítja ki őket, Anna hasznossága további 2, Belláé 1 egységgel nő. Lajos mindennek tudatában van, ahogy a hercegnők is ismerik az ő preferenciáit és kezdeti vélekedését. Mit tesz ekkor a lovag, ha mindannyian csak tiszta stratégiákat játsszanak?

37. Helga és Olga ikertestvérek, de csak külsőleg hasonlítanak egymásra a megtévesztésig. Gyakran szeretik ezzel lóvátenni barátnőjüket, Sárit. Sári egy nap találkozik az egyikükkel, és mivel nincs programjuk délutánra, javasolja, hogy csináljanak valamit együtt. Az ikerpár jelenlévő tagja viszont ragaszkodik hozzá, hogy döntse el Sári, kirándulni menjenek, vagy üljenek be egy teázóba beszélgetni. Köztudott, hogy Helga hasznossága 5, ha kirándulni mennek és y, ha a teázást választják, míg Olgáé ebben a sorrendben z és 4. Sári sem feltétlenül szereti egyformán tölteni az időt a testvérekkel. Ha Helgával kirándul, hasznossága 2, ha Olgával, hasznossága 3, míg a teázás Helgával 6, Olgával pedig x hasznosságot biztosít számára. Sári ugyan megkérdezi, melyikőjükkel is beszél most, de nem lehet biztos benne, nem tréfálja-e meg a barátnője. Kezdetben 50–50% valószínűséget rendel ahhoz, hogy Helgával, illetve Olgával találkozott.
    a) Mekkora lehet x, y és z értéke, hogy csak szeparáló egyensúly létezzen, méghozzá olyan, melyben az ikerpár bármely tagjának érdeke igazat mondani?
    b) Mi lesz az egyensúly, ha $x = 1$, $y = 6$, $z = 2$, és Sári várható hasznosságát maximalizálja?

38. Egy Sorjátékos alacsony vagy magas típusú lehet, amit vagy bevall, vagy füllent, és a másik típusúnak vallja magát. Oszlopjátékos ezt meghallva választhat X, Y és Z akciók közül. Annak, hogy Sorjátékos alacsony típusú, 50% valószínűséget tulajdonít. Sorjátékos kifizetései, ha alacsony típusú, X, Y és Z akciók esetén rendre b, 6 és 4, Oszlopjátékosé ugyanekkor 2, 4 és a. Ha Sorjátékos magas típusú, kifizetései az előző sorrendben 5, 2 és d, míg Oszlopjátékosé ebben az esetben 4, c és 1. Mik lehetnek a, b, c és d paraméterek értékei, ha egyensúlyban Sorjátékos mindig igazat mond?

39. Bella és Flóra közös karácsonyi ajándékra gyűjtenek. Szeretik az izgalmas játékokat, így azt is egy bonyolult, ámde számukra szórakoztató játék segítségével döntik el, ki mennyit tegyen az adott hónapban a közös perselybe. A következő játékot játsszák: Bella a számítógépe segítségével generál egy r véletlen számot 0 és 10 között. Flóra így feltételezheti, hogy r lehetséges értékei egyenletes eloszlást követnek a [0, 10] intervallumon. Ezek után Bella megmondja Flórának r értékét, de nem feltétlenül kell igazat mondania. Flóra válaszul mond egy x számot 0 és 40 között. Végül megnézik, mi volt az eredetileg generált szám. Bellának ennek megfelelően $| 3,5r - x |$, míg Flórának $| 4r - x + 2 |$ piculát kell beletennie a malacperselybe, ahol r a számítógép által ténylegesen generált érték, amit most mindketten ellenőriznek a képernyőn. Bár szeretnék megvenni az ajándékot, a karácsony még messze van, így mindketten annak örülnének, ha minél kevesebbet kellene a perselybe rakniuk, a fizetendő összegek várható értékét minima-

lizálják. Tegyük fel, hogy Bella a következő stratégiát játssza: ahelyett, hogy őszintén megmondaná, mekkora r, helyette egy s értéket mond, ahol s egy újabb véletlen szám, amit a számítógép segítségével most az I intervallumon generál. Ha $r < t$ – ahol t egy adott, mindkettejük által ismert küszöbérték –, $I = [0, t)$, míg ha $t \leq r$, $I = [t, 10]$. Ekkor Flóra úgy vélekedik, hogy ha Bellától t-nél kisebb számot hall ($s < t$), az eredetileg generált r értéke egyenletes eloszlást követ a [0,t) intervallumon, míg ha Bella t-t vagy annál nagyobb értéket mond ($s \geq t$), Flóra szerint r egyenletes eloszlást követ a $[t$,10] intervallumon. [5]

a) Milyen számot mondjon ekkor Flóra s függvényében?
b) Mi lehet t értéke, ha Bella megadott, valamint Flóra a) pontban kiszámolt stratégiája a leírt vélekedésekkel együtt egyensúlyi stratégia?
c) Ha Flóra hasznossága most $U_F = - \mid 4r - x + c \mid$, vagyis a 2 helyett egy c paramétert írunk, mi lehet c értéke, ami mellett még találunk a fent leírt formában megadott szeparáló egyensúlyt?

Nem teljes információs alku és szűrés

40. Egy régiségkereskedő egy vázát akar eladni egy érdeklődőnek, akikből két típusú fordul meg a városban. A kereskedő tudja, hogy az érdeklődők 90%-a 20 000 Ft-ra, míg a többiek 10 000 Ft-ra értékelnek egy ilyen vázát. Az érdeklődő természetesen ismeri saját értékelését, de fogalma sincs a régiségkereskedő rezervációs eladási áráról. A kereskedő számára a váza értéktelen. Először ő, mint eladó tesz ajánlatot, ezt a vevő elutasíthatja vagy elfogadhatja. Amennyiben elutasítja, a következő időszakban a vevő tehet ajánlatot, amit az eladó elfogadhat vagy elutasíthat: utóbbi esetben nem köttetik üzlet. Mindkét fél diszkontfaktora: $\beta = 0,9$. Mindketten hasznosságuk várható jelenértékét maximalizálják. A vevő hasznosságát rezervációs árának és a fizetett összegnek a különbsége adja, míg az eladó hasznossága a kapott vételár. Milyen ajánlatot tesz az eladó?

41. A sarki fűszeresboltot eddig egyedül üzemeltette tulajdonosa, most viszont, miután másik vállalkozásba kezdett, szeretne felvenni egy eladót. Csupán egy jelentkező van, aki csak annyit tud a fűszerboltról, hogy havi nyeresége valahol 0 és 1 000 000 Ft között van. A jelentkező feltételezi, hogy a nyereség egyenletes eloszlást követ az adott zárt intervallumon. A fűszeres először megkérdezi a jelentkezőtől, mennyit szeretne kapni havonta a munkájáért. Ha elfogadja a kért bért, a kockázatkerülő jelentkező hasznossága $\sqrt{w_1}$ lesz, a fűszeresé pedig $\pi - 1,2w_1$, ahol w_1 a havi bért, π pedig a bolt havi nyereségét jelöli, az 1,2-es szorzó pedig a bérre rakódó plusz 20% bérjárulékra utal, melyet a munkáltató fizet. Amennyiben a bolt vezetője sokallja a kért bért, kis türelmi időt kér, hogy átgondolja a dolgot – addig sajnos üzletét is be kell zárnia – , majd megkéri a jelentkezőt, hogy mondjon egy újabb, w_2 bérajánlatot. Ha ezt elfogadja a tulajdonos, az időveszteség csökkenti mindkettőjük hasznát. Ekkor a haszon diszkontált

[5] Crawford–Sobel (1982) modellje alapján – megtalálható: Gibbons (2005), 178–181. oldal.

jelenértéke a jelentkező esetén $0,5\sqrt{w_2}$, a bolt tulajdonosa esetében pedig $0,5(\pi - 1,2w_2)$, ahol a π nagysága a korábbi értékkel megegyező. Ha most sem tudnak megállapodni, nem folytatják tovább az alkut, mindkettejük haszna nulla lesz. Mindketten várható hasznukat maximalizálják. Mekkora lesz ekkor w_1 és w_2 optimális értéke? [6]

42. Salamon királyt két nő látogatja meg, mindkettő azt állítja, hogy a gyermek, akit magukkal hoztak, a sajátja. Salamon nem tudja, hogy valójában kié a gyermek, de köztudott tudás, hogy milyenek egy igazi anya és egy hamis anya preferenciái. Jelölje g azt az állapotot, melyben a kérdéses nő megkapja a gyermeket, m azt az állapotot, ahol a másik nő kapja meg a gyermeket, végül s azt az állapotot, melyben senki nem kapja meg a gyermeket! Az igazi anya preferenciái $g \succ m \succ s$, míg a hamis anya preferenciái $g \succ s \succ m$. Tervezzünk olyan mechanizmust, aminek segítségével Salamon eldöntheti, hogy ki az igazi anya!

43. A Mélygarázs Klub új tagokat toboroz. A klub legnagyobb vonzereje, hogy a tagok használhatják a Klub belvárosban lévő hatalmas parkolóját, így megoldhatják parkolási gondjaikat. Ahhoz, hogy valaki a klub tagja lehessen, ki kell fizetni az éves T tagsági díjat, továbbá a parkolásért is fizetni kell, óránként p tallért, a töredék órákat is figyelembe véve. A klub csupán bérli a parkolót, egyetlen költsége van, a szerződésben úgy állapították meg számukra a bérleti díjat, hogy minden ott parkoló autó után óránként 4 tallért kell fizetniük. A töredék időket is figyelembe veszik, így például ha egy autó 10 percig parkol, az $\frac{2}{3}$ tallérjába kerül a klubnak. A klub vezetősége egy kérdőíves felmérésből tudja, hogy a 100 jelentkező, akik szeretnének tagok lenni, 2 csoportra osztható. 30 ember parkolás iránti kereslete a $q = 480 - 6p$, míg a többi 70 főé a $q = 700 - 7p$ függvénnyel jellemezhető, ahol q az egy év alatt a parkolóházban töltött órák számát jelöli, míg p a parkolás óránkénti díját. Mivel az előzetes felmérés névtelen volt, nem tudják megállapítani, ki melyik csoportba tartozik. A klub élelmes vezetője azt találta ki, hogy adjanak teljes és részleges tagsági lehetőséget. A teljes tagok tagdíja T_1, a részlegeseké T_2, valamint különböző összeget fizetnek az óránkénti parkolásért is, rendre p_1 és p_2 tallért. A klubnak más bevétele nincs.

a) Ha a klub maximalizálni szeretné bevételének és a bérleti díjnak a különbségét, mekkora T_1, T_2, p_1 és p_2 értékeket határoznak meg?

b) A klubban mindent megelőző célul tűzték ki, hogy minden jelentkezőt felvesznek, így is bizonyítva fontosságukat. Ezt teljesítve továbbra is a bevétel és a bérleti díj várható különbözetét szeretnék maximalizálni. Változik-e ekkor ez a várható érték az a) pontban kapott összeghez képest?

c) Egy évi tagság után már pontosan tudják, ki melyik csoportba tartozik, így külön meghatározhatják a tagdíjat és az órás parkolási díjat a részleges és a teljes tagoknak. Új tagokat nem vesznek fel, valamint azt sem teszik lehetővé, hogy valaki módosítson a tagsága típusán, továbbá

[6] Sobel–Takahashi (1983) modellje alapján – megtalálható: Gibbons (2005), 181–186. oldal.

kilépni sem lehet három évig. Amennyiben a klub információin kívül semmi más nem változott, mekkorák lesznek a 2. évre meghatározott díjak?

d) Mennyivel lesz magasabb a klub bevételének és az általa fizetett bérleti díjnak a különbsége a c) esetben a b) ponthoz képest?

44. Egy vállalat Mindent Mosó Mosópor koncentrátumot árul, melyből egy egészen apró mennyiség is tisztára varázsol bármilyen ruhát. 1000 vevőjük van, akik közül 800 hasznossági függvénye $12q - q^2 - p + 6$, míg a többi 200 fő esetén $25q - 1,5q^2 - p + 10$. A vásárolt koncentrátum 1kg-ját jelöli q, míg p a vásárolt mosószerért összesen fizetett összeget, piculában. Egy adott mennyiség után a mosópor káros jószággá válik, mivel a különleges anyag speciális tárolási körülményeket igényel, ami nagy mennyiség esetén sok problémát okoz, így csökkenti a hasznosságot. Réges régen szűkös jószág volt a Mindent Mosó Mosópor, a kormány viszont mindenki számára lehetővé akarta tenni a hozzáférést. Így elrendelték, hogy minden vásárló évente legfeljebb egy csomagot vehet a koncentrátumból, és ez a törvény azóta is érvényben van. A vállalat marketingigazgatója kitalálta, hogy két különböző kiszerelésben kellene árulni a mosóport a két eltérő fogyasztói csoport számára. Természetesen azt nem tudják megállapítani, hogy egy vevő melyik csoportba tartozik, de egy felmérésnek köszönhetően ismerik a hasznosságokat, és azt is, melyik csoportba hány vásárló tartozik. q kilogramm koncentrátum gyártási költsége $\frac{q^2}{500}$ picula.

a) Milyen súlyú legyen a két csomag, illetve mennyiért árulják azokat, ha a vállalat az ebből származó profitot szeretné maximalizálni? Mekkora lesz a vállalat profitja?

b) Mekkorák lennének a kiszerelések, az árak, illetve a profit, ha pontosan meg lehetne állapítani, melyik vevő milyen típusú?

A hivatkozott tankönyv:

Robert Gibbons: Bevezetés a játékelméletbe. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2005. A magyar nyelvű mű Robert Gibbons: A Primer in Game Theory (1992 Prentice Hall UK) című könyvének fordítása.

10.3. Hiányos információjú játékok – Megoldások

Tesztkérdések

1. B	2. C	3. D	4. A	5. B	6. C	7. A	8. B	9. D	10. A
11. B	12. D	13. A	14. D	15. C	16. C	17. A	18. B	19. A	20. C
21. B	22. D	23. D	24. D	25. C	26. D	27. A	28. B	29. C	30. B
31. D	32. B	33. D	34. C	35. B	36. D	37. D	38. B	39. C	40. D

Számítási feladatok

1. a) Mindkét szereplő akcióhalmaza: {alma, körte}
Ádám lehetséges típusainak halmaza: {rosszkedvű, jókedvű}; Éva lehetséges típusainak halmaza egyelemű.
Éva kezdeti vélekedése: Ádám p valószínűséggel rosszkedvű, $1-p$ valószínűséggel jókedvű. Ádám pontosan ismeri Éva típusát.

   b) Éva lehetséges két stratégiája: alma; körte
Ádám lehetséges négy stratégiája: (alma, alma); (alma, körte); (körte, alma); (körte, körte) – ahol az első elem jelöli, mit visz Ádám, ha rosszkedvű, a második pedig, mit visz akkor, ha jókedvű.
Ádám típusától függő kifizetése (a zárójel első eleme arra utal, ha rosszkedvű, míg a második, ha jókedvű) és Éva várható kifizetése a különböző stratégiakombinációk esetén:

		Éva	
		alma	körte
Ádám	alma, alma	(5, 6); 4	(8, 2); 5
	alma, körte	(5, 4); 4p	(8, 8); $4+p$
	körte, alma	(10, 6); $4-4p$	(2, 2); $5-p$
	körte, körte	(10, 4); 0	(2, 8); 4

   c) Egyensúlyban a rosszkedvű Ádám almát visz, míg a jókedvű körtét, Éva pedig körtét visz.

2. a) A szereplők stratégiáitól függően felírhatjuk Máté várható kifizetéseit, illetve Klári típusától függő kifizetéseit:

		Klári											
		$a\|t,\ a\|n$			$a\|t,\ r\|n$			$r\|t,\ a\|n$			$r\|t,\ r\|n$		
Máté	a	5;	(3,	0)	3;	(3,	5)	3;	(1,	0)	1;	(1,	5)
	r	0;	(0,	3)	3/2;	(0,	1)	3/2;	(5,	3)	3;	(5,	1)

ahol a az akciófilmet, r a romantikus filmet jelöli, t Klári azon típusát, amikor tetszik neki Máté, míg n azt a típust, amikor nem. A cellákban lévő első szám Máté várható kifizetését mutatja, míg a zárójel Klári kifizetéseit. A zárójel első eleme akkor valósul meg, ha Klárinak tetszik Máté, míg a második elem akkor, ha nem tetszik neki a fiú. Klári neve alatt a két típus esetén választott filmek típusa látható. Ennek alapján egyensúlyban Máté mindenképpen akciófilmet néz; ha Klárinak tetszik Máté, ő is az akciófilmet választja, egyébként romantikus filmre vesz jegyet.

   b) Jelöljük p-vel annak a valószínűségét, hogy Máté az akciófilmre vesz jegyet! Legyen q_1 annak a valószínűsége, hogy Klárinak tetszik Máté és az akciófilmet választja, végül q_2 annak az esélye, hogy Klárinak nem tetszik Máté és az akciófilmet választja! Klári egy adott szituációban akkor kever, ha mindkét akció ugyanazt a várható hasznosságot biztosítja számára. Ha Klárinak tetszik Máté, Klári kever, ha

$3p = p + 5 - 5p \Rightarrow p = \frac{5}{7}$. Ha $p < \frac{5}{7} \Rightarrow q_1 = 0$ míg $\frac{5}{7} < p$-re $q_1 = 1$. Ha Klárinak nem tetszik Máté, a keverés feltétele: $3 - 3p = = 5p + 1 - p \Rightarrow p = \frac{2}{7}$. Ha $p < \frac{2}{7} \Rightarrow q_2 = 1$ míg $\frac{2}{7} < p$-re $q_2 = 0$. Máté akkor játszhatja pozitív valószínűséggel mindkét tiszta stratégiáját, ha $0,5(5q_1+1-q_1)+0,5(5q_2+1-q_2) = 0,5(0+3(1-q_1))+0,5(0+3(1-q_2))$ $\Rightarrow q_1 + q_2 = \frac{4}{7}$. Ez csak akkor teljesülhet, ha $p = \frac{2}{7}$ és $q_2 = \frac{4}{7}, q_1 = 0$ vagy $p = \frac{5}{7}$ és $q_1 = \frac{4}{7}, q_2 = 0$ Ha $q_1 + q_2 < \frac{4}{7} \Rightarrow p = 0$, ha pedig $\frac{4}{7} < q_1 + q_2 \Rightarrow p = 1$. Az első eset nem lehet egyensúlyi, a második azonban igen, ha $q_1 = 1$ és $q_2 = 0$. Tehát a lehetséges egyensúlyok: 1) Máté $\frac{2}{7}$ valószínűséggel néz akciófilmet; ha Klárinak nem tetszik Máté, $\frac{4}{7}$ valószínűséggel választ akciófilmet, míg ha tetszik neki Máté, csak romantikus filmet néz. 2) Máté $\frac{5}{7}$ valószínűséggel néz akciófilmet, ha Klárinak tetszik Máté, $\frac{4}{7}$ valószínűséggel választ akciófilmet, míg ha nem tetszik neki Máté, csak romantikus filmet néz. 3) Máté mindenképpen akciófilmet néz; ha Klárinak tetszik Máté, ő is mindig az akciófilmet választja, egyébként csak a romantikus filmet.

3. a) A szereplők stratégiáitól függően felírhatjuk Frici várható hasznosságát, és Lujza típusától függő kifizetéseit (a kókuszgolyót k-val, a csokis kekszet cs-vel jelölve):

Frici \ *Lujza*	k, k		k, cs		cs, k		cs, cs	
sajtos	5;	(3, 1)	11/4;	(3, 2)	17/4;	(3, 1)	2;	(3, 2)
sonkás	4;	(4, 3)	25/4;	(4, 3)	19/4;	(2, 3)	7;	(2, 3)
kolbászos	0;	(2, 2)	27/4;	(2, 4)	9/4;	(1, 2)	9;	(1, 4)

ahol Lujza stratégiájának első eleme azt mutatja, mit visz magával, ha az első típus preferenciái igazak rá, míg a második elem a második típus választására utal.

Ha csak tiszta stratégiákat tekintünk, egyensúlyban Frici kolbászos szendvicset visz, míg Lujza kókuszgolyót, ha első típusú, és kekszet, ha második típusú.

Nézzük most a kevert stratégiákat! Jelölje *sa* a sajtos, *so* a sonkás és *ko* a kolbászos szendvicset, valamint *cs* a csokis kekszet és *k* a kókuszgolyót! Jelölje p annak a teljes valószínűségét, hogy Lujza csokis kekszet visz (p =1. típus valószínűsége·*cs* valószínűsége, ha 1. típusú + 2. típus valószínűsége·*cs* valószínűsége, ha 2. típusú)! Ekkor Frigyes legjobb válasza *sa*, ha $p < \frac{1}{6}$, *sa* vagy *so*, ha $p = \frac{1}{6}$, *so*, ha $\frac{1}{6} < p < \frac{2}{3}$, *so* vagy *ko*, ha $p = \frac{2}{3}$, végül *ko*, ha $\frac{2}{3} < p$. Ha Frigyes egyensúlyban legalább két tiszta stratégiáját pozitív valószínűséggel játssza, Lujza legjobb válasza *k*, ha 1. típusú és *cs*, ha 2. típusú. Ekkor $p = \frac{3}{4}$, amire Frigyes legjobb válasza *ko*, vagyis Frici nem kever, hanem biztosan tiszta stratégiát választ. Ha Frici választása *sa*, Lujza 1. típus esetén közömbös, tehát keverhet, míg 2. típusában *cs*-t választ. Ebből $p \geq \frac{3}{4}$, amire *ko* lenne a legjobb válasz. Ha Frigyes *ko*-t játszik, Lujza 1. típusa *k*-t, a 2. *cs*-t választ, így $p = \frac{3}{4}$, amire Frici legjobb válasza valóban *ko*, megkaptuk a korábban kiszámolt egyensúlyt tiszta

stratégiákban. Végül tegyük fel, hogy Frici *so*-t választja! Erre Lujza k-t játszik, ha 1. típusú, míg közömbös számára k és cs, ha 2. típusú, vagyis $p \leq \frac{3}{4}$. Tudjuk, hogy *so* akkor lehet a legjobb válasz, ha $\frac{1}{6} \leq p \leq \frac{2}{3}$. Most $p = \frac{3}{4}x$, ahol x annak a valószínűsége, hogy Lujza 2. típusa cs-t választ. Így egyensúlyi lesz a következő stratégiaegyüttes: Frigyes sonkás szendvicset visz, Lujza kókuszgolyót, ha 1. típusú, míg x valószínűséggel csokis kekszet és $(1-x)$ valószínűséggel kókuszgolyót, ha 2. típusú, ahol $\frac{2}{9} \leq x \leq \frac{8}{9}$.

b) Az egyensúlyi stratégiákat (x, y, z) formátumban írjuk fel, ahol x Frici választása, míg y és z Lujza döntése rendre ha 1., illetve 2. típusú.
Ha $c < 5$, az egyetlen egyensúly: (ko, k, cs).
Ha $5 \leq c < 6$, két egyensúly lehetséges: (ko, k, cs) és (so, k, k).
Ha $c = 6$, három egyensúly van: (ko, k, cs); (so, k, k) és (so, k, cs).
Ha $6 < c$, a két lehetséges egyensúly: (so, k, cs) és (so, k, k).

c) Az egyensúlyok:
ha $0 < p < \frac{1}{3}$: (ko, k, cs)
ha $p = \frac{1}{3}$: (ko, k, cs) és (so, k, cs);
ha $\frac{1}{3} < p < \frac{5}{6}$: (so, k, cs);
ha $p = \frac{5}{6}$: (so, k, cs) és (sa, k, cs);
ha $\frac{5}{6} < p < 1$: (sa, k, cs).

4. a)

		Athéné a nyertes	
		Oinóné	Heléna
Párisz	aranyalma	1; 1	5; 4
	ezüstpohár	3; 7	2; 1

		Héra a nyertes	
		Oinóné	Heléna
Párisz	aranyalma	1; 7	5; 1
	ezüstpohár	3; 1	2; 4

		Aphrodité a nyertes	
		Oinóné	Heléna
Párisz	aranyalma	1; 1	5; 7
	ezüstpohár	3; 1	2; 4

b) Egyensúlyban Párisz almát ad, Héra Oinónét viszi, míg Athéné és Aphrodité Helénát.

c) Ha $0 < p \leq \frac{3}{10}$, tiszta stratégiákban csak a b) pontban leírt eset lesz egyensúlyi.
Ha $\frac{3}{10} < p < \frac{3}{5}$, tiszta stratégiákban nem lesz egyensúly.
Végül $\frac{3}{5} \leq p < 1$ esetén az egyetlen egyensúly tiszta stratégiákban, ha Párisz az ezüstpoharat adja, Athéné Oinónét viszi, míg a másik két istennő Helénát.

d) Az egyensúlyi stratégiák c és q függvényében, ahol az első betű Párisz választását jelöli (a, ha aranyalmát ad, e, ha ezüstpoharat), a második és a harmadik pedig rendre Héra és Aphrodité döntését (O Oinónét, H Helénát jelöli):

$c < 4$	$\frac{3}{5} < q$	tiszta stratégiákban nincs egyensúly
	$q \leq \frac{3}{5}$	(a,O,H)
$c = 4$	$\frac{3}{5} < q$	(e,O,H); (e,O,O)
	$q = \frac{3}{5}$	(a,O,H); (e,O,H); (e,O,O)
	$\frac{2}{5} < q < \frac{3}{5}$	(a,O,H); (e,O,O)
	$q \leq \frac{2}{5}$	(a,O,H); (e,H,O); (e,O,O)
$4 < c$	$\frac{3}{5} < q$	(e,O,O)
	$q \leq \frac{3}{5}$	(a,O,H); (e,O,O)

5. a) $q_{cs} = 71,669$; $q_v = 40,166$, ha költségfüggvénye lineáris és $q_v = 8,733$ négyzetes költségfüggvény esetén.
   b) q_{cs} most 18,336 méterrel több, mint tökéletes információs esetben, a lineáris költségfüggvény melletti q_v pedig 9,168 méterrel kevesebb.
   c) q_{cs} most 2,068 méterrel kevesebb, mint tökéletes információs esetben, a négyzetes költségfüggvény melletti q_v pedig 0,207 méterrel több.
   d) $K = 385$

6. a) Egyensúlyban mindkét játékos stratégiája a legjobb válasz a másik stratégiájára, összhangban a vélekedéseikkel. Tudjuk, hogy Don Quijote megadott stratégiája alapján akkor fog megküzdeni az óriásokkal, ha $t_1 \geq c_1$. Akkor érdemes küzdenie, ha ez várhatóan nagyobb hasznosságot biztosít számára, mint a megfutamodás: $(1-p)(4+t_1)+p\cdot 1 \geq (1-p)\cdot 2 + p\cdot 6$, ahol p annak a valószínűsége, hogy Sancho visszafordul. Sancho a megadott stratégiája alapján akkor fordul vissza, ha $t_2 \geq c_2$, ahol t_2 egyenletes eloszlást követ a [0,5] intervallumon. Ebből $p = \frac{5-c_2}{5}$, amit behelyettesítve az előző egyenlőtlenségbe azt kapjuk, hogy $t_1 \geq \frac{25-7c_2}{c_2}$. Akkor lesz tehát ez a stratégia a legjobb válasz Sancho stratégiájára, ha $c_1 = \frac{25-7c_2}{c_2}$. Hasonlóan Sancho számára akkor érdemes visszafordulni, ha $q\cdot 7 + (1-q)(5+t_2) \geq q\cdot 8 + (1-q)\cdot 3$, ahol $q = \frac{10-c_1}{10}$ annak a valószínűsége, hogy Don Quijote harcol. Ebből $c_2 = \frac{10-3c_1}{c_1}$, ami a következő eredményt adja: $c_1 = 1,7$; $c_2 = 2,87$.
   b) A korábbi gondolatmenetet követve itt $c_1 = \frac{5x-7c_2}{c_2}$ és $c_2 = \frac{x-3c_1}{c_1}$, ahonnan kiszámítható, hogy $c_2 = \frac{4x-21+\sqrt{(21-4x)^2+420x}}{14}$.
   Annak a valószínűsége, hogy Sancho visszafordul,
   $\frac{x-c_2}{x} = (x - \frac{4x-21+\sqrt{(21-4x)^2+420x}}{14})/x = 1 - \frac{4x-21+\sqrt{(21-4x)^2+420x}}{14x}$. A határértéket, ha $x \to 0$, a l'Hopital szabály segítségével kapjuk meg:
   $\lim_{x\to 0}(1 - \frac{4x-21+\sqrt{(21-4x)^2+420x}}{14x}) =$
   $= \lim_{x\to 0}(1 - \frac{4+(32x+252)/(2\sqrt{(21-4x)^2+420x})}{14}) = \frac{2}{7}$. Sancho tehát $\frac{2}{7}$ valószínűséggel fordul vissza, és hasonlóan megkaphatjuk, hogy Don Quijote $\frac{2}{3}$ valószínűséggel harcol.

c) Ugyanaz lesz a megoldás, mint a b) pontban. Teljes információs esetben Don Quijote akkor kever, ha mindkét akció ugyanazt a várható hasznosságot biztosítja számára. Ha Sancho Panza p valószínűséggel fordul vissza, ez a feltétel akkor teljesül, ha $4(1-p)+p = 2(1-p)+6p$. Ebből $p = \frac{2}{7}$. Hasonlóan megkaphatjuk, hogy Don Quijote $\frac{2}{3}$ valószínűséggel harcol.

7. a) Emese tudja, hogy csak akkor kapja meg a képet, ha nagyobb összeget mond, mint Marcell. Várható nyeresége tehát: $p(l_E > l_M) \cdot (V_E - l_E)$. Ezt a kifejezést kell, hogy maximalizálja l_E szerint. Ismeri Marcell stratégiáját, ekkor - feltéve, hogy ő is a megadott formájú stratégiát játssza - a következő módon alakítható át a várható nyereség képlete: $p(l_E > \min(\alpha_M V_M, 200\alpha_E)) \cdot (V_E - l_E)$. Tudjuk, hogy $l_E = \alpha_E V_E \leq$ $\leq 200\alpha_E$, így $p(l_E > \min(\alpha_M V_M, 200\alpha_E)) = p(l_E > \alpha_M V_M)$. Mivel az értékelések egyenletes eloszlást követnek a megadott intervallumokon, $p(l_E > \alpha_M V_M) = p(\frac{l_E}{\alpha_M} > V_M) = \frac{l_E}{400\alpha_M}$. Ekkor a várható nyereség $\frac{l_E}{400\alpha_M}(V_E - l_E)$, melynek l_E szerinti maximuma $l_E = \frac{V_E}{2}$, ahonnan $\alpha_E = \frac{1}{2}$.
Hasonlóan Marcell várható nyereménye $p(l_M \geq \alpha_E V_E) \cdot (V_M - l_M) =$ $= p(V_M < 200) \cdot p(l_M \geq \alpha_E V_E \mid V_M < 200) \cdot (V_M - l_M) +$ $+p(V_M \geq 200) \cdot p(l_M \geq \alpha_E V_E \mid V_M \geq 200) \cdot (V_M - l_M)$. Az összeg második tagja a megadott stratégia alapján független α_M-től, mivel itt $l_M = 200\alpha_E = 100$. Az első tag az előző esethez hasonlóan maximalizálható l_M szerint, ismerve, hogy $p(l_M \geq \alpha_E V_E \mid V_M < 200) = \frac{l_M}{200\alpha_E}$, amiből $\alpha_M = \frac{1}{2}$ értéket kapjuk.

b) $l_E = V_E$ és $l_M = V_M$, ha $V_M \leq 200$, különben $l_M = 200$. Ha Emese magasabb licitet mond, lehetséges, hogy úgy nyeri meg az árverést, hogy a Marcelll által mondott licit – amit Emesének majd ki kell fizetnie – magasabb, mint Emese értékelése, így a lánynak vesztesége keletkezik. Ha Marcell alacsonyabb licitet mond, Emese mindenképp nyer, nem érdemes eltérnie. Ha Marcell licitje még így is magasabb, akkor is fölösleges eltérnie, hiszen kifizetése nem változik. Marcell esetében hasonló az érvelés, ha értékelése a $[0, 200]$ intervallumra esik. Azonban ha ennél magasabb, mivel tudja, milyen egyensúlyi stratégiát játszik Emese, biztos lehet abban, hogy ő nyeri az árverést, így elegendő a lehető legalacsonyabb nyertes licitet mondania, ami 200. Ha ennél alacsonyabbat mond, lehetséges, hogy nem nyer, így az a stratégia nem lehet egyensúlyi.

8. a) Belátható, hogy az előzőhöz hasonlóan ebben az esetben is a $\frac{V_i}{2}$ a legjobb válasz a másik stratégiájára.
Egyenletes eloszlást feltételezve ekkor a várható bevétel:
$(\int_0^{200}\int_0^{200} \max\{\frac{V_E}{2}, \frac{V_M}{2}\}dV_E dV_M)/(\int_0^{200}\int_0^{200} 1 dV_E dV_M) =$
$= \frac{1}{2}(\int_0^{200}[\int_0^{V_M} V_M dV_E + \int_{V_M}^{200} V_E dV_E]dV_M)\frac{1}{40\ 000} =$
$= \frac{1}{80\ 000}\int_0^{200}[\frac{V_M^2}{2} + 20\ 000]dV_M = \frac{200}{3}$.

b) A várható bevétel:
$(\int_0^{200}\int_0^{200}\min\{V_E,V_M\}dV_EdV_M)/(\int_0^{200}\int_0^{200}1dV_EdV_M)=$
$=\frac{1}{40\ 000}\int_0^{200}[\int_0^{V_M}V_EdV_E+\int_{V_M}^{200}V_MdV_E]dV_M=$
$=\frac{1}{40\ 000}\int_0^{200}[200V_M-\frac{V_M^2}{2}]dV_M=\frac{200}{3}$.

c) A várható bevétel:
$(\int_0^{200}\int_0^{400}\min\{l_E(V_E),l_M(V_M)\}dV_MdV_E)/(\int_0^{200}\int_0^{400}1dV_MdV_E)=$
$=\frac{1}{80\ 000}\int_0^{200}\int_0^{400}\min\{V_E,\min\{200,V_M\}\}dV_MdV_E=$
$=\frac{1}{80\ 000}\int_0^{200}[\int_0^{V_E}\min\{200,V_M\}dV_M+\int_{V_E}^{400}V_EdV_M]dV_E=$
$=\frac{1}{80\ 000}\int_0^{200}[\int_0^{V_E}V_MdV_M+\int_{V_E}^{400}V_EdV_M]dV_E=\frac{250}{3}$.

9. a) A vezérek bármelyikének várható kifizetése $(e_i-l_i)\cdot p(l_i>l_j$ és $l_i>l_k)$. Mivel a licitek lineáris függvényei az értékeléseknek, a várható kifizetés felírható $(e_i-l_i)\cdot p(l_i>\alpha_j+\beta_je_j$ és $l_i>\alpha_k+\beta_ke_k)$ alakban. Szimmetrikus egyensúlyban $\alpha_j=\alpha_k$ és $\beta_j=\beta_k$, így írjunk helyettük egyszerűen α-t és β-t! Mivel az értékelések függetlenek egymástól, ekkor $p(l_i>\alpha+\beta e_j$ és $l_i>\alpha+\beta e_k)$=$p(l_i>\alpha+\beta e_j)\cdot p(l_i>\alpha+\beta e_k)=$ $=p(l_i>\alpha+\beta e_j)^2$, mivel e_j és e_k ugyanúgy egyenletes eloszlást követ a [0,80] intervallumon. Ekkor $p(l_i>\alpha+\beta e_j)^2=p(\frac{l_i-\alpha}{\beta}>e_j)^2=$ $=(\frac{l_i-\alpha}{80\beta})^2$. A várható kifizetés tehát $(e_i-l_i)\cdot(\frac{l_i-\alpha}{80\beta})^2$, amit l_i szerint maximalizálva azt kapjuk, hogy $l_i=\frac{\alpha}{3}+\frac{2}{3}e_i$. Ez csak akkor lehet igaz minden i-re, ha $\alpha=0$. Így a megoldás: $l_i=\frac{2}{3}e_i$.

b) Ha mindannyian $l_i=\frac{6}{7}e_i$ stratégiát választják, nézzük meg, érdekében áll-e a j. játékosnak eltérni ettől a stratégiától? Várható kifizetése $(e_j-l_j)\cdot p(l_j>\frac{6}{7}e_i,\forall i\neq j)=(e_j-l_j)\cdot p(\frac{7}{6}l_j>e_i,\forall i\neq j)=$ $=(e_j-l_j)\cdot(\frac{7}{480}l_j)^6$. Ezt deriválva l_j szerint azt kapjuk, hogy: $-(\frac{7}{480}l_j)^6+(e_j-l_j)\cdot 6(\frac{7}{480}l_j)^5\cdot\frac{7}{480}$. Ha most behelyettesítjük $l_j=\frac{6}{7}e_j$-t, az elsőrendű feltétel valóban nullára teljesül, így $l_j=\frac{6}{7}e_j$ biztosítja a maximális várható kifizetést. Feltéve, hogy a többiek is ezt a stratégiát játsszák, nem érdemes ettől eltérni, vagyis $l_i=\frac{6}{7}e_i,\forall i$ egyensúly lesz.

10. a) Ha Elvira bal lábbal kelt fel, $\frac{1}{3}$ valószínűséget tulajdonít annak, hogy Timi is, és $\frac{2}{3}$ valószínűséget, hogy az ellenkezője igaz.
Ha Elvira jobb lábbal kelt fel, $\frac{3}{5}$ valószínűséget tulajdonít annak, hogy Timi is, és $\frac{2}{5}$ valószínűséget, hogy az ellenkezője igaz.
Ha Timi bal lábbal kelt fel, $\frac{1}{4}$ valószínűséget tulajdonít annak, hogy Elvira is, és $\frac{3}{4}$ valószínűséget, hogy az ellenkezője igaz.
Ha Timi jobb lábbal kelt fel, $\frac{1}{2}$ valószínűséget tulajdonít annak, hogy Elvira is, és $\frac{1}{2}$ valószínűséget, hogy az ellenkezője igaz.

b) Az alábbi táblázatban csak Elvira várható kifizetését adjuk meg, Tímeáé ennek -1-szerese. A stratégiák első eleme arra az esetre vonatkozik, ha az adott játékos bal lábbal kelt fel, a második elem pedig azt mutatja, milyen színű korongot rak akkor, ha jobb lábbal kelt fel. p a piros, k pedig a kék korongot jelöli.

		Timi			
		pp	pk	kp	kk
Elvira	pp	2; 875	2; 625	2; 25	2
	pk	3	2; 75	2; 375	2; 125
	kp	2; 875	2; 625	2; 25	2
	kk	3	2; 75	2; 375	2; 125

c) Két lehetséges egyensúly van: Elvira vagy (pk)-t vagy (kk)-t játszik, míg Timi mindig kék korongot rak.

11. $q_1 = \frac{2}{3}$, $q_2 = 1$ és $q_3 =$ tetszőleges. Ezek a viselkedési stratégiák pontosan azokat a kimeneteket, és ugyanolyan valószínűséggel adják, mint a megadott kevert stratégia.

12. Oszlopjátékos keverése a viselkedési stratégiával egyezően: 10% valószínűséggel o_1, 20% valószínűséggel o_2, 70% valószínűséggel o_3
Sorjátékos négy lehetséges stratégiája: $(s_1, s_1); (s_1, s_2); (s_2, s_1); (s_2, s_2)$, ahol az első elem arra utal, mit választ Sorjátékos, ha t_1 típusú, míg a második azt jelöli, mit választ t_2 típus esetén. Sorjátékos úgy kever, hogy a megadott négy stratégiát rendre p_1, p_2, p_3 és p_4 valószínűséggel játssza, ahol $0 \leq p_i \leq 1$ és $\sum_{i=1}^{4} p_i = 1$. A keverés akkor lesz eredményekvivalens a megadott viselkedési stratégiával, ha a végpontok elérési valószínűsége megegyezik. Ez akkor igaz, ha $p_1 + p_2 = 0,2$ és $p_1 + p_3 = 0,5$.

13. a) Eszter 30% valószínűséggel ír diót, 70% valószínűséggel csokit; ha a diót választotta, 20-20% valószínűséggel akar egyet, illetve kettőt feltörni, 60% valószínűséggel hármat. Amennyiben igaz, hogy Matyi (csoki,1,1); (csoki,1,2); (csoki,2,1); (csoki,2,2) stratégiái mindegyikét 15-15% valószínűséggel választja, akkor léteznek a megfelelő viselkedési stratégiák, különben nem. Matyi ekkor 40% valószínűséggel választja a diót, míg 60%-kal a csokit. Akár mindketten a diót választották, akár csak Eszter, ő pedig csokit, 50-50% valószínűséggel szeretne 1 vagy 2 diót megenni.

b) A következő kevert stratégia lesz eredményekvivalens a megadott viselkedési stratégiával: Matyi 40% valószínűséggel választja a diót, 60% valószínűséggel a csokit. Eszter lehetséges stratégiái: (dió, 1 ha diót mondott), (dió, 2 ha diót mondott), (dió, 3 ha diót mondott), (csoki, 1 ha diót mondott), (csoki, 2 ha diót mondott), (csoki, 3 ha diót mondott). Az ezekhez rendelt valószínűség rendre 8%, 16%, 56%, x%, y%, (20-x-y)%, ahol x és y tetszőleges számok, amik kielégítik a következő két egyenlőtlenséget: $0 \leq x, y$ és $x + y \leq 20$.

14. a) A tragacsok ára 400 000 és 500 000 Ft között lesz, a jó autók ára pedig 550 000 Ft és 700 000 Ft között.

b) A vevők az autó várható értékét tekintik, így legfeljebb $0,5 \cdot 500\ 000 + 0,5 \cdot 700\ 000 = 600\ 000$ Ft-ot hajlandók fizetni egy kocsiért. Az eladók 550 000 Ft-ért már egy jó autótól is hajlandók megválni. Mivel a vevők nem tudják megkülönböztetni az autók minőségét, nem érdemes ennél alacsonyabb áron kínálni a tragacsot sem.

Ekkor minden autó ára 550 000 Ft és 600 000 Ft között lesz. Az, hogy az 550 000 és a 600 000 Ft közül melyikhez lesz végül közelebb az ár, az egyéb feltételektől, alapvetően a verseny erősségétől függ.

15. a) A tragacsok ára 100 000 Ft és 120 000 Ft között lesz, a jó autók ára pedig 500 000 Ft és 600 000 Ft között.
    b) A vevők az autó várható értékét tekintik, így legfeljebb $0,5 \cdot 120\ 000 + 0,5 \cdot 600\ 000 = 360\ 000$ Ft-ot hajlandók fizetni egy kocsiért. Az eladók ugyanakkor egy jó autóért legalább 500 000 Ft-ot kérnek, így senki nem fog jó autókat vásárolni. Mivel ez a tény a racionális vevők számára is ismert, tudják, hogy csak tragacsot kaphatnak az eladótól. Várakozásaikat korrigálják, és legfeljebb 120 000 Ft-ot hajlandók adni a használt autóért, amiről most már tudják, hogy tragacs. A tragacsok ára tehát 100 000 Ft és 120 000 Ft között lesz, a jó autókkal pedig nem kereskednek.

16. a) 1,99 petákot
    b) 19 petákot
    c) A biztosító várható profitja akkor lesz nulla, ha a biztosítás díja 2,8 peták.
    d) Csak a magasabb kockázati valószínűségű lakosok.

17. a) 1500 Ft
    b) 1500 Ft
    c) A vásárlók a napszemüvegek várható minőségét veszik figyelembe, így a maximális ár, amit hajlandók kifizetni egy szemüvegért $0,5 \cdot 1800 + 0,5 \cdot 900 = 1350$ Ft. A szemüvegek előállítási költsége viszont ennél magasabb, így a vállalatok csak veszteséggel tudnának értékesíteni bármilyen szemüveget. Vagyis senki nem ad el napszemüveget.
    d) Ha a jó minőségű szemüvegek aránya α, a vevők számára a szemüveg várható értéke $\alpha \cdot 1800 + (1-\alpha) \cdot 900 = 900(1+\alpha)$. Az eladóknak legalább 1500 Ft-ot kell kapniuk ahhoz, hogy bármely típusú szemüveget értékesítsék, ekkor viszont mindkét minőségi kategóriába tartozó szemüveget hajlandók eladni. Ebből $900(1+\alpha) \geq 1500 \Longrightarrow \alpha \geq 66,6\%$

18. a) A működő számítógép ára 72 000 Ft, a vírusosé 34 000 Ft.
    b) Az egyensúlyi ár a vevők számára 51 250 Ft lenne, de emellett csak a vírusos gépeket értékesítik az eladók, amit a vevők is tudnak. Így csak a vírusos gépek cserélnek gazdát, 40 000 Ft-ért.
    c) $q \geq \frac{32}{45} \approx 71\%$ és $p = 40\ 000 + 45\ 000q$
    d) $X \leq 40\ 000$

19. a) 90 000 Ft
    b) A munkás akkor dolgozik rendesen, ha ebből származó hasznossága legalább akkora, mint a lógás esetén számított várható hasznossága: $\sqrt{w} - 300 \geq 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot \sqrt{w} \Rightarrow w \geq 360\ 000$ Ft
    c) 562 500 Ft
    d) Ha a főnök munkára akar ösztönözni, legalább 562 500 Ft fizetést kell felajánlania, tehát a maximálisan elérhető várható értéke a bevétel és a

bér különbözetének: $0,1\cdot(0-0)+0,9\cdot(1\ 000\ 000-562\ 500)=393\ 750$
Ha a munkaadó úgy dönt, hogy nem akar munkára ösztönözni, ugyan a sikeres projekt valószínűsége kisebb lesz, de a fizetendő bér alacsonyabb lehet. Ekkor a bevétel és a bér különbözetének várható értéke: $0,5\cdot(0-0)+0,5\cdot(1\ 000\ 000-w)$, ahol $250\ 000\le w<562500$. Vagyis optimumban $w=250\ 000$, ami mellett a bevétel-bér különbözet várható értéke 375 000 Ft. Ez kevesebb, mint az előző esetben, így érdemes munkára ösztönözni.

20. a) $Eu=0,9e\cdot w(1-\alpha\cdot e)+(1-0,9e)\cdot(\tilde{u}-e)$
    b) Ha $\frac{1}{\alpha}<w$, a várható hasznosság e-ben konkáv, tehát az optimális $e^*=\max\{0;\min\{\frac{0,9(w-\tilde{u})-1}{1,8(\alpha\cdot w-1)};1\}\}$.
    Ha $\frac{1}{\alpha}\ge w$, a várható hasznosság e-ben nem konkáv, az optimális $e^*=0$, ha $\tilde{u}>(1-\alpha)w-\frac{1}{9}$, $e^*=1$, ha $\tilde{u}<(1-\alpha)w-\frac{1}{9}$ és $e^*=0$ vagy 1, ha $\tilde{u}=(1-\alpha)w-\frac{1}{9}$
    c) $\frac{1}{0,1}<w_{\min}=55\ 000$, továbbá $0<\frac{0,9w-45\ 001}{0,18w-1,8}$, ha $w_{\min}=55\ 000$. Ha $e^*=\frac{0,9w-45\ 001}{0,18w-1,8}\le 1$, a maximalizálandó kifejezés:
    $(1\ 500\ 000-w)\frac{0,9w-45\ 001}{0,18w-1,8}\Rightarrow w=273\ 846$. Ekkor azonban $\frac{0,9w-45\ 001}{0,18w-1,8}=$
    $=4,09>1$, ami ellentmondás. Mivel $\frac{0,9w-45\ 001}{0,18w-1,8}>1$ esetén $e^*=1$, és a bevétel és a havi bér különbözetének várható értéke w-ben csökkenő, optimumban $\frac{0,9w-45\ 001}{0,18w-1,8}=1\Rightarrow w=62\ 499$.

21. a) $0,2\cdot\sqrt{w_a}+0,3\cdot\sqrt{w_k}+0,5\cdot\sqrt{w_m}-5\ge 0,4\cdot\sqrt{w_a}+0,3\cdot\sqrt{w_k}+0,3\cdot\sqrt{w_m}$
    b) $\max\{0,2\sqrt{w_a}+0,3\sqrt{w_k}+0,5\sqrt{w_m}-5;0,4\sqrt{w_a}+0,3\sqrt{w_k}+0,3\sqrt{w_m}\}\ge 20$
    c) $0,2\cdot w_a+0,3\cdot w_k+0,5\cdot w_m$
    d) $w_a=51;w_k=625;w_m=1033$

22. a) A célfüggvény: $\sum_i u_i=\sum_i w_i-e_i=M-\sum_i e_i=\sum_i\sqrt{e_i}-\sum_i e_i$. Ezt e_i szerint maximalizálva: $e_i^*=\frac{1}{4}$.
    b) A célfüggvény: $u_i=w_i-e_i=\frac{M}{5}-e_i=\frac{\sum_{i=1}^5\sqrt{e_i}}{5}-e_i$. Ezt e_i szerint maximalizálva: $e_i^*=\frac{1}{100}$.
    c) A célfüggvény: $u_i=w_i-e_i=\frac{M}{10}-e_i=\frac{\sum_{i=1}^{10}\sqrt{e_i}}{10}-e_i$. Ezt e_i szerint maximalizálva: $e_i^*=\frac{1}{400}$.
    d) Amennyiben minden munkás vélekedése szerint a többiek az optimális erőfeszítést választják, akkor egy ilyen mechanizmus lehet az alábbi: ha akkora teljesítményt érnek el, mint akkor, amikor mindenki optimális erőfeszítést fejt ki, akkor mindenki megkapja a ráeső részt, egyébként mindenki 0 bért kap.

23. A stúdiónak két lehetősége van: vagy kemény munkára ösztönzik a rendezőt, vagy hagyják, hogy lógassa a lábát. Az első esetben akkora részesedést kell ajánlaniuk, hogy a rendező várható hasznossága kemény munka esetén meghaladja azt az értéket, amit akkor kapna, ha nem dolgozna rendesen: $0,8\cdot\ln(\alpha\cdot 1\ 000\ 000+1)+0,2\cdot\ln(1)-6\ge 0,3\cdot\ln(\alpha\cdot 1\ 000\ 000+1)+0,7\cdot\ln(1)\Rightarrow$
    $\Rightarrow\alpha\cdot 1\ 000\ 000+1\ge e^{12}$, amiből α minimális értéke 16,27%. Mivel a stúdió várható bevétele α-ban csökkenő, $\alpha=0,1627$ maximalizálja a stúdió

bevételét, ha a rendező tisztességesen dolgozik. Még ellenőriznünk kell, hogy a stúdió bevétele ekkor valóban nagyobb, mint abban az esetben, ha nem ösztönzik munkára a rendezőt. A rendező rezervációs hasznossága 0, így α minimális, a stúdió bevételét maximalizáló értéke is 0, amennyiben nem akarják munkára ösztönözni a rendezőt. A stúdió várható bevétele ekkor $0,3 \cdot 1\ 000\ 000 = 300\ 000$, ami kisebb, mint a kemény munkára való ösztönzés esetén várható bevétel: $0,8 \cdot (1 - 0,1627) \cdot 1\ 000\ 000 = 669\ 840$. Tehát az optimális részesedés mértéke 16,27%.

24. a) A zsúfoltabb útra ösztönöz, ha $\frac{2}{3}b_1 + \frac{1}{3}b_2 \geq 5$ és $\frac{2}{3}b_1 + \frac{1}{3}b_2 \geq \geq \frac{1}{4}b_1 + \frac{3}{4}b_2 - 10$.
Kata várható profitja $\frac{2}{3}(20 - b_1) + \frac{1}{3}(40 - b_2)$.
Ebből $b_2 = 15 - 2b_1$, $0 \leq b_1 \leq 7,5$ és Kata várható profitja 21,6.

b) A kerülőútra ösztönöz, ha $\frac{1}{4}b_1 + \frac{3}{4}b_2 - 10 \geq 5$ és $\frac{1}{4}b_1 + \frac{3}{4}b_2 - 10 \geq \geq \frac{2}{3}b_1 + \frac{1}{3}b_2$.
Kata várható profitja $\frac{1}{4}(20 - b_1) + \frac{3}{4}(40 - b_2)$.
Ebből $b_1 = 0$, $b_2 = 24$ és Kata várható profitja 17.

c) Nem érdemes Katának a kerülőútra ösztönöznie, mivel várható profitja nagyobb az első esetben. $b_2 = 15 - 2b_1$, $0 \leq b_1 \leq 7,5$ és Kata várható profitja 21,6.

25. a) A piacelemzőt akkor ösztönzik arra, hogy ne dolgozzon, ha várható hasznossága ekkor magasabb, mint kemény munka esetén:
$\frac{1}{2}(\frac{1}{5}\sqrt{w+x} + \frac{4}{5}\sqrt{w}) - 2 \geq \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\sqrt{w+x} + \frac{1}{4}\sqrt{w}) - 20$. További szükséges feltétel, hogy hajlandó legyen aláírni a szerződést:
$\frac{1}{2}(\frac{1}{5}\sqrt{w+x} + \frac{4}{5}\sqrt{w}) - 2 \geq 20$. Az igazgatóság - ismerve, hogy a piacelemző nem dolgozik rendesen - a várható nettó összjövedelmét maximalizálja w és x szerint: $\frac{1}{5}(M + 20\ 000 - w - x) + \frac{4}{5}(M + 10\ 000 - w)$
Ebből kiszámítható, hogy a piacelemző éves fizetése 1 936 000 Ft, míg a prémium nagysága nulla.

b) A piacelemző éves fizetése 955 372 Ft, míg a prémium nagysága 8 330 581 Ft.

c) Az igazgatóság várható nettó összjövedelme az első esetben $M+10\ 064\ 000$ Ft, míg a másodikban $M+10\ 296\ 695$ Ft, tehát érdemes lelkiismeretes munkára ösztönözniük a piacelemzőt.

d) Ha meg lehetne figyelni a piacelemző erőfeszítését, lehetséges lenne a prémiumot a lelkiismeretes munkához kötni. Ekkor az igazgatóság várható nettó összjövedelme $M + 11\ 100\ 000$ Ft lenne, ha lelkiismeretes munkára akarnak ösztönözni, míg ellenkező esetben $M+10\ 064\ 000$ Ft. Az első érték a nagyobb, így lelkiismeretes munkára ösztönöznének. Azért a lehetőségért pedig, hogy megfigyelhetik a piacelemző erőfeszítését, legfeljebb 803 305 Ft-ot lennének hajlandóak kifizetni.

26. a) Az igazgatóság nettó összjövedelme kockázatmentes, vagyis ugyanakkora, függetlenül attól, hogy milyen évet zár a vállalat. Tehát egy új feltételként kapjuk: $10\ 000 - w = 11\ 000 - (w + x)$. Ebből $x = 1000$, amiből következik, hogy az ösztönzési korlátot kielégíti a w, x páros, vagyis a piacelemző lelkiismeretesen fog dolgozni. Ekkor optimumban $w = 450, x = 1000$ és $\pi = 9550$.

b) Ekkor újabb korlátként kapjuk, hogy $w \geq 1000$, hiszen $\frac{1}{2} \cdot 1000 - 200 = 300$. Abban az esetben, ha a piacelemzőt lógásra akarják ösztönözni, optimumban a piacelemző éves fizetése 1 000 000 Ft, míg a prémium nagysága nulla. Ha viszont lelkiismeretes munkára szeretnék ösztönözni, az éves fizetés továbbra is 1 000 000 Ft, de a prémium 654 545 Ft lesz. Az igazgatóság várható nettó összjövedelme az első esetben 9 200 000 Ft, míg a másodikban 9 259 090 Ft. Ez utóbbi nagyobb, így optimumban $w = 1000$, $x = 654,545$.

27. a) Ha Xavér figurát húzott, mindenképpen érdemes igazat mondania. Ekkor Zebulon számára jobb, ha a lap megtekintése nélkül fizet. Ezt ismerve viszont Xavérnak akkor is érdemes lehet figurát mondania, ha számot húzott. Azonban ha Xavér mindig figurát mond, Zebulon várható kifizetése akkor lesz a legnagyobb, ha mindig megnézi Xavér lapját. Ebben az esetben viszont a számot húzó Xavérnak nem érdemes blöffölnie. Tiszta stratégiákban tehát nincs egyensúly. Egyensúlyban Xavér mindig igazat mond, ha figurát húz, viszont keverni fog, ha számot húzott, valamint Zebulon is kever. Ahhoz, hogy Zebulon egyensúlyban kevert stratégiát játsszon, Xavérnak úgy kell kevernie, hogy Zebulon mindkét akciója ugyanazt a várható kifizetést biztosítsa számára:
$-100 \cdot P(F \mid f) + 100 \cdot P\ (Sz \mid f) = -50 \cdot P(F \mid f) - 50 \cdot P(Sz \mid f)$,
ahol F és Sz jelöli rendre, hogy Xavér figurát, illetve számot húzott, f pedig, hogy figurát mondott. Jelölje q azt a valószínűséget, amivel Xavér blöfföl, ha színt húzott! Tudjuk, hogy
$P(F \mid f) = \frac{P(f|F) \cdot P(F)}{P(f|F) \cdot P(F) + P(f|Sz) \cdot P(Sz)} = \frac{1 \cdot 1/2}{1 \cdot 1/2 + q \cdot 1/2}$ és
$P(Sz \mid f) = \frac{P(f|Sz) \cdot P(Sz)}{P(f|F) \cdot P(F) + P(f|Sz) \cdot P(Sz)} = \frac{q \cdot 1/2}{1 \cdot 1/2 + q \cdot 1/2}$. A feltételeket teljesítő q értéke ekkor $\frac{1}{3}$.

b) Zebulon úgy kever, hogy Xavér várható kifizetése, amennyiben színt húzott, blöffölés és igazmondás esetén is ugyanakkor legyen. Tehát az esetek $\frac{1}{3}$-ában kéri Xavért, hogy mutassa meg a lapját.

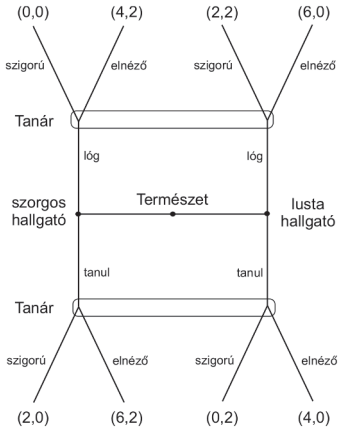
28. a) $w_a = 100\ 000$ Ft, $w_m = 200\ 000$ Ft

b) $w = 150\ 000$ Ft, a magas termelékenységű dolgozók kivonulnak a munkaerőpiacról.

c) Akkor lehet megkülönböztetni a két típusú munkást, ha csak az egyiknek éri meg elvégezni a tanfolyamot. Ha a magas termelékenységű elvégzi a tanfolyamot, az általa kapott bér 200 000 Ft, amiből levonva a tanfolyam költségét 180 000 Ft marad. Ez magasabb, mint a tanulás nélkül kapott 150 000 Ft. Ugyanakkor az alacsony termelékenységű munkásnak is megéri tanulni. Mivel a vállalat a tanfolyam elvégzéséhez köti a magasabb bért, a költségeket levonva $200\ 000 - 30\ 000 = 170\ 000$ Ft-ot kap, míg ha nem tanul, csak 100 000 Ft a bére. Mindezt a vállalat is tudja, így továbbra is 150 000 Ft-ot ajánl fel mindenkinek, hiszen most sem tudja megkülönböztetni a munkavállalókat.

d) A gondolatmenet megfelel a c) pontban leírtaknak. A magas termelékenységű munkás esetén semmi nem változott. Az alacsony termelékenységűek költsége azonban megnőtt. Elvégezve a tanfolyamot most nettó 200 000 − 120 000 = 80 000 Ft-ot kapnak, ami kevesebb, mint az alacsony termelékenységű munkásoknak járó 100 000 Ft. Így csak a magasabb termelékenységűek járnak a tanfolyamra, a munkaadó pedig meg tudja különböztetni a munkavállalókat.

29. a)



b) tanul: t, nem: n, elnéző: e, szigorú: s; a hallgató első betűje a szorgos eset viselkedését jelöli, a tanár első betűje pedig a nem készülő hallgatóval szembeni viselkedését mutatja

		Tanár			
		ss	se	es	ee
Hallgató	nn	4/3; 4/3	4/3; 4/3	16/3; 2/3	16/3; 2/3
	nt	0; 4/3	8/3; 0	4/3; 2	4; 2/3
	tn	2; 4/3	10/3; 2	14/3; 0	6; 2/3
	tt	2/3; 4/3	14/3; 2/3	2/3; 4/3	14/3; 2/3

A kifizetések meghatározása: pl. az nn és ss által alkotott cellában a tanuló és a nem készülő hallgatóval is szigorú a tanár, így a kifizetések (várható kifizetésként számolva): $\frac{1}{3}(0;0) + \frac{2}{3}(2;2) = (4/3; 4/3)$.

c) Nem létezik, a fenti mátrix egyetlen cellája se Nash-egyensúly.

d) Viselkedési stratégiai egyensúly formájában érdemes keresni. Legyen T annak a valószínűsége, hogy a szorgos hallgató tanul, és t a lusta hallgató esetében! Annak a valószínűsége, hogy nem tanulnak: $N = 1-T$, és $n = 1-t$. A tanár E valószínűséggel elnéző a tanuló, és e valószínűséggel a nem tanuló diákkal szemben.
$P(\text{Hallgató szorgos} \mid \text{nem tanul}) = \frac{N/3}{N/3+2n/3}$. Ugyanígy a
lusta | nem tanul eset valószínűsége is kiszámítható. A tanár a nem ta-

nuló hallgató esetében akkor lesz szigorú, ha úgy gondolja, nagyobb a valószínűsége, hogy lusta hallgatóval áll szemben, vagyis $N < 2n$. Kevert stratégiai egyensúly van, ha $N = 2n$. Ugyanígy, a tanuló hallgató esetében akkor kever, ha úgy véli, $T = 2t$. Az első esetet tekintve: ha $N = 2n$, akkor $1-T = 2(1-t)$, vagyis $2t = T+1$, azaz $2t > T$, a tanár a tanuló hallgatóval szemben szigorú lesz, $E = 0$. Így a lusta hallgatónak nem származik előnye abból, hogy tanulást tettet, ezért $n = 1$. Ekkor $2n = 2$, de a kiinduló feltevés miatt $N = 2$, ami lehetetlen. Hasonlóan végiggondolva a $T = 2t$ esetet, láthatjuk, hogy ekkor $T = 1$, $t = 1/2$. A lusta hallgató 1/2 valószínűséggel tanul. A lusta hallgató azonban csak akkor kever, ha mindkét esetben azonos kifizetéshez jut. Így a tanár a tanuló és a nem tanuló lusta hallgatót is azonos kifizetéshez juttatja. A nem tanuló hallgatóval a tanár ($2n > N$ miatt) szigorú, azaz a lusta nem tanuló hallgató kifizetése 2. A tanuló lusta hallgató kifizetése akkor lesz 2, ha a tanár a tanuló hallgatókkal szemben 1/2–1/2 valószínűséggel szigorú vagy elnéző. Ezzel megtaláltuk, hogy az egyes szereplők az egyes akciókat a saját információs halmazukban milyen valószínűséggel választják, megadtuk a viselkedési stratégiát. A b) rész normál formájában írt stratégiasorrendet használva, a hallgató kevert stratégiája: $(0, 0, 1/2, 1/2)$, a tanáré pedig $(1/2, 1/2, 0, 0)$.

30. Köztudott tudás, hogy vannak leleplezett árulók a vezérkaron belül. Minden áruló látja a többi leleplezett áruló nevét, abban azonban nem lehet biztos, hogy őt is leleplezték-e vagy sem. Tudják, hogy a leleplezetteknek eggyel kevesebb név van a listájukon, mint az ártatlanoknak vagy a nem leleplezett árulóknak. Úgy is fogalmazhatunk, hogy ha valaki rájön, hogy másnak nem lehet kevesebb név a listáján, tudni fogja, hogy őt is leleplezték. Tegyük fel, hogy valakinek nincs név a listáján! Mivel van leleplezett áruló, biztos lehet benne, hogy ő lesz az, vagyis az első órában főbe kell lőnie magát. Ha nem dördül lövés az első órában, mindenki tudni fogja, hogy az összes listán legalább egy név van. Ekkor viszont azok, akiknek csupán egy név szerepel a listáján, rájönnek, hogy leleplezték őket, így főbe lövik magukat. Ha a második órában sem dördül lövés, mindenkinek legalább két név van a listáján, és most azok fogják megtudni, hogy leleplezték őket, akik pontosan két nevet látnak a listájukon. Folytatva a sort, a 9. óra elteltével azok, akiknek 9 név van a listáján, rájönnek, hogy senki másnak nem lehet ennél kevesebb, így leleplezték őket. Reggel 8 és délután 5 között éppen 9 óra telik el, így az árulók listáján 9 név van, vagyis az árulók száma 10.

31. a) Elvegyítő egyensúlyban a befektető nem tudja megállapítani s megadása után sem, mekkora lehet a vállalat profitja, mivel mindkét típusú vállalat ugyanazt az s-et adja meg. A büfének akkor éri meg egy adott s részesedést felajánlani, ha így magasabb lesz a profitja. Mivel elvegyítő egyensúlyban mindkét profit esetén megéri felajánlani az adott s értéket, teljesülnie kell, hogy $5\ 000\ 000 \leq (1-s)(5\ 800\ 000)$ és $15\ 000\ 000 \leq (1-s)(15\ 800\ 000)$, amiből $s \leq 0,0506$. Másrészt

a befektetőnek akkor érdemes elfogadnia a szerződést, ha így a várható profitja magasabb lesz, mint más befektetési lehetőség esetén: $0,3 \cdot 5\ 800\ 000s + 0,7 \cdot 15\ 800\ 000s - 500\ 000 \geq 0,25 \cdot 500\ 000 \Rightarrow$ $\Rightarrow s \geq 0,0488$ Ezt a büfé tulajdonosa is tudja. Mivel $s \leq 0,0506$ esetén jobban jár, ha befektetésre ösztönöz, érdemes úgy választania s értékét, hogy a befektető számára is kedvező legyen a szerződés. Ebből $s \in [0,0488; 0,0506]$. Mivel a vállalat nettó profitja s-ben csökkenő, érdemes a lehető legalacsonyabb s értéket felajánlania. Tehát elvegyítő egyensúlyban $s = 0,0488$ a büfé mindkét lehetséges profitja mellett, és a befektető hajlandó megkötni a szerződést.

b) Szeparáló egyensúlyban, az s ajánlat értéke eltér a büfé profitjától függően. Az egyik profit esetén felajánlott részesedést nem éri meg felajánlani a másik profit esetén. Ez csak úgy lehetséges, ha alacsonyabb profit esetén a tulajdonos olyan s értéket javasol, amire igaz, hogy $0,0506 \leq s \leq 0,1379$. Egy ilyen s-nél a befektető biztos lehet benne, hogy a büfé profitja alacsony, vagyis akkor fogadja el az ajánlatot, ha $5\ 800\ 000s - 500\ 000 \geq 0,25 \cdot 500\ 000 \Rightarrow s \geq 0,1078$. A korábbi érvelésnek megfelelően ekkor az alacsonyabb profit esetén felajánlott részesedés $s = 0,1078$, és megkötik a szerződést, ha pedig a büfének magasabb a profitja, $s < 0,0506$, és a befektető nem fogadja el az ajánlatot. Ugyanakkor a büfé tulajdonosa mindig jobban jár az elvegyítő egyensúlynak megfelelő esetben, tehát a szeparáló egyensúly ebben a helyzetben nem fog megvalósulni.

32. a) Jelölje k, ha Júlia kék korongot húzott, míg p, ha pirosat, s, ha sárga kendőt ad Rómeónak, z, ha zöldet, e, ha Rómeó elteszi, v, ha visszaadja! Ekkor a kifizetések, ahol az első szám Júlia, a második Rómeó tallérjaira utal:

		Rómeó e	*Rómeó* v
Júlia	k,s	8; 5	5; 2
	k,z	6; 3	8; 0
	p,s	13; 3	10; 4
	p,z	3; 5	5; 1

b) Szeparáló egyensúlyt ad a következő stratégia páros: Júlia zöld kendőt ad, ha kék korongot húzott, egyébként sárgát, Rómeó a zöld kendőt elteszi, a sárgát nem, és pontosan tudja, milyen színű korongot húzott Júlia.

c) Elvegyítő egyensúlyt alkot a következő stratégia páros: Júlia mindig sárga kendőt ad, Rómeó mindig elteszi. Ekkor továbbra is csak annyit tud Júliáról, hogy 2/5 valószínűséggel húzott kék korongot.

33. a) Határterméküknek megfelelően fizet a vállalat tökéletes információs esetben: az ügyes munkás bére 200, a kétbalkezesé 50. Hiányos információs esetben a várható határterméknek megfelelő bért ad:
$w = \frac{3}{4} \cdot 50 + \frac{1}{4} \cdot 200 = 87,5$

b) Szeparáló egyensúlyban a kétbalkezes munkásnak érdemes e^*-nál kevesebb órát választania, míg az ügyesnek legalább e^*-ot. e^*-nál kevesebb óra választása esetén az az optimális, ha egyáltalán nem jár a tanfolyamra, mivel az csak csökkentené hasznosságát. Egy kétbalkezesnek tartott munkás bére 50, egy ügyesé 200. A szeparáló egyensúly feltételei: $50 \geq 200 - e^{*2}$ és $50 \leq 200 - \frac{e^{*2}}{2}$, amiből $12,25 \leq e^* \leq 17,32$. Az ügyes munkás e^*-t választ, a kétbalkezes nullát.

c) Elvegyítő egyensúlyban, ahol e optimális értéke mindkét típusnak pozitív, a következő egyenlőtlenségeknek kell teljesülniük: $50 \leq 87,5 - \frac{e^{*2}}{2}$ és $50 \leq 87,5 - e^{*2}$, amiből $e^* \leq 6,12$. Mivel a munkások hasznossága e-ben csökkenő, mindketten a minimális e^* szintet fogják választani, aminek pontos értéke a vállalat vélekedésétől függ.

34. a) $w = 872,5$
    b) $20,31 < e^* < 825$
    c) $e^* \leq 11,12$

35. a) $p =$P(magas termelékenységű$|\ e^*) = \frac{0,3}{0,3+0,7q}$
    b) $w = 1450\frac{0,3}{0,3+0,7q} + 625\frac{0,7q}{0,3+0,7q} = \frac{435+437,5q}{0,3+0,7q}$
    c) Az alacsony termelékenységű munkás akkor kever, ha $625 = \frac{435+437,5q}{0,3+0,7q} - 2e^{*2}$, míg a magas termelékenységűnek megéri e^*-ot választania, ha $625 \leq \frac{435+437,5q}{0,3+0,7q} - e^*$, ami biztosan teljesül az első feltétel mellett. Magasabb e-t nem érdemes választania, mivel ezzel csak csökkentené a hasznosságát, további jelzésre nem használható. Ebből $11,12 \leq e^* \leq 20,31$.
    d) $q = 0,36$

36. A hercegnőnek – bármilyen típusú is – csak azt állhat érdekében jelezni, hogy ő Anna hercegnő. Így – akár kap jelzést a lovag, akár nem – kezdeti vélekedése nem változik. Ekkor viszont az optimális stratégia, ha csellel próbálkozik.

37. a) Ahhoz, hogy az ikrek mindenképp ösztönözve legyenek arra, hogy igazat mondjanak, először is szükséges, hogy Sári különböző programot preferáljon a két esetben. Ha Sári biztos benne, hogy Helgával beszél, a teázást választja, így Olga esetén a kirándulást kell választania: $x < 3$. Helgának akkor áll érdekében igazat mondani, ha jobban szeretne teázni – különben Olgának kellene kiadnia magát –, tehát $y > 5$. Végül Olgának a kirándulást kell preferálnia ahhoz, hogy igazat mondjon, vagyis $z > 4$.

    b) Az ikerpár mindkét tagjának érdeke, hogy Helgának vallja magát. Ezt Sári is tudja, így nem hiszi el, az üzenetet figyelmen kívül hagyva a nagyobb várható hasznosságot biztosító teázást választja.

38. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a négy paraméter különböző értékei mellett melyik akciót választja az Oszlopjátékos (O) a Sorjátékos (S) típusának függvényében, illetve ennek ismeretében Sorjátékos adott – alacsony (a) vagy magas (m) – típusának mikor nem érdemes hazudnia:

Paraméterek				O akciója, ha $S = a$	O akciója, ha $S = m$	O akciója, ha S ismeretlen	a jobban jár, ha a-t mond, ha	m jobban jár, ha m-et mond, ha
$a < 4$		$c < 4$	$c \leq 2$	Y	X	X	$Y \succ X$, ha $b < 6$	$X \succ Y$, mindig igaz
			$2 \leq c$			Y	$Y \succ X$, ha $b < 6$	$X \succ Y$, mindig igaz
$a < 4$		$4 < c$		Y	Y	Y	$Y \succ Y$, sosem igaz	$Y \succ Y$, sosem igaz
$4 < a$	$a \leq c + 3$	$4 < c$		Z	Y	Y	$Z \succ Y$, sosem igaz	$Y \succ Z$,ha $d < 2$
	$c + 3 \leq a$					Z	$Z \succ Y$, sosem igaz	$Y \succ Z$,ha $d < 2$
$4 < a$	$a \leq 5$	$c < 4$	$c < 2$	Z	X	X	$Z \succ X$, ha $b < 4$	$X \succ Z$, ha $d < 5$
	$5 \leq a$		$c < a - 3$			Z	$Z \succ X$, ha $b < 4$	$X \succ Z$, ha $d < 5$
	$a < c + 3$		$2 < c$			Y	$Z \succ X$ és $Z \succ Y$, sosem igaz	$X \succ Z$ és $X \succ Y$, sosem igaz

Olyan paramétereket keresünk, amely mellett Sorjátékos mindig igazat mond egyensúlyban, vagyis mindig rosszabbul jár, ha hazudik. Két lehetőség van, amikor Sorjátékosnak mindig érdemes igazat mondania: az egyikben (1-2. sor) $a < 4$, $b < 6$, $c < 4$ és d szabadon választott, míg a másik esetben (6-7. sor) $a > 4$, $b < 4$, $c < 4$ és $c < \max\{2, a-3\}$, $d < 5$.

39. a) $s < t$ esetén r várható értéke Flóra vélekedéseinek megfelelően $\frac{t}{2}$. Akkor minimalizálja tehát a várhatóan általa fizetendő összeget, ha $4\frac{t}{2} - x + 2 = 0$, amiből $x = 2t + 2$. Hasonlóan $s \geq t$ esetén $x = 2t + 22$.
b) A stratégiapáros akkor lesz egyensúlyi, ha az adott t és az adott vélekedések mellett egyiküknek sem érdemes eltérni ettől. Az a) pont alapján Flóra számára ez a legjobb válasz. Bella számára az a legjobb, ha $x = 2r$. Ettől bármely irányba történő eltérés egyenlő mértékben növeli az általa fizetendő összeget. Bellának tehát – ismerve Flóra vélekedését és s-re adott legjobb válaszát – akkor nem érdemes eltérnie a leírt stratégiától, ha $|3,5r - (2t+2)| < |3,5r - (2t+22)|, \forall r < t$ és $|3,5r - (2t+22)| < |3,5r - (2t+2)|, \forall r > t \Rightarrow |3,5r - (2t+2)| = |3,5r - (2t+22)|$, ha $r = t$. Mivel ez csak úgy lehetséges, ha $2t + 2 < 3,5t < 2t + 22$, átalakítva $3,5t - (2t+2) = 2t + 22 - 3,5t \Rightarrow t = 8$. Erre a küszöbértékre Bellának sosem érdemes eltérnie a leírt stratégiájától, azaz nem érdemes megtévesztenie Flórát.
c) Ekkor Flóra legjobb válasza $s < t$ esetén $4\frac{t}{2} - x + c = 0 \Rightarrow x = 2t + c$, hasonlóan $s \geq t$-re $x = 2t + 20 + c$. Az előző gondolatmenet alapján Bellának nem érdemes eltérnie az adott stratégiától, ha $3,5t - (2t+c) = 2t+20+c-3,5t$, amiből $t = \frac{20+2c}{3}$. Akkor lesz szeparáló az egyensúly, ha $t \in (0,10) \Rightarrow 0 < \frac{20+2c}{3} < 10 \Rightarrow -10 < c < 5$.

40. 2000 Ft-ot fog kérni a vázáért. Ha a vevő értékelése 20 000 Ft, akkor ezt elfogadja, ha nem, akkor a következő alkalommal a vevő ajánl 0 Ft-ot a vázáért, amit az eladó elfogad.

41. A bolt tulajdonosa közömbös az első és második időszaki ajánlat között, ha $\pi^* - 1,2w_1 = 0,5(\pi^* - 1,2w_2)$. Az első ajánlatot elfogadja, ha $\pi^* \leq \pi$, ahol π a tényleges profit nagysága. Így a jelentkező tudja, ha nem fogadta el a tulajdonos az első ajánlatot, profitja 0 és π^* között lehet. A 2. periódusban a tulajdonosnak minden w_2 értéket érdemes elfogadnia, amire $\pi > 1,2w_2$. Vagyis adott w_2 mellett minden profitszintnél elfogadja az ajánlatot, amire $\pi > \bar{\pi} = 1,2w_2$, ennek valószínűsége $\frac{\pi^* - \bar{\pi}}{\pi^*}$. Ennek és a profitra vonatkozó korrigált vélekedéseknek ismeretében a jelentkező maximalizálja a 2. periódusban várható profitját: $\frac{\pi^* - 1,2w_2}{\pi^*} 0,5\sqrt{w_2}$, amiből w_2 optimális értéke $\frac{\pi^*}{3,6}$. Ebből $\pi^* - 1,2w_1 = 0,5(\pi^* - 1,2\frac{\pi^*}{3,6})$, amiből következik, hogy $\pi^* = 1,8w_1$ és $w_2 = 0,5w_1$. Az egyenletes eloszlás feltételéből következik, hogy annak a valószínűsége, hogy az első periódusban elfogadja a boltos az ajánlatot $\frac{1\ 000\ 000 - \pi^*}{1\ 000\ 000}$, annak a valószínűsége, hogy csak a másodikban fogadja el, $\frac{\pi^* - \bar{\pi}}{1\ 000\ 000}$. A jelentkező várható hasznát maximalizálja w_1 szerint: $\sqrt{w_1} \cdot \frac{1\ 000\ 000 - 1,8w_1}{1\ 000\ 000} + 0,5\sqrt{0,5w_1} \cdot \frac{1,8w_1 - 1,2 \cdot 0,5w_1}{1\ 000\ 000}$, amiből kiszámítható, hogy $w_1 = 242\ 295$ és $w_2 = 121\ 147$.

42. Salamon kijelenti, hogy egymás után nyilatkozniuk kell, hogy övék-e a gyermek. Ha csak egyikük vallja magáénak, ő kapja meg a gyermeket, ha mindkettő magáénak vallja a gyermeket, akkor egyikük sem kapja meg. Ekkor – függetlenül attól, hogy milyen sorrendben nyilatkoznak – az igazi anya mond le a gyermekről, és a hamis anya vallja őt magáénak. Viszont ha Salamon tartani akarja magát az eredeti ígéretéhez, a gyereket a hamis anya kapja meg.

43. a) A részvételi és ösztönzési korlátok közül az első az alacsony keresletű, a második a magas keresletű csoport esetén köt. Az ösztönzési korlát a szokásos, míg a részvételi korlát azt fejezi ki, hogy adott p_i és $q_i(p_i)$ esetén a T_i értéke nem haladhatja meg a fogyasztói többletet. Tehát az egyenlőségre teljesülő korlátok: $T_1 = \frac{(80-p_1)(480-6p_1)}{2}$ és $\frac{(100-p_2)(700-7p_2)}{2} - T_2 = \frac{(100-p_1)(700-7p_1)}{2} - T_1$. Innen T_1, T_2 és q_1, q_2 értékét behelyettesítve a profitfüggvénybe, keressük a maximumot p_1 és p_2 szerint: $\pi = 30(p_1q_1 + T_1 - 4q_1) + 70(p_2q_2 + T_2 - 4q_2)$. Ebből kiszámítható: $T_1 = 722,6$ tallér, $p_1 = 64,48$ tallér, $T_2 = 28\,562,8$ tallér, $p_2 = 4$ tallér, a profit 2 190 031 tallér. Lehetséges azonban olyan díjakat is meghatározni, hogy csak a magasabb értékelésű fogyasztók lépjenek be a klubba és vásároljanak, tőlük viszont elveszik a teljes többletet. Ekkor $p_2 = 4$ és $T_2 = 32\,256$, a profit pedig 2 257 920 tallér, ami magasabb mint az előbb, így ez az eset a kedvezőbb. Ha p_1 és T_1 értékét is meg kell határozni, olyan értékeket kell szabni, ami mellett mindkét típus teljes többlete (parkolásból származó fogyasztói többlet mínusz a tagdíj) negatív lesz.

b) Igen, a profit most 2 190 031 tallér, vagyis 67 889 tallérral csökkent.

c) Ekkor mindkét csoport esetén egyenlővé lehet tenni T-t a fogyasztói többlettel, és így maximalizálni a profitot p_1 és p_2 szerint. Az alacsonyabb keresletű csoport számára (részleges tagok): $T_1 = 17\,328$ tallér, $p_1 = 4$ tallér, a magasabb keresletűeknek (teljes tagok) $T_2 = 32\,256$ tallér, $p_2 = 4$ tallér.

d) A különbség 587 731 tallér.

44. a) A részvételi korlát – a vevők jobban járnak, ha megveszik a nekik szánt csomagot – az alacsonyabb értékelésű csoport esetén teljesül egyenlőségre: $12q_1 - q_1^2 = p_1$. Az ösztönzési korlát – nem éri meg a másik csoportnak szánt csomagból venni – a magasabb értékelésű csoport esetén köt: $25q_2 - 1,5q_2^2 - p_2 + 10 = 25q_1 - 1,5q_1^2 - p_1 + 10$. Ezekből kifejezve p_1-et és p_2-t, majd behelyettesítve a profitfüggvénybe ($\pi = 800p_1 + 200p_2 - \frac{1}{500}(800q_1 + 200q_2)^2$) maximalizáljuk a profitot q_1 és q_2 szerint. Így kiszámítható, hogy a két csomag és az árak rendre: $q_1 = 0,82$ kg, $q_2 = 5,89$ kg, $p_1 = 9,12$ picula, $p_2 = 84,96$ picula, a profit 17 584,62 picula.

b) Mivel a vevők most megkülönböztethetők, nem szükséges ösztönzési korlát, a részvételi korlát köt mindkét csoport esetén: $12q_1 - q_1^2 = p_1$, $25q_2 - 1,5q_2^2 = p_2$. A számítás további módja az előző ponthoz hasonló.

A két csomag és az árak az első és második vevőcsoport számára rendre: $q_1 = 1,49$ kg, $q_2 = 5,33$ kg, $p_1 = 15,65$ picula, $p_2 = 90,6$ picula, a profit megnövekedett értéke 20 458,2 picula.

11. fejezet

Szabályozás, iparági koncentráció

Szabályozási és iparági koncentrációs kérdésekkel foglalkozó fejezetünk nem az alapfokú kurzusok hallgatóihoz szól. A feladatok nehézségi szintje az egész könnyűtől a kifejezetten nehézig terjed, de a legkönnyebbek is feltételezik néhány speciális fogalom ismeretét, azt pl., hogy az olvasó meg tudja határozni a társadalmi jólét nagyságát és annak változását a különböző körülmények közt, akkor is ki tudja számolni a profitmaximalizáló vállalat termelését, ha a szabályozó valamilyen feltételt módosít, tisztában legyen az alapvető árszabályozási módszerekkel, és ismerje a Ramsey-árazást, illetve a különböző, iparági koncentrációt kifejező mutatókat. Itt hívjuk fel a figyelmet arra, hogy a koncentrációs mutatókban a piaci részesedéseket – követve a legtöbb piacelméleti tankönyv gyakorlatát – százalékos formában vettük figyelembe. Példáink többsége az egy- vagy többtermékes természetes monopólium szabályozásával foglalkozik, ahol általában a társadalmi jólét növelése a cél. Több olyan tesztfeladatot is készítettünk, ahol az olvasónak ki kell választania a különböző verziók közül azt, amely helyesen jelöli meg egy adott közgazdasági irányzat szabályozással kapcsolatos álláspontját.

11.1. Tesztkérdések

Árszabályozás – általános jelleggel, ill. nem csak egy típushoz tartozóan

1. Az alábbiak közül melyik lehet célja az árszabályozásnak?
   a) A monopolárazás megakadályozása.
   b) A termelési hatékonyság növelésére való ösztönzés.
   c) A társadalmi jólét növelése.
   d) Mindhárom fenti válasz helyes.

2. Az alábbiak közül - pontos szabályozói információk mellett - melyik árszabályozási mód ösztönözhet legalább egy kismértékű innovációra?
   a) Határköltség alapú árszabályozás.
   b) Átlagköltség alapú árszabályozás.
   c) Ársapka-árszabályozás.
   d) Egyik előző válasz sem helyes.
3. Az alábbiak közül melyik helyes?
   a) Monopólium esetén az ár–költség-rés árhoz viszonyított aránya fordítottan arányos a piac keresletének árrugalmasságával.
   b) Az ársapka szabályozás egyáltalán nem ösztönöz innovációra.
   c) A megtérülési ráta alapú szabályozás esetén a vállalatok az optimálisnál kevesebb tőkét használnak fel.
   d) Az átlagköltség alapú szabályozás pozitív profitot eredményez.
4. A szabályozott természetes monopólium a monopólium racionális magatartása esetén is lehet, hogy veszteséges
   a) ársapka-szabályozás esetén;
   b) megtérülési ráta alapú szabályozás esetén;
   c) határköltség alapú szabályozás esetén;
   d) átlagköltség alapú szabályozás esetén.
5. Az árak szabályozása jóléti szempontból
   a) mindig előnyösebb, mint a termelt mennyiségre vonatkozó előírások bevezetése;
   b) csak akkor előnyösebb, mint a mennyiség szabályozása, ha természetes monopóliumról van szó;
   c) természetes monopólium esetén mindig előnytelenebb, mint a mennyiségi szabályozás.
   d) Egyik előző válasz sem helyes.
6. Az ár rögzítése általában a szolgáltatás minőségének emeléséhez vezet,
   a) ha az árrögzítés monopolista piacon történt.
   b) ha az ár magasabb, mint az alapszolgáltatás költsége.
   c) ha az árrögzítés egy soktermelős piacon történt.
   d) Általában egyik fenti esetben se vezet az árrögzítés a szolgáltatás minőségének emeléséhez.
7. A természetes monopólium határköltség alapú szabályozása
   a) a monopóliumhoz kapcsolódó holtteherveszteséget eredményez;
   b) költséghatékonyságra ösztönöz;
   c) megszünteti a monopólium holtteherveszteségét;
   d) esetén a monopólium mindig pozitív profitot realizál.
8. A természetes monopólium átlagköltség alapú szabályozása
   a) teljesen megszünteti a monopólium holtteherveszteségét;
   b) költséghatékonyságra ösztönöz;
   c) esetén a monopólium bevétele megegyezik kiadásaival;
   d) esetén a monopólium mindig pozitív profitot realizál.

9. A szabályozó közbelépése a piacelzárás megszüntetése miatt indokolható, ha
   a) ha egy vertikálisan integrálódott vállalat megakadályozza a torkolatvidéken működő önálló vállalatokat valamelyik erőforrás megfelelő mennyiségű beszerzésében.
   b) ha a torkolatvidéki vállalat nem hajlandó integrálódni egyetlen forrásvidéki vállalattal se.
   c) ha a torkolatvidéken és a forrásvidéken is csak egyetlen vállalat működik, és így a kettős árrés miatt csökken a fogyasztói többlet.
   d) Mind a három fenti esetben piacelzárás történik, ami a társadalom részére káros, amit csak a szabályozó tud megszüntetni.

Ársapka, árbevétel-sapka szabályozás

10. Ársapka-szabályozás alkalmazása esetén
    a) a fogyasztói többlet ugyanakkora, mint amekkora tökéletes verseny esetén lenne;
    b) a termelő sosem realizál gazdasági profitot;
    c) a kialakuló termelői többlet ugyanakkora, mint mennyiségi adó esetén lenne;
    d) amennyiben a termelő hatékonysága jobban javul, mint amennyire a szabályozó számított, akkor a termelő (gazdasági) profitot realizál.
11. Ársapka-szabályozás esetén az időszakok között, a szabályozó által megengedett árváltozás az inflációnál kisebb, annak érdekében, hogy a szabályozó
    a) hatékonyságnövelésre ösztönözzön;
    b) az adóbevételeket maximalizálja;
    c) az aszimmetrikus információból származó potyautas-magatartást kiküszöbölje;
    d) ne ösztönözzön többletberuházásra.
12. Az ársapka-szabályozás
    a) költség alapú ár meghatározására épül;
    b) adott szabályozási időszakra vonatkozik;
    c) esetén a szabályozó a szabályozott árat előre bejelentett módon módosítja az egymás utáni időszakokban.
    d) Mindhárom előző válasz helyes.
13. Az ársapka-szabályozás előnyei közé tartozik, hogy
    a) a többi árszabályozási módhoz képest alacsony a szabályozó információs igénye;
    b) nem okoz jóléti veszteségeket;
    c) a hatékonyságból származó előnyöket teljes egészében a fogyasztók realizálják;
    d) kiküszöböli az aszimmetrikus információs helyzetet.

14. Az ársapka-szabályozás hátrányai közé tartozik, hogy
    a) amennyiben a vállalat az előírtnál nagyobb hatékonyságnövelést valósít meg, a bázisjellegű szemlélet miatt általában akkor se akar árat csökkenteni;
    b) nehéz a szabályozás alapjául szolgáló ár meghatározása.
    c) Mind a), mind b) helyes.
    d) Sem a), sem b) nem helyes.
15. Az árbevétel-sapka
    a) mindig ugyanolyan szabályozott árat eredményez, mint az ársapka-szabályozás;
    b) a szabályozó által meghatározott árbevétel nagyságát indexálja az időszakok között;
    c) mindig kisebb holtteherveszteséget okoz, mint az ársapka;
    d) minimalizálja a holtteherveszteséget.

Megtérülési ráta szabályozás

16. Megtérülési ráta alapú szabályozás esetén az Averch–Johnson-hatás következtében
    a) bizonyos esetekben a vállalatok túlzott tőkeberuházást eszközölnek;
    b) a vállalatok az optimálisnál mindig kevesebb tőkeberuházást eszközölnek;
    c) a vállalatok csak tőkeberuházást végeznek, és semmiképp nem növelik munkaerő-felhasználásukat;
    d) a vállalatok hosszú távú profitja nulla.
17. A megtérülési ráta alapú szabályozás
    a) csak a működési költséget fedezi;
    b) csak az eszközölt tőkeberuházást fedezi;
    c) a működési költségen felül fedezi a szabályozók által indokoltnak vélt tőkeköltséget is;
    d) ugyanolyan egyensúlyi termelési mennyiséget eredményez, mint az árpadló alapú szabályozás.
18. A megtérülési ráta alapú szabályozás
    a) túlzott munkaerő-felhasználásra ösztönöz;
    b) a termelők által kivethető maximális ár meghatározását jelenti;
    c) meghatározza a maximálisan elnyerhető profit abszolút mennyiségét.
    d) Egyik fenti válasz se helyes.
19. Az alábbiak közül melyik nem igaz a megtérülési ráta alapú szabályozás esetén?
    a) Nem ösztönöz költségtakarékosságra.
    b) A nem hatékony vállalatok kiszorulnak a piacról.
    c) Túlzott beruházásra ösztönöz.
    d) A szabályozó információs hátrányban van a vállalathoz képest.

20. Megtérülési ráta alapú szabályozás esetén (amennyiben a megtérülési ráta nem nagyobb a szabályozás nélküli, profitmaximumot adó termelés megtérülési rátájánál, és a termelési függvény csökkenő mérethozadékú)
    a) a szabályozás hatására a vállalat kisebb tőke/munka arányt választ, mint amennyit szabályozás nélkül választana;
    b) a szabályozott vállalat többet termel, mint amennyit szabályozás nélkül termelne;
    c) a szabályozott és a nem szabályozott vállalat pontosan ugyanannyit termel;
    d) a szabályozott vállalatnak nem keletkezik holttehervesztesége.
    e) Több válasz is helyes.
21. Összehasonlítva a megtérülési ráta alapú szabályozást és az ársapka-szabályozást
    a) a megtérülési ráta alapú szabályozás esetén a vállalat jobban ki van téve a piaci bizonytalanságok hatásának;
    b) az ársapka-szabályozás esetén a vállalat jobban ki van téve a piaci bizonytalanságok hatásának;
    c) mindkét szabályozás esetén a vállalat ugyanolyan mértékben van kitéve a piaci bizonytalanságok hatásának;
    d) a piac egyéb körülményeitől függ, hogy melyik szabályozási mód mellett van a vállalat jobban kitéve a piac bizonytalanságainak.

Ramsey-árazás, csúcsidejű árazás

22. A Ramsey-árak alkalmazásának célja
    a) a termelői többlet maximalizálása;
    b) a nullprofit feltétel melletti holttehervesztség minimalizálása;
    c) monopólium kialakulásának megakadályozása;
    d) a szabályozásból származó bevétel maximalizálása.
23. A csúcsidős és nem csúcsidős modell alapváltozata a maximális kapacitás költségét
    a) a csúcsidőn kívüli árban veszi figyelembe;
    b) a csúcsidejű árban veszi figyelembe;
    c) arányosan veszi figyelembe a csúcsidejű és a csúcsidőn kívüli árban;
    d) különböző szempontok alapján időnként a csúcsidejű, máskor a csúcsidőn kívüli árban veszi figyelembe.
24. A Ramsey-árak és a harmadfokú árdiszkrimináció árai
    a) logikai hasonlóságot mutatnak, mert mindkettő a magasabb árrugalmasságú termék, illetve piac esetében alkalmaz magasabb árakat.
    b) logikai hasonlóságot mutatnak, mert mindkettő az alacsonyabb árrugalmasságú termék, illetve piac esetében alkalmaz magasabb árakat.
    c) logikailag épp ellentétesek, mert a Ramsey árak esetében a magasabb árrugalmasságú termék ára magasabb, a harmadfokú árdiszkrimináció pedig az alacsonyabb árrugalmasságú piacon határoz meg magasabb árakat.
    d) logikailag épp ellentétesek, mert a Ramsey árak esetében az alacso-

nyabb árrugalmasságú termék ára magasabb, a harmadfokú árdiszkrimináció pedig a magasabb árrugalmasságú piacon határoz meg magasabb árakat.

25. A Ramsey-árak
    a) a többtermékes természetes monopóliumok szabályozását célzó árképzési módszer eredményei;
    b) a holtteherveszteséget minimalizálják, miközben elképzelhető, hogy a monopólium veszteséges;
    c) alkalmazása megakadályozza az oligopol vállalatok összejátszását;
    d) kartellezésre ösztönöznek.

26. Egy többtermékes természetes monopólium termékeinek Ramsey-árazása esetén, ha valamennyi termék piaci keresleti görbéje lineáris
    a) a határköltség alapú árazáshoz képest arányaiban a legkisebb árrugalmasságú piacon csökken a legkevésbé a termelt mennyiség;
    b) a határköltség alapú árazáshoz képest arányaiban a legnagyobb árrugalmasságú piacon csökken a legkevésbé a termelt mennyiség;
    c) a határköltség alapú árazáshoz képest a termelés arányaiban ugyanúgy csökken valamennyi piacon;
    d) semmilyen szabályosságot nem találhatunk arra vonatkozóan, hogy milyen arányban csökken a termelés.

27. Egy többtermékes természetes monopólium termékeinek Ramsey-árazása esetén
    a) a magasabb árrugalmasságú piacokon emelik relatíve jobban az árat;
    b) az alacsonyabb árrugalmasságú piacokon emelik relatíve jobban az árat;
    c) arányaiban pontosan ugyanúgy emelik az árat valamennyi piacon;
    d) biztos, hogy csak az egyik piacon emelik az árat, a többi piacon változatlanul hagyják.

28. A Ramsey-árak alkalmazása a határköltség alapú árazáshoz képest azokat a fogyasztókat sújtja jobban, akik
    a) a szóban forgó terméket luxuscikként fogyasztják;
    b) a szóban forgó terméket szükségleti jószágként fogyasztják;
    c) akik korábban relatíve keveset vásároltak a termékből;
    d) akiknek a szóban forgó termék iránti rezervációs áruk alacsony.

Franchise-árverés, összehasonlító verseny

29. A franchise-árverés során az állam
    a) az addig saját tulajdonában levő monopol termelési jogot odaajándékozza egyetlen vállalatnak;
    b) az addig saját tulajdonában levő monopol termelési jogot eladja az ezen jogért legtöbbet fizető vállalatnak, miközben esetenként még más szempontot is figyelembe vesz;
    c) kizárólag azt mérlegeli, hogy milyen áron kíván a győztes vállalat szolgáltatni, és soha nem kér pénzt a jogok átengedéséért;

d) az addig saját tulajdonában levő monopol termelési jogot eladja az ezen jogért legtöbbet fizető vállalatnak, és a szolgáltatást illetően sohasem vesz más szempontot figyelembe.

30. Az összehasonlító verseny (yardstick competition) esetén
    a) a szabályozó gyakorlatilag költség plusz szabályozást valósít meg;
    b) a szabályozó a figyelembe vett esetek közül mindig a legolcsóbbat árazza be, és eszerint finanszírozza a többi szolgáltatót is;
    c) a szabályozó a figyelembe vett esetek közül mindig a legdrágábbak árazza be, és eszerint finanszírozza a többi szolgáltatót is;
    d) a szolgáltató által megkapott ár nem függ saját költségeitől

31. Az összehasonlító verseny (yardstick competition) esetén
    a) a hatékony szolgáltató profitját a szabályozó minden esetben lefölözi;
    b) a szolgáltató érdekelt a hatékonyság növelésében, mert az elért költségcsökkenés a saját profitját növeli;
    c) a szabályozó árverésen értékesíti a szolgáltatás lehetőségét, ezzel hasonlítva össze a potenciális szolgáltatók árképzését;
    d) a szabályozó az átlagos költségű vállalat költségeihez ársapkát számít hozzá, és ezt az árat engedi érvényesíteni.

32. A franchise-árverés legegyszerűbb formája
    a) az angol árverés szabályai szerint zajlik;
    b) a zárt borítékolású másodáras árverés szabályai szerint zajlik;
    c) a zárt borítékolású elsőáras árverés szabályai szerint zajlik;
    d) a holland árverés szabályai szerint zajlik.

Belépés korlátozása

33. Az iparágba való belépés korlátozása
    a) lehet a vállalatok lobbizásának következménye;
    b) lehet a vállalatok „járadékvadászatának” eredménye;
    c) magasabb árakhoz vezet, mint amelyek korlátozásmentes esetben érvényesülnének.
    d) Mind a három fenti megoldás helyes.

34. Amennyiben egy tóban horgászók számát az önkormányzat engedélyekkel szabályozza, akkor
    a) mindenképp holtteherveszteséget okoz a tó partján élő közösségnek.
    b) valószínűleg közelebb tudja hozni a tóban horgászok számát a társadalmilag optimális mennyiséghez.
    c) a horgászok közti verseny korlátozásával ugyanolyan problémát okoz, mint amikor a fodrászoknak enegedélyt kell kiváltaniuk, és az engedélyek száma korlátozott.
    d) ezzel hosszú távon akadályozza a tó idegenforgalmi fejlődését, mert a horgászok száma akármeddig is növekedhente.

35. A taxisok tiltakozása az ellen, hogy megfelelő vezetői engedéllyel bárki taxizhasson
    a) egymással szembeni szolidaritásból történik.
    b) az idegengyűlölet miatt történik.
    c) azért történik, hogy a taxi-engedélyek után járadékot élvezhessenek.
    d) általános tiltakozási hullám része.

Szabályozás – verseny – elméletek

36. A foglyul ejtett szabályozás elmélete (capture theory) szerint
    a) a ragadozó árképzést alkalmazó vállalat azáltal, hogy a határköltségnél alacsonyabb árat határoz meg, zsákmányul ejti az iparágba belépni kívánó többi vállalatot;
    b) a domináns vállalat kompetitív szegéllyel modellben – amennyiben a domináns vállalat túl magasan határozza meg az árat – a kompetitív szegély a profitlehetőségek miatt zsákmányul ejtheti a domináns vállalatot;
    c) a szabályozó „foglyává teszi" a szabályozott vállalatokat, és megakadályozza gazdasági fejlődésüket;
    d) egyes vállalatok olyan szabályozás megvalósítására késztetik a szabályozót, mely a vállalatok saját érdekeit segíti elő.
    e) Valamennyi fenti állítás részét képezi a foglyul ejtett szabályozás elméletének.
37. A monopólium szabályozása káros, ha
    a) megszünteti az innovációra való ösztönzést;
    b) a szabályozás költsége a költség–haszon-elemzés szerint túl magas;
    c) a szabályozó megfelelő információ hiányában társadalmi jólétet csökkentő döntést hoz.
    d) Mindhárom fenti válasz helyes.
38. A hatékony szabályozás
    a) változatlanul hagyja a jólétet;
    b) növeli a jólétet;
    c) minden érdekcsoport javát szolgálja;
    d) korlátozott információ mellett is mindig megvalósítható.
39. Szabályozott természetes monopólium esetén
    a) a Lerner-index értéke 1;
    b) a Lerner-index értéke 0,1;
    c) a Lerner-index értéke 0;
    d) a Lerner-index értéke függ az alkalmazott szabályozás módjától.
40. A zsákmányelmélet alapján a foglyul ejtett szabályozó esete annál valószínűbb,
    a) minél inkább számíthatnak arra a szabályozó hatóság munkatársai, hogy később a szabályozott iparágban helyezkedhetnek el
    b) minél kevesebb volt iparági szereplő áll a szabályozó hatóság alkalmazásában

c) minél nagyobb költségvetés áll a szabályozó hatóság rendelkezésére
d) minél nagyobb a szabályozott iparág

41. Egy termék szabályozás szempontjából releváns piacának meghatározásakor figyelembe kell venni
a) a termék közeli keresleti helyettesítőit
b) a termék közeli kínálati kiegészítőit
c) egyik válasz sem helyes
d) mindkét válasz helyes

42. A foglyul ejtett szabályozás elmélete
a) azzal foglalkozik, hogy a szabályozás milyen szorosan korrelál a piaci kudarcok jelenlétével;
b) szerint a szabályozás a szabályozás nélküli állapothoz képest általában alacsonyabb profitokat eredményez a szabályozó hatóságra hatást gyakorló vállalatok részére;
c) szerint a szabályozás a szabályozás nélküli állapothoz képest általában magasabb profitokat eredményez a szabályozó hatóságra hatást gyakorló vállalatok részére;
d) szerint a szabályozás a fogyasztók és a termelők érdekeit egyszerre szolgálja.

43. Az érdekcsoport-elmélet
a) szerint különböző érdekcsoportok versengenek egymással a szabályozás befolyásolása érdekében;
b) alapján csak a fogyasztók ejthetik foglyul a szabályozót;
c) a potyázási elmélet speciális esetének tekinthető.
d) Egyik előző válasz sem helyes.

44. A versenyszabályozás nem tiltja
a) az összejátszást;
b) a fogyasztó megtévesztését;
c) az árukapcsolást;
d) a ragadozó ár alkalmazását.

45. A versenytörvény tisztességtelen versenynek tekinti
a) a sajtóban megjelent adatok alapján történő versenytárskutatást;
b) ha egy vállalat spontán módon rájön egy másik vállalat által alkalmazott újításra, és azt ő is bevezeti saját termelésébe;
c) ha egy vállalat rontja versenytársa hírnevét.
d) Több válasz is helyes.

46. Amennyiben a szabályozó megkésve reagál a termelés hatékonyságbeli javulására,
a) az akár további hatékonyságnövelést eredményezhet;
b) az lehet a az aszimmetrikus információ következménye;
c) az csökkentheti a fogyasztók reálisan elérhető fogyasztói többletét.
d) Mind a három fenti eset előfordulhat.

47. A bevételmegosztó szabályozás
    a) a hatékonyság eredményét megosztja a fogyasztók és a szabályozó közt;
    b) a hatékonyság eredményét megosztja a fogyasztók és a termelők közt;
    c) nem tudja érdekelté tenni a termelőt a hatékonyság növelésében;
    d) lehetővé teszi, hogy a hatékonyság növelésének teljes eredményét a termelő vállalat fölözze le.

Iparági koncentráció, Lerner index

48. Melyik állítás az igaz?
    a) Adott piacon a Herfindahl-Hirschman-index értéke mindig magasabb abban az esetben, ha a vállalatok Cournot-oligopóliumot alkotnak, szemben azzal, ha a vállalatok Stackelberg-oligopóliumot alkotnának.
    b) Adott piacon a Herfindahl-Hirschman-index értéke mindig magasabb abban az esetben ha a vállalatok Stackelberg-oligopóliumot alkotnak, szemben azzal, ha a vállalatok Cournot-oligopóliumot alkotnának.
    c) Kartell esetén a Herfindahl-Hirschman-index értéke elérheti a 10000-et.
    d) Egyik válasz sem igaz

49. Amennyiben két iparágban megegyezik mind a Herfindhal–Hirschman-index, mind az ötvállalatos koncentrációs hányados, akkor
    a) mindkét iparágon belül iparági részesedések alapján nagyságrendi sorrendbe rendezve a vállalatokat, ugyanazt a sorozatot kapjuk;
    b) egyik iparág sem rendelkezhet kompetitív szegéllyel;
    c) a hatodik legnagyobb vállalat részesedése (ha van ilyen, és van még legalább egy hetedik vállalat) az egyik iparágban lehetséges, hogy nagyobb, mint a másikban.
    d) Valamennyi fenti válasz helyes.

50. Egy adott iparágban a C2-es koncentrációs mutató értéke 100. Ismert továbbá, hogy a Herfindahl–Hirschman-index (HHI) 6800. Ekkor a legkisebb piaci részesedésű vállalat piaci részesedése
    a) 10%;
    b) 20%;
    c) 25%;
    d) 30%.

51. Egy háromvállalatos iparágban a vállalatok adott időszaki eladásainak értékét az alábbi táblázat tartalmazza (millió forint)

1. vállalat	2500
2. vállalat	1500
3. vállalat	1000

    Ekkor az adott iparág Herfindahl–Hirschman-indexe (HHI):
    a) 4200;
    b) 3800;
    c) 3400;
    d) 2700.

52. A Lerner-index
    a) mindig nagyobb, mint 1;
    b) maximum 100 lehet, de ritka esetben negatív értéket is felvehet;
    c) az iparági koncentráció közvetlen mérésére használható mutató.
    d) A fenti állítások közül egyik sem helyes.
53. A Herfindahl–Hirschman-index
    a) a piaci koncentrációt méri;
    b) a legnagyobb vállalat piaci erejét méri;
    c) értéke mindig nagyobb, mint 1000;
    d) tökéletes verseny esetén 1.
54. A piaci koncentráció közvetlen mérésére használható mutató
    a) a Lerner-index;
    b) a Herfindahl–Hirschman-index;
    c) a koncentrációs ráta.
    d) A fentiek közül két válasz helyes.
55. A Herfindahl–Hirschman-index
    a) a vállalatok százalékos piaci részesedésének négyzetösszegeként határozható meg;
    b) a vállalatok százalékos piaci részesedésének összegeként határozható meg;
    c) kiszámításakor a vállalatok százalékos piaci részesedését összeadjuk, majd ezen összeg gyökeként határozható meg az index;
    d) kiszámításakor a vállalatok százalékos piaci részesedésének négyzetösszegét vesszük, majd ezen összeg gyökeként határozható meg az index.
56. A tiszta monopólium optimális termelése mellett a Lerner-index
    a) mindig 1;
    b) az abszolút értékben vett árrugalmasság reciprokával egyezik meg;
    c) maximum 1.
    d) A fentiek közül két válasz helyes.
57. A C4-es koncentrációs mutató értéke
    a) mindig kisebb mint 100;
    b) a négy legnagyobb piaci részesedéssel rendelkező vállalat összpiaci százalékos részesedését fejezi ki;
    c) öt egyforma részesedésű vállalat esetén 1600;
    d) a négy legnagyobb piaci részesedéssel rendelkező vállalat százalékos részesedésének négyzetösszege.
58. Herfindahl–Hirschman-index meghatározásakor
    a) a két legnagyobb vállalat piaci részesedését vesszük figyelembe;
    b) a legnagyobb piaci részesedésű vállalat piaci részesedését osztjuk a legkisebb piaci részesedésű vállalat piaci részesedésével;
    c) minden piacon levő vállalat részesedését figyelembe vesszük.
    d) Egyik válasz sem helyes.

59. Egy homogén terméket gyártó Cournot-iparágban, ahol egyforma vállalatok működnek
    a) ha a vállalatok Lerner-indexeit a piaci részesedésük négyzetével súlyozva összeadjuk, akkor a Herfindahl–Hirschman-index tízezredének keresleti árrugalmassággal vett hányadosát, pontosabban ezen hányados abszolút értékét kapjuk;
    b) ha a vállalatok Lerner-indexeit a piaci részesedésükkel súlyozva összeadjuk, akkor a Herfindahl–Hirschman-index tízezredének keresleti árrugalmassággal vett hányadosát, pontosabban ezen hányados abszolút értékét kapjuk;
    c) ha a vállalatok Lerner-indexeit összeadjuk, akkor a Herfindahl–Hirschman-index tízezredének keresleti árrugalmassággal vett hányadosát, pontosabban ezen hányados abszolút értékét kapjuk;
    d) ha a vállalatok Lerner indexeinek négyzeteit összeadjuk, akkor a Herfindahl–Hirschman-index tízezredének keresleti árrugalmassággal vett hányadosát, pontosabban ezen hányados abszolút értékét kapjuk.
60. Természetes monopólium esetén
    a) a Herfindahl–Hirschman-index értéke 10;
    b) a Herfindahl–Hirschman-index értéke 100;
    c) a Herfindahl–Hirschman-index értéke 10 000;
    d) a Herfindahl–Hirschman-index értéke függ az alkalmazott szabályozás módjától.
61. Melyik állítás igaz? Ha két különböző iparágban egyaránt 10 vállalat van jelen a piacon, akkor
    a) Az első iparág C1-es koncentrációs mutatója biztosan magasabb, mint a másik iparág C9-es koncentrációs mutatója.
    b) Az első iparág C1-es koncentrációs mutatója biztosan alacsonyabb, mint a másik iparág C9-es koncentrációs mutatója.
    c) A C5-ös koncentrációs mutató mindkét iparágban legalább 50.
    d) A C5-ös koncentrációs mutató mindkét iparágban legfeljebb 50.
62. Melyik állítás igaz?
    a) Adott vállalatszám esetén minél magasabb egy piacon a Herfindahl-Hirschman-index értéke, annál kisebb a fogyasztói többlet.
    b) Adott vállalatszám esetén minél magasabb egy piacon a Herfindahl-Hirschman-index értéke, annál nagyobb a fogyasztói többlet.
    c) Adott vállalatszám esetén minél magasabb egy piacon a Herfindahl-Hirschman-index értéke, annál magasabb a piaci ár.
    d) Egyik állítás sem igaz.
63. Egy piacon három vállalat termel. A költségfüggvényeik egységesen $TC = 20q$. A piaci keresleti függvény $Q = 100 - p$. A Herfindahl-Hirschman-index értéke melyik piacforma estében a legmagasabb?
    a) Cournot-oligopólium
    b) Kartell
    c) Bertrand-oligopólium
    d) Több válasz is igaz

64. Egy adott iparágban tíz vállalat van jelen. A következő koncentrációs mutatók közül melyikről tudjuk biztosan, hogy nem ezt az iparágat írja le?
    a) HHI=2486
    b) C7=64
    c) C3=51
    d) Mindegyik lehet igaz

11.2. Számítási feladatok

Határköltség-alapú, átlagköltség-alapú és más speciális árplafon-jellegű szabályozás

1. Az Óbudavár helyi monopóliumaként működő péküzem inverz kereslete a $P = 112 - Q$ függvénnyel adható meg. Ismert továbbá, hogy az adott monopólium termelése a $TC = 11 + 100Q$ költségfüggvénnyel jellemezhető. Tegyük fel, hogy a szabályozók célja olyan szabályozott ár meghatározása, amely a termelt mennyiséget maximalizálja, miközben a monopólium pontosan a költségeivel megegyező bevételre tesz szert. Mekkora lesz a szabályozott ár?
2. Egy termék piaci keresleti görbéje $p = 105 - 5Q$. A terméket egy természetes monopólium állítja elő, amelynek költségfüggvénye $c(Q) = 375 + 5Q$. A kormányzat szerint bármely árplafon bevezetése 180 egységnyi költséget okoz. Érdemes-e bevezetni ebben az esetben az átlagköltség alapú szabályozást?
3. Jancsi, a helyi bizniszklub dj-je egyedüli lemezlovas a környéken, és ilyen minőségében igazi monopolistaként tevékenykedik. A péntek esti partikon megforduló önkormányzati képviselőknek is feltűnik, hogy Jancsi meglehetősen drágán szolgáltatja a hangulatot, éppen ezért a következő testületi ülésen napirendre kerül a lemezlovasok szolgáltatásának árszabályozása. Mekkora összeget kell a helyi büdzséből elkülöníteni Jancsi támogatására, ha határköltség alapú árat szabnak meg a szolgáltatásra, de köztudott, hogy Jancsi csakis a jelenleg elért profitja mellett hajlandó zenét szolgáltatni? Ismert, hogy a keresleti függvény $q = 125 - p$, továbbá a szolgáltatás költségfüggvénye $TC(q) = q^2 + 5q + 10$.
4. Béni menzája monopólium a helyi iskolában. A keresleti függvény $Q = 50 - 0,5p$, a menza költségfüggvénye $TC(Q) = 1000 + 10Q$.
    a) Milyen áron értékesít Béni menzája, ha átlagköltség alapú szabályozásnak vetik alá tevékenységét?
    b) Mekkora a szabályozás melletti holttehervesztеség?
5. Béni menzája továbbra is monopólium a helyi iskolában. A keresleti függvény is maradt $Q = 50 - 0,5p$, a menza költségfüggvénye szintén változatlan: $TC(Q) = 1000 + 10Q$. Tegyük fel, hogy a keletkező holttehervesztеség megszüntetése céljából Béni menzájának tevékenységét határköltség alapú

szabályozásnak vetik alá. Mekkora támogatást kell ekkor Béninek nyújtani, hogy továbbra se legyen veszteséges a menza üzemeltetése?

6. Egy monopólium költségfüggvénye legyen a $TC(Q) = 0,5Q^2 + 10Q + 50$ függvény. Határozzuk meg, hogy mennyivel csökken a holttehervesztesség, ha a szabályozó hatóság az alkalmazható maximális árat 100-as szinten állapítja meg. A piaci inverz keresleti függvény $P = 220 - 3Q$.

7. Egy $TC(Q) = 4Q + 10$ költségfüggvénnyel termelő monopólium terméke iránti keresleti függvény $Q = 40 - 0,5p$. Mekkora maximálisan alkalmazható árat szabhatott meg a szabályozó hatóság, ha tudjuk, hogy az árszabályozás következtében a nettó fogyasztói többlet 264 egységgel nőtt?

8. A helyi vízszolgáltató monopólium költségfüggvénye $TC(Q) = Q^2 + 58\,500$. A keresleti függvény legyen $Q = 1200 - 2p$. Mekkora támogatást kell nyújtani a monopólium részére annak érdekében, hogy hajlandó legyen a határköltség alapú árszabályozás mellett a társadalmilag optimális mennyiséget szolgáltatni?

9. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 100 - Q$. A terméket termelő egyetlen vállalat költségfüggvénye $TC = 40Q$. A szabályozó hatóság határköltség alapú szabályozást szeretne alkalmazni, azonban a szabályozás költsége $c = 300$ egység.
   a) Megéri-e a szabályozás bevezetése, ha a szabályozó a társadalmi jólét növelésében érdekelt? M
   b) Mekkora szabályozási költség esetén nem lehetne növelni a társadalmi jólétet a határköltség alapú szabályozással?

10. Egy piacon egyetlen vásárló van, akire vonatkozóan a Q egységhez tartozó maximális ár, amit még hajlandó kifizetni, a $p = 1000 - 10Q$ összefüggés szerint alakul. A terméket egy természetes monopóliumnak számító vállalat termeli $C(Q) = 4250 + 100Q$ költségfüggvénnyel.
   a) Mekkora p_{AC} áron értékesít a monopólium, ha a szabályozó hatóság a fenti fogyasztó által még éppen kifizethetőnek tekintett inputárhoz igazodva átlagköltség alapú szabályozást vezet be?
   b) Tegyük fel, hogy a szabályozó hatóság engedélyt ad a monopólium számára legkedvezőbb kétrészes ár kialakítására. Emellett azonban arra is kötelezi, hogy továbbra is biztosítsa a korábbi p_{AC} egységár és nulla fix díj melletti vásárlási lehetőséget. Mekkora kétrészes árat szab ebben az esetben a monopólium?

11. Egy bizonyos iparágban, ahol egyetlen vállalat tevékenykedik, a kereslet a $Q = 100 - p$ függvénnyel adható meg. Az adott termelési technológia költségfüggvénye $TC(Q) = cQ + F$ alakú. A szabályozó a társadalmi jólét maximalizálására törekszik, éppen ezért határköltség alapú szabályozást alkalmaz, miközben transzfert is nyújt a vállalatnak a termelés biztosítása érdekében. Határozzuk meg a szabályozott árat, a transzfert és a jólét nagyságát, ha
   a) $TC(Q) = 10Q + 1500$;
   b) $TC(Q) = 30Q$.

12. Egy monopólium a következő keresleti függvénnyel szembesül: $Q = 100 - 0,5p$. A monopólium hosszú távú termelési költsége: $TC(q) = 625 + 40Q + Q^2$, ahol 625 a kvázi fix költség. A szabályozó hatóság átlagköltség-alapú árat ír elő. Fenntartható-e az így kialakult egyensúly?
13. Egy monopólium a következő keresleti görbével szembesül: $Q = 50 - p$, költségfüggvénye pedig $TC(Q) = 76 + 10Q$. A szabályozó hatóság a csökkenő átlagköltség miatt a határköltség-alapú szabályozás bevezetését fontolgatja, de az nem kivitelezhető, mert a hatóság nem tudja társadalmilag elfogadtatni a szubvencionálást. Ezért inkább az átlagköltség-alapú szabályozás mellett dönt. Bármilyen árplafon bevezetése 15 egység költséggel jár. Megéri vajon az árplafon előírása a hatóságnak?

Árképzési formulák és feltételes jóléti maximalizálási elvek

14. Egy monopólium két különböző terméket termel, A-t és B-t. Az A termék piacán a kereslet a $q_A = 150 - p_A$ függvénnyel adható meg, míg a B termék piacán a $q_B = 160 - 2p_B$ függvénnyel. A monopólium költségfüggvénye $TC(q_A, q_B) = 6000 + 10q_A + 10q_B$.
    a) Határozzuk meg a tiszta monopólium által termelt profitmaximalizáló mennyiségeket és a hozzájuk tartozó piaci árakat!
    b) Határozzuk meg a Ramsey-árakat!
    c) Bizonyítsuk be, hogy a piacokon elért ár–költség-rés árhoz viszonyított aránya Ramsey-árak esetén fordítottan arányos a piacok keresletének árrugalmasságával!
    d) Határozzuk meg, hogy ha a monopólium egységes árat alkalmaz úgy, hogy éppen fedezi a költségeit, akkor mi lesz ez az egységes ár!
    e) Hogyan alakul a fogyasztói többlet egységes árak esetén?
    f) Hogyan alakul a fogyasztói többlet Ramsey-árképzés mellett?
15. Egy monopólium két különböző terméket termel, A-t és B-t. Az A termék piacán a kereslet a $q_A = \frac{80}{\sqrt{(p_A)^3}}$ függvénnyel adható meg, míg a B terméké $q_B = \frac{512}{p_B^2}$. A monopólium költségfüggvénye $TC(q_A, q_B) = 80 + 2q_A + 2q_B$.
    a) Határozzuk meg a Ramsey-árakat!
    b) Bizonyítsuk be, hogy a piacokon elért ár–költség-rés árhoz viszonyított aránya Ramsey-árak esetén fordítottan arányos a piacok keresletének árrugalmasságával!
16. Egy monopólium két különböző terméket termel, A-t és B-t. Az A termék piacán a kereslet a $q_A = 200 - 2p_A$, míg a B termék piacán $q_B = 220 - 3p_B$. A monopólium költségfüggvénye $TC(q_A, q_B) = 700 + 40q_A + 40q_B$.
    a) Határozzuk meg, hogy ha a monopólium egységes árat alkalmaz úgy, hogy éppen fedezi a költségeit, akkor mi lesz ez az egységes ár!
    b) Hogyan alakul a fogyasztói többlet Ramsey-árképzés mellett? Hasonlítsuk is össze értékét az a) pontbeli fogyasztói többlettel!
    c) Mennyivel változik a két piacon eladott mennyiség a határköltség alapú árazás esetén eladott mennyiséghez képest?

17. Egy nagyvárosban egy kábeltelevízió szolgáltató egyben internet szolgáltató is. Ebben a városban a fogyasztók vagy csak az egyik, vagy csak a másik szolgáltatásra fizetnek elő, és részükre a két termék kereszt árrugalmassága zérus. Az előfizetések számát tízezer főben, a havi előfizetés árát tízezer Ft-ban mérve, a kábeltelevízió (Q_1), illetve az internet (Q_2) inverz kereleti függvénye: $P_1 = 2 - Q_1$, illetve $P_2 = 2 - 2Q_2$. A városi hatóságok Ramsey árak alkalmazását írják elő. A szolgáltató számára egy újabb fogyasztó kiszolgálása gyakorlatilag nem jár plusz kiadással, de a napi üzemeltetés költsége 0,83.
    a) Bizonyítsuk be a Ramsey-árak konkrét meghatározása nélkül, hogy a két szolgáltatás ára azonos kell hogy legyen!
    b) Ezek után határozzuk is meg a két piac közös Ramsey-árát!
18. Egy monopólium két terméket állít elő, és a két termék előállításához tartozó költségfüggvénye $C(x, y)$, ahol x és y jelöli rendre a két termékből előállított mennyiséget. A szabályozó szeretné növelni a fogyasztói többletet. Érdemes-e a következő esetekben alkalmaznia a többtermékes természetes monopólium szabályozására használt szokásos eszközöket, elsősorban a Ramsey-árazást, vagy próbálkozzon egyszerűen a két termék termelésének szétválasztásával, majd esetleges további vállalati felszabdalással.
    a) $C(x, y) = \sqrt{0,1xy}$
    b) $C(x, y) = 2x + 5y$
    c) $C(x, y) = \sqrt{xy} + 5$
19. Szépvölgy városában – ugyanúgy, mint másutt – az elektromos áram fogyasztásának van egy csúcsideje, és egy csúcsidőn kívüli időszaka, melyet alacsony fogyasztási időszaknak nevezünk. A két időszakban az áram iránti kereslet rendre: $Q^{cs} = 10 - p^{cs}$, illetve $Q^a = 5 - p^a$. Az egységnyi áramfelhasználás változó költsége 1, egységnyi kapacitás költsége az adott időszakban 2. A kapacitást az adott időszakon belül nem lehet külön csúcsidejűre, majd alacsony fogyasztási idejűre állítani, az az adott időszakon belül állandó, vagyis a csúcsidő által meghatározott kapacitással egyezik meg.
    a) Határozzuk meg a társadalmilag optimális kapacitást, a csúcsidejű és az alacsony fogyasztási időszakú áramárat, úgy, hogy a szolgáltató éppen fedezi költségeit.
    b) Amennyiben az egész időszakban azonos az áram ára, akkor mekkora kapacitás és milyen fogyasztási ár maximalizálja a társadalmi jólétet?
    c) Hasonlítsuk össze a két megoldás fogyasztói többletének értékét, és magyarázzuk meg az eltérés okát!
20. Az izomerő fitnesz terem szeretné növelni profitját, ezért igyekszik jó megoldást keresni arra, hogy a délelőtti és a kora délutáni órákban viszonylag kicsi a terem kihasználtsága. Kora reggel és késő délután (csúcsidő) egy időegységnyi teremhasználat iránti kereslet: $Q^{cs} = 80 - p^{cs}$, illetve délelőtt és kora délután (alacsony kihasználtsági idő) a kereslet $Q^a = 40 - p^a$. Egy vendég egy időegységnyi kiszolgálásának költsége 20 pénzegység, ezen kívül az adott időszakban a maximális kapacitás (a maximális adott idejű

vendéglétszám) egységköltsége 30 pénzegység. Az önkormányzat - a korábbi beruházási támogatásért cserébe - elvárja, hogy csak a kiszolgálási költséget vegye figyelembe a fitnesz terem, és ehhez igazodva biztosítsa a maximális fogyasztói többletet. Azaz az önkormányzat nem hajlandó tudomást venni a maximális kapacitáshoz kapcsolódó költségekről, pedig akkor is kell világítani, ha csak egy vendég van, a recepciót se lehet egy-két órára hazaküldnei, stb., annak ellenére, hogy a terem és a gépek felszerelése már korábban megtörtént.

a) Mekkora maximális árat tud csak elkérni a fitnesz terem egy órai teremhasználatért?
b) Amenyiben lehetősége lenne a csúcsidőben és az alacsony kihasználtságú időszakban különböző árat kérnie, akkor mekkora lenne ez a két különböző ár, ha mellette mindössze arra kínálkozik lehetősége, hogy fedezze a költségeit.
c) A fitnesz terem fiatal menedzsere épp most végezte el a Közgazdasági Egyetemet. A tanulmányai alapján azt javasolja, hogy kérjenek belépési díjat a vendégektől, és emellett az egy időegységnyi teremhasználatért csak 20 egység pénzt számoljanak fel. Az önkormányzatot azzal sikerül rávennie terve elfogadására, hogy így biztosan nem fog csökkeni a vendégek száma az a) esethez képest. Mennyi lesz a belépési díj? Az alacsony kihasználtságú időben a termet látogató vendégek preferenciái teljesen azonosak, és minden csúcsidőben a terembe látogató vendég preferenciája is ugyanaz, mint bármely más, csúcsidőben érkező vendégé.

21. Egy monopólium termelési függvénye $Q = \sqrt{LK}$, és a monopólium a $Q = 400 - p$ keresleti függvénnyel szembesül. A w bér és a tőke u felhasználási költsége is 100 pénzegység, az r kamatláb 10%, nincs értékcsökkenés, és így a tőke ára 1000 pénzegység.
    a) Mekkora lesz a monopólium munka, illetve tőke felhasználása, ha nincs szabályozói beavatkozás? Mekkora így a megtérülési ráta?
    b) Amennyiben a szabályozó legfeljebb 2%-os megtérülési rátát engedélyez, és a monopóliumnak legfeljebb 121 egységnyi tőke megvásárlására van lehetősége, akkor mennyi lesz a munkafelhasználása?

22. Egy monopólium termelési függvénye $Q = min(K; L)$, és a monopólium a $Q = 400 - p$ keresleti függvénnyel szembesül. A w bér és a tőke u felhasználási költsége is 100 pénzegység, az r kamatláb 10%, nincs értékcsökkenés, és így a tőke ára 1000 pénzegység.
    a) Mekkora lesz a monopólium munka, illetve tőke felhasználása, ha nincs szabályozói beavatkozás? Mekkora így a megtérülési ráta?
    b) Mutassuk meg, hogy amennyiben a szabályozó legfeljebb 2%-os megtérülési rátát engedélyez, akkor még arra is ösztönzi a vállalatot, hogy teljesen kihasználatlan tőkét vásároljon!

23. Egy vállalat esetében az előző évben az inputok ára 12 százalékkal, a kibocsátás 3 százalékkal, míg az inpufelhasználás 1 százalékkal nőtt. Hány százalékkal növelheti maximum a terméke árát, ha ársapka-szabályozás alatt áll?

24. Egy vállalat ársapka-szabályozás alatt áll. A következő időszakban a várható kibocsátásváltozás -3 százalék, az inputfelhasználás várhatóan 5 százalékkal csökken. Hogyan változik az inputok ára a szabályozó szerint, ha a vállalat a terméke árát 5 százalékkal emelheti?

25. Egy közműszolgáltató tavaly a következő keresleti görbével szembesült: $Q = 100 - p$, termelésének költségfüggvénye $TC(Q) = 100 + 50Q$. Termelési mennyiségét profitmaximalizáló monopóliumként határozta meg. Idén azonban szolgáltatása a szabályozott piacok terméke közé került. A szabályozó hatóság szerint a közműszolgáltató régóta nem valósított meg fejlesztéseket, amivel jelentősen növelhetné a hatékonyságát. Ebből kifolyólag a szabályozó hatóság elvárja, hogy az árat a tavalyihoz képest 20 %-kal csökkentse. A szabályozó hatóság úgy véli, hogy idén 2%-os lesz az infláció, és a közműszolgáltató részére szükséges inputok ára 10%-kal fog csökkeni. A szabályozó csak az előbbiekben felsorolt szempontokat óhajtja figyelembe venni az engedélyezett legmagasabb szolgáltatói ár esetében. Mennyi lesz a közműszolgáltató idei ára?

Belépési korlátozások, adó, szabályozás aukción keresztül, speciális szabályrendszerek

26. Bátaapáti taxipiacán a szolgáltatók árelfogadóak, és mindegyikük a $TC(q) = q^2 + 8q + 36$ következő költségfüggvény mellett működik, ahol q a lebonyolított utak mennyiségét jelöli (az utak száma tört érték is lehet). A taxival utazás iránti keresleti függvény $Q = 360 - 5p$ alakú.
    a) Hány utat fog egy taxi naponta lebonyolítani, amennyiben a polgármester 10 taxiengedélyt bocsát ki?
    b) Mekkora holtterhevesteséget okoz, ha korlátozzák a taxiengedélyek számát?

27. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 1000 - 4Q$. A terméket termelő minden egyes vállalat költségfüggvénye $TC = 200q + 400$. A piacon a szabályozó hatóság 7 vállalatot enged működni, noha lenne több, a bentlévőkhöz hasonló cég is, amely a piacra kívánna lépni, ám a mesterséges belépési korlát miatt ezt nem teheti meg. A vállalatok Cournot-módon viselkednek.
    a) Mekkora a szabályozás okozta holtteheveszteség?
    b) Mekkora az az összeg, amit a piacon lévő 7 vállalat a szabályozás fenntartása érdekében lobbi tevékenységre hajlandó fordítani?

28. Egy monopólium inverz keresleti görbéje: $p = a - bX$, átlagköltsége c, ahol $0 \leq c \leq a$ A monopóliumra t összegű egységenkénti mennyiségi adót vet ki a szabályozó. Mekkora az alaphelyzethez képest okozott holtteherveszteség?

29. Egy piacon, ahol a keresleti függvény $Q = 500 - p$, egy természetes monopóliumnak számító vállalat tevékenykedik $C(Q) = 600 + 40Q$ költségfüggvénnyel. A szabályozó hatóság felajánlja a monopóliumnak, hogy tetszőleges, de a határköltségnél nem kisebb egységárat szabhat, és a bevételei mellett az adott árhoz tartozó teljes fogyasztói többletet megkapja támogatás formájában.
    a) Milyen árat fog szabni a monopólium, és mekkora támogatást kap?
    b) Mekkora ebben az esetben a holtteherveszteség?

30. A piacon a keresleti függvény továbbra is $Q = 500 - p$, és $C(Q) = 600 + 40Q$ költségfüggvénnyel lehet termelni. A szabályozó hatóság aukciót szervez, melynek győztese tetszőleges, de a határköltségnél nem kisebb egységárat szabhat, és a bevételei mellett az adott árhoz tartozó teljes fogyasztói többletet megkapja támogatás formájában. Az nyeri az aukciót, aki a legtöbbet hajlandó fizetni a szolgáltatás jogáért. Mekkora lesz a szabályozó bevétele és a vállalatnak nyújtott támogatás?

31. Egy piacon, ahol a termelés költsége $TC(Q) = 100\ 000 + 10Q$, a keresleti függvény $P = 500 - Q$.
    a) Mutassuk meg, hogy ezen a piacon fennállnak a természetes monopólium működésének feltételei!
    b) A szabályozó hatóság a termelés jogát aukcióban értékesíti. A következő feltételeket hirdeti ki: a szolgáltató vállalatnak meg kell adnia a szolgáltatás árát, amit a fogyasztók fizetnek a részére (az ár nem lehet kisebb a határköltségnél). A szabályozó hatóság pedig biztosítja a részére az adott áron keletkező teljes fogyasztói többletet. A határköltség alatti árat azonban semmiképp nem engedélyezik. A licitálók közül az kapja meg a szolgáltatás jogát, aki a legkisebb áron kíván szolgáltatni. Mekkora lesz ez az ár?
    c) Most tegyük fel, hogy a b) pontbeli legkisebb áron az kapja meg a szolgáltatás árát, aki a legtöbbet hajlandó fizetni ezért a jogért a szabályozó hatóságnak. Mennyi bevételre számíthat a szabályozó?

32. $M2$ termeli az inputot $M1$-nek. A termelési folyamat során a^* eszköz mindkét vállalat számára nélkülözhetetlen (pl. egy közösen használt elektromos fővezeték). Mindkettő vállalat a 0. időszakban beruházhat 38 költséggel, melynek eredményeképp a normális bevételen felül 50 egységnyi bevétel keletkezik a termelés során, az 1. időszakban (Ha csak az egyik beruház akkor 50, ha mindkettő akkor 50+50). Az a^*-ot egyikük birtokolja. Aki birtokolja, az teljes egészében megkapja a beruházás bruttó hozamát, és a másik hozamának felét. Akkor ugyanis, amikor a termelnek, a beruházás már elveszett költség, és a vagyontárgy tulajdonosa bizonyos reziduális jogokat élvez, akár ki is zárhatja a másikat a vagyontárgy használati jogá-

ból. A bevételen történő osztozkodás a legegyszerűbb Nash-alku alapján történik.[1]

a) Mutassuk meg, hogy ha a^* birtoklása már a 0. időszakban egyértelmű, akkor csak az fog beruházni, akié a kérdéses eszköz.

b) Mutassuk meg, hogy akkor sem fog mindkét vállalat beruházni, ha a szabályozó olyan körülményeket teremt, hogy a 0. időszak után, de még a termelés realizálódása előtt, sztochasztikusan dől el, ki birtokolja a^*-ot

33. Tegyük fel, hogy az előző feladat folytatásaként, most a szabályozó olyan körülményeket teremt, hogy az, hogy ki birtokolja az a^* vagyontárgyat, a 0. és 1. időszak közt és sztochasztikusan dől el. $\sigma = 0,49$ a valószínűsége, hogy $M1$. (Ezt a valószínűséget mindkét fél ismeri.) A szabályozó ezen felül lehetővé teszi, hogy az 1. időszak előtt M2 megvegye a^*-ot, oly módon, hogy fizet 11,5-öt $M1$-nek. Abban az esetben, ha $M2$ bejelentette vásárlási szándékát - és csak ekkor - $M1$ lehetőséget kap, hogy inkább ő vegye meg a^*-ot, úgy, hogy fizet 25-öt $M2$-nek, és ekkor $M1$-nek vissza kell vonnia korábbi ajánlatát (és természetesen fizetnie se kell). Mutassuk meg, hogy ebben az esetben van egy olyan egyensúlyi helyzet, hogy az egyik vállalat biztosan, a másik pedig bizonyos pozitív valószínűséggel hajt végre beruházást.

Szabályozás kutatások esetében, valamint aszimmetrikus információs környezetben

34. Hájtömeg országában nagy gond, hogy a legtöbb ember jelentősen túlsúlyos. Most egy olyan tabletta kidolgozásán fáradoznak, amely különösebb mellékhatások nélkül, gyors fogyást eredményez. Amennyiben n cég foglalkozik a tabletta kifejlesztésével, akkor annak a valószínűsége, hogy megtalálják a megoldást: $P = 1 - e^{-0,58008n}$. Egy újabb vállalati program határköltsége 1, egy kutatással foglalkozó vállalat pontosan egy projektet kezdeményez. Amennyiben sikerül elkészítetni a tablettát, akkor annak ára a tökéletesen versenyzői piac szabályai alapján határozódik meg. Ebben az esetben a teljes társadalmi jólét jelenértéke 100. A kutatást csak ebben az évben valósíthatják meg, ha idén nem sikerül eredményt elérni, akkor a továbbiakban egyetlen vállalat se foglalkozik a témával.

a) Mennyi a kutatással foglalkozó vállalatok társadalmi szempontból optimális száma?

b) Most tegyük fel azt, hogy a tablettát megalkotó vállalatnak a kormány garantálja a teljes 100 egységnyi társadalmi jólétet. A piacra való szabad belépés mellett egy vállalat akkor kísérli meg a tabletták előállítását, ha várható profitja nem negatív. Minden vállalatnak azonos az esélye a sikerre. Hány vállalat lesz így a piacon?

[1] Ennek és a következő feladatnak az alapgondolatát lásd Oliver Hart: Firms Contracts and Financial Structures (Clarendon Press 1995) című könyvének 89-92.oldalán.

c) Magyarázzuk meg, miért különbözik a két részkérdésre adott vállalatszám!

35. Egy vállalat egy új hajnövesztő szer kidolgozásán dolgozik. Amennyiben M mennyiségű pénzt fektet a kutatásba, akkor a siker valószínűsége $P(M) = 1 - \frac{1}{2M}$. A vállalat csak ezzel a kutatással foglalkozik, költsége a kutatásba fektetett pénz, bevételt pedig csak a sikeres hajnövesztő szer eladásából remélhet. Feltesszük, hogy a diszkonttényező értéke 1, azaz a jövő idejű bevételek számértéke azonos jelenértékükkel. A feltalálandó hajnövesztő szert szabadalom védi, ezt a vállalat pontosan tudja. A szabadalom lejárta után azonban a szert mindenki gyárthatja, és akkor már a vállalat nem számíthat több nettó bevételre (a nettó bevétel a teljes bevétel és az értékesítéshez kapcsolódó költségek különbsége). A sikeres hajnövesztő szerből származó nettó bevétel a szabadalmi idő alatt valamennyi évben azonos. Az éves nettó bevétel függvényében hány évi szabadalmi idő szükséges ahhoz, hogy a vállalat egyáltalán belefogjon a kísérletekbe?

36. Egy bizonyos iparágban, ahol egyetlen vállalat tevékenykedik, a kereslet a $Q = 100 - p$ függvénnyel adható meg. Ebben az iparágban mind a szabályozó, mind a vállalat ismeri a piaci keresletet, azonban a szabályozó nem tudja, hogy az adott vállalat milyen technológiával termel, csak egy vélekedése van erre vonatkozóan. A szabályozó 50%-os valószínűséget tulajdonít annak, hogy az adott vállalat költségfüggvénye $TC(Q) = 10Q + 1500$, míg 50%-os valószínűséggel úgy véli, hogy $TC(Q) = 30Q$. A valóságban a vállalat technológiája olyan, hogy az elsőnek írt összefüggés szerint alakul a költségfüggvénye. A szabályozó célja a várható jólét maximalizálása, és ennek érdekében a vállalatnak transzfert is nyújthat. Elérhető-e aszimmetrikus információ esetén a teljes információ mellett kialakuló társadalmi jólét?

37. Egy iparágban, ahol egyetlen vállalat tevékenykedik, a kereslet a $Q = 100 - p$ függvénnyel adható meg. Az adott termelési technológia költségfüggvénye $TC(Q) = 30Q$ alakú. Ugyanakkor egy technikai fejlesztés folytán a vállalat költségfüggvénye megváltozik: $TC(Q) = 10Q + 1000$ lesz. Mind a szabályozó, mind a vállalat ismeri a piaci keresletet, de a szabályozó nem tudja, hogy az adott vállalat milyen technológiával termel, csak egy vélekedése van erre vonatkozóan. A szabályozó 50%-os valószínűséget tulajdonít annak, hogy az adott vállalat költségfüggvénye $TC(Q) = 30Q$, míg 50%-os valószínűséget annak, hogy $TC(Q) = 10Q + 1000$. A szabályozó célja a várható jólét maximalizálása, éppen ezért határköltség alapú szabályozást alkalmaz, azonban ennek érdekében a vállalatnak transzfert is nyújthat. Elérhető-e ekkor aszimmetrikus információ esetén a teljes információ mellett kialakuló jólét?

38. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 100 - Q$. A terméket termelő egyetlen vállalat költségfüggvénye $TC = 40Q$. A szabályozó hatóság határköltség alapú szabályozást szeretne alkalmazni. A hatóság vagy elfogadja a vállalat által szolgáltatott költségadatokat, vagy ezen túlmenően az adatok ellenőrzése érdekében piacelemzést végezhet, aminek költsége 300.

A vállalat megadhatja a valódi költségét vagy a ténylegesnél magasabb $MC = 70$ határköltségről számolhat be annak érdekében, hogy a szabályozott ár mellett is pozitív profitra tehessen szert. A valódinál magasabb határköltség megadása kockázatot jelent abban az esetben, ha a szabályozó extra adatgyűjtést végez; ekkor a hamis adatok szolgáltatása miatt 200 büntetést fizet a vállalat, ráadásul a valódi költségére is fény derül. A szabályozó kifizetése a szabályozás nélküli esethez képest vett társadalmi jólét növekedése (beleértve az esetleges bírságból származó bevételt). A vállalat kifizetése a profitjával egyenlő. A két fél szimultán dönt.

a) Adjuk meg a játék kifizetési mátrixát!
b) Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyát a tiszta sratégiák halmazán!
c) Határozzuk meg a játék Nash-egyensúlyát a kevert sratégiák halmazán!

Iparági koncentráció

39. Az alábbi táblázat két piac esetében mutatja, hogy mennyit termelnek az egyes vállalatok. Határozzuk meg a két piac esetében a $C4$ koncentrációs hányadot, és a Herfindahl–Hirschman-index értékét!

Vállalatok	*1. piac*	*2. piac*
1	100	120
2	100	20
3	100	10
4	100	10
5	100	10
6		10
7		10
8		10
Összesen	500	200

40. Egy ötszereplős iparágban az egyes vállalatok által termelt mennyiség rendre 50, 50, 300, 300, 300 egység.
    a) Határozzuk meg a $C3$ koncentrációs rátát!
    b) Határozzuk meg a Herfindahl–Hirschman-index értékét!
41. Mekkora egy négyszereplős piac legnagyobb vállalatának a piaci részesedése, amennyiben a másik három vállalat kibocsátása egyenként 10 egység, és a $HHI = 2800$?
42. Tegyük fel, hogy egy iparágban egyforma vállalatok tevékenykednek. Tudjuk, hogy a $C2$ koncentrációs mutató értéke 40. Mekkora a Herfindahl–Hirschman-index?
43. Ismert, hogy egy iparágban a vállalatok azonos technológiával rendelkeznek, és azonos mennyiséget termelnek. Hány vállalat működik ebben az iparágban, ha a Herfindahl–Hirschman-index értéke 2500?

44. Egy iparág $C2$-es mutatójának értéke 100. Ismert továbbá, hogy a Herfindahl–Hirschman-index értéke 5450. Határozzuk meg a legkisebb vállalat piaci részesedését!

45. Tegyük fel, hogy egy négyvállalatos iparágban a $C3$-as koncentrációs mutató értéke 85. Ismert továbbá, hogy a legnagyobb vállalat részesedése kétszerese a harmadik legnagyobb vállalaténak. Ha a második legnagyobb vállalat egyesülne a legkisebb vállalattal, akkor ugyanakkora piaci részesedésre tenne szert, mint a legnagyobb vállalat. Határozzuk meg a Herfindahl–Hirschman-index értékét!

46. Egy iparágról ismertek a következő koncentrációs mutatók: $C3 = 60$, $C4 = 70$, $C7 = 100$. Ismert továbbá, hogy a négy legkisebb vállalat piaci részesedése egyforma, továbbá, hogy az első vállalat piaci részesedése megegyezik a harmadik és negyedik vállalat piaci részesedésének összegével. Mekkora a legnagyobb vállalat részesedése, ha a Herfindahl–Hirschman-index értéke 1650?

47. A szoftveripar monopolóriását, mivel többször „visszaélt” piaci erejével, az informatikai szabályozó hatóság négy egyforma vállalatra darabolja fel, melyek a továbbiakban szimmetrikus vélekedésnek megfelelően, egyforma mennyiséget termelnek. Határozzuk meg az iparág Herfindahl–Hirschman-indexének változását!

48. A következő táblázat egy iparág vállalatainak termelési értékét mutatja:

sorszám	*Termelési érték (ezer forint)*
1	3000
2	2500
3	2000
4	1000
5	1000
6	500

Tegyük fel, hogy a 2. és a 6. vállalat egyesül, és az újonnan létrejött vállalat részesedése a két régi vállalat részesedésének összege. Mi lesz az iparág Herfindahl–Hirschman-indexe az egyesülés után?

49. Tekintsünk két olyan országot, ahol egy bizonyos iparágban összesen három-három vállalat tevékenykedik. Az egyik országban a három vállalat termelése rendre 6, 494, 500 egység. A másik országban pedig 116, 230, 654. Hasonlítsuk össze a két ország szóban forgó iparágának koncentráltságát
    a) a Herfindahl–Hirschman-index segítségével;
    b) az egy-, illetve kétvállalatos koncentrációs hányadosok segítségével!
    c) Értékeljük az eredményeket!

50. Egy iparág $C1$-es mutatójának értéke 100. Határozzuk meg a legnagyobb részesedésű vállalat Lerner-indexét, ha ismert, hogy a piaci kereslet $Q = 100 - 2p$ és a piacon kialakult ár $p = 30$.

51. Tegyük fel, hogy egy Cournot-oligopólium n egyforma vállalatból áll, amelyek homogén terméket termelnek. Bizonyítsuk be, hogy amennyiben a piaci egyensúly mellett a Herfindahl–Hirschman-index értékének tízezredét elosztjuk a piaci kereslet árrugalmasságának abszolút értékével, akkor a vállalatok árra vetített ár–költség-réseinek a piaci részesedésekkel súlyozott átlagát kapjuk!

52. Egy termék piacán két vállalat tevékenykedik. Mindkét vállalat költségfüggvénye a következő: $TC_i = \frac{q_i^2}{2}$, ahol i=1,2. Az inverz kereslet egyenlete $p = 100 - Q$.
    a) Melyik piacforma tekinthető a Herfindahl-Hirschman-index alapján koncentráltabbnak, az amelyikben a két vállalat Cournot-duopóliumot alkot, vagy az, amelyikben Stackelberg-duopóliumot?
    b) Jóléti szempontból az a) részben vázolt két piacforma közül melyik tekinthető előnyösebbnek?

53. Egy termék piacán két vállalat tevékenykedik. Az egyik vállalat átlagköltsége $AC_1 = 40 + \frac{25}{q_1}$. A másik vállalat költségfüggvénye $TC_2 = q_2^2 + 10$. Az inverz kereslet egyenlete $p = 1000 - 4Q$.
    a) Határozzuk meg a Cournot-duopólium Herfindahl-Hirschman-indexét!
    b) Határozzuk meg a Stackelberg-duopólium Herfindahl-Hirschman-indexét, amennyiben az 1. vállalat a vezető, a 2. pedig a követő!
    c) Határozzuk meg a Stackelberg-duopólium Herfindahl-Hirschman-indexét, amennyiben a 2. vállalat a vezető, az 1. pedig a követő!

54. Egy piacon a két legkisebb vállalat piaci termelése 18 és 12 egység. A C4-es koncentrációs hányad 90. A legnagyobb vállalat éppen háromszor annyit termel, mint a kibocsátási rangsorban őt követő, egymással azonos mennyiséget termelő három vállalat.
    a) Mekkora a Herfindahl-Hirschman-index értéke, ha tudjuk, hogy a piaci keresleti függvény $Q = 550 - 2p$, és az egyensúlyi ár 125?
    b) Rajzoljuk fel a koncentrációs görbét!

55. Egy piacon a legkisebb vállalat piaci termelése 40 egység. A C3-es koncentrációs hányad 80. Azt is tudjuk, hogy a legnagyobb vállalat négyszer annyit termel, mint a kibocsátási rangsorban harmadik vállalat, míg a második legnagyobb vállalat a legnagyobb vállalat kibocsátásának 75 százalékát termeli meg. Mekkora a Herfindahl-Hirschman-index értéke, ha tudjuk, hogy a piaci keresleti függvény $Q = 1200 - 2p$, és a piaci egyensúlyban a kereslet árrugalmassága -2?

56. Egy iparágra a következő koncentrációs mutatók jellemzőek: $C7 = 100$, $C5 = 90$, $C3 = 70$. Ismert továbbá, hogy a két legkisebb vállalat piaci részesedése azonos, illetve a negyedik és ötödik vállalat azonos mennyiséget termel. A legnagyobb vállalat kétszer annyit termel, mint a harmadik. A Herfindahl-Hirschman-index értéke 2000.
    a) Mekkora a második vállalat piaci részesedése?
    b) Rajzoljuk fel a koncentrációs görbét!

57. Egy termék piaci inverz keresleti függvénye $p = 700 - Q$. A terméket termelő vállalatok határköltsége azonos, $MC = 100$. Mekkora lesz az adott piacon a Herfindahl-Hirschman-index és a Lerner index értéke a következő esetekben?
    a) a terméket két Cournot vállalat gyártja
    b) a terméket három Cournot vállalat gyártja
    c) a terméket n darab Cournot vállalat gyártja

Fúzió engedélyezése

58. Egy duopol piacon a keresleti függvény $Q = 130 - 2p$. A piacon Cournot-versenyzőként tevékenykedő vállalatok költségfüggvénye $TC_i(q_i) = 5q_i + F$, ahol $i = 1, 2$. Engedélyezze-e a szabályozó hatóság a két vállalat fúzióját, ha a hatóság minden olyan fúziót engedélyez, amely növeli a társadalmi jólétet (a fuzionált vállalat fix költsége F)
    a) abban az esetben, ha $F = 550$;
    b) abban az esetben, ha $F = 120$?

59. Egy duopol piacon a keresleti függvény $Q = 130 - 2p$. A piacon Cournot-versenyzőként tevékenykedő vállalatok költségfüggvénye $TC_i(q_i) = 5q_i + F$, ahol $i = 1, 2$. Mekkora az a minimális (mindkét vállalatra érvényes) fix költség, amely mellett a szabályozónak érdemes engedélyezni a vállalatok fúzióját? (A fuzionált vállalat fix költsége F.)

60. Egy ötvállalatos Cournot-oligopólium kereslete a következő függvénnyel adható meg: $Q = 140 - 2p$. Ismert továbbá a vállalatok költségfüggvénye $TC_i(q_i) = 10q_i + 130$, ahol $i = 1, ..., 5$. Létrejöhet-e bármely két vállalat fúziója, ha a szabályozó hatóság minden olyan fúziót engedélyez, melynek következtében a Herfindahl–Hirschman-index növekedése nem haladja meg a 300 értéket? Feltesszük, hogy fúzió esetén a vállalatok továbbra is Cournot módon viselkednek, és a fuzionált vállalat fix költsége 130.

61. Egy háromvállalatos Cournot-oligopólium kereslete a $Q = 150 - p$ függvénnyel adható meg. Ismert továbbá a vállalatok költségfüggvénye: $TC_i(q_i) = 10q_i + 300$, ha $i = 1, 2$, és $TC_i(q_i) = 5q_i + 30$, ha $i = 3$. Létrejöhet-e a két egyforma vállalat fúziója, ha a szabályozó hatóság minden olyan fúziót engedélyez, melynek következtében a Herfindahl–Hirschman-index növekedése nem haladja meg a 10%-ot? Feltesszük, hogy fúzió esetén a vállalatok továbbra is Cournot módon viselkednek, és a fuzionált vállalat fix költsége 300.

62. Egy piacon a keresleti függvény $Q = 100 - \frac{p}{2}$. A piacon két nagyvállalat és egy kompetitív szegély termel, amit hat azonos technológiával termelő, árelfogadó vállalat alkot. A szegélyvállalatok együttes kínálati függvénye $Q = -20 + 2p$. A nagyvállalatok határköltsége azonos, $MC = 18$. Kezdetben a nagyvállalatok Cournot-módon viselkednek. Engedélyezi-e a szabályozó hatóság a két vállalat egyesülését (kartell módjára történő viselkedését), ha minden olyan fúziót jóváhagy, ami nem jár a Herfindahl-Hirschman-index növekedésével?

63. Tegyük fel, hogy az előző feladathoz hasonló helyzetben a szabályozó hatóság minden olyan fúziót engedélyez, ami nem jár a fogyasztói többlet csökkenésével. Engedélyezni fogja-e a két nagyvállalat egyesülését?

64. Egy piacon az inverz keresleti függvény $p = 1900 - 3Q$. A terméket négy vállalat termli. Az első és második vállalat költségfüggvénye $TC = 200q$, a harmadik és negyedik vállalat határköltsége $MC = 100$. A vállalatok Cournot-módon viselkednek. Az első két vállalat fuzionálni készül, az egyesült vállalat költségfüggvénye továbbra is $TC = 200q$ lenne.
   a) Engedni fogja-e a szabályozó hatóság a fúziót, akkor, ha minden olyan vállalategyesülést engedélyez, aminek hatására a Herfindahl-Hirschman-index nem nő 3000 fölé?
   b) A cégek érvelése szerint a termék közeli helyettesítője egy külföldi cég által termelt hasonló termék. Ebből 200 egység kerül a hazai piacra. Ha a szabályozó hatóság elfogadja, hogy a releváns piac magában foglalja a külföldi termelő importját, akkor engedélyezni fogja-e a fúziót?

11.3. Szabályozás, iparági koncentráció – Megoldások

Tesztkérdések

1. D	2. C	3. A	4. C	5. D	6. C	7. C	8. C	9. A	10. D
11. A	12. D	13. A	14. C	15. B	16. A	17. C	18. D	19. B	20. B
21. B	22. B	23. B	24. B	25. A	26. C	27. B	28. B	29. B	30. D
31. B	32. D	33. D	34. B	35. C	36. D	37. D	38. B	39. D	40. A
41. A	42. C	43. A	44. C	45. C	46. D	47. B	48. D	49. C	50. B
51. B	52. D	53. A	54. D	55. A	56. D	57. B	58. C	59. B	60. C
61. C	62. D	63. D	64. B						

Számítási feladatok

1. A $p = AC$ feltételből $Q = 11 \to p = 101$.
2. A szabályozás nélküli holtteherveszteség: $\frac{10 \cdot 50}{2} = 250$. Az átlagköltség alapú szabályozással a holtteherveszteség $\frac{5 \cdot 25}{2} = 62,5$. A kettő különbsége $187,5$, ami nagyobb, mint a 180 költség, azaz megéri az átlagköltségnek megfelelő árplafon bevezetése.
3. A dj profitja 1790 volt, a határköltség alapú szabályozással a vesztesége 1590, így összesen 3380 pénzegységet kell az önkormányzatnak számára biztosítani.
4. a) $\frac{1000}{Q} + 10 = 100 - 2Q$, $Q = 25$ releváns, $AC(25) = 50$, így $p = 50$.
   b) $p = MC$ esetén $Q = 45$, $p = 10$ lenne, $HTV = 400$.
5. $p = 10$, $Q = 45$. A támogatás összege megegyezik a fix költséggel, ami 1000.
6. $\triangle HTV = -700$

7. A monopolista ár $p_m = 42$, a termelés pedig $Q_M = 19$ lenne. Az előírásnak megfelelő p ár mellett a nettó fogyasztói többlet növekedése: $\Delta FT = 19 \cdot (42 - p) + \frac{(42-p)\cdot(40-0{,}5p-19)}{2} = 264$, ahonnan $p = 30$.
8. A határköltség alapú árazás mellett $Q = 240$ és $p = 480$, a monopólium vesztesége, amit meg kell téríteni: 900.
9. a) Igen, a határköltség alapú szabályozás esetén 150 egységgel nő a társadalmi jólét a szabályozás költségének levonása után.
   b) Ha $c = 450$, a társdalmi jólét növekedését kioltja a szabályozás költsége.
10. a) $p = AC$ alapján $Q = 85$ (a kisebb Q-hoz tartozó, de szintén a másodfokú egyenlet megoldásából kapott ár esetén, növelve az eladást csökkenne az ár, és profitra is szert tenne), $p_{AC} = 150$.
    b) A változó díj: $p = MC = 100$. Emellett a fogyasztói többlet (amennyiben keresleti függvénynek tekintjük a vevő megadott maximális ár–mennyiség-összefüggését): $FT = \frac{(1000-100)\cdot 90}{2} = 40\ 500$. A fix díj maximum akkora lehet, hogy a fogyasztó legalább az a) pontnak megfelelő fogyasztói többletet érjen el. Az a) pontbeli fogyasztói többlet: $FT = \frac{(1000-150)\cdot 85}{2} = 36\ 125$, így a fix díj $40\ 500 - 36\ 125 = 4\ 375$.
11. a) $p = 10$; Transzfer $= 1500$; $W = \frac{90(100-10)}{2} - 1500 = 2550$
    b) $p = 30$; Transzfer $= 0$; $W = \frac{70\cdot 70}{2} = 2450$
12. Átlagköltség-alapú szabályozásnál a monopólium 49,09 egységet termel, és az ár 101,82. A monopol vállalat átlagköltsége $AC(Q) = \frac{625}{Q} + 40 + Q$, melynek minimuma $Q = 25$ termelési szintnél van, és a minimális átlagköltség $AC(Q) = 90$. Azaz várható, hogy a monopóliummal teljesen azonos vállalat belép a piacra, és 25 egységet termelve 90 és 101,82 között határozza meg az egységárat, amivel profithoz jut, és megtöri a szabályozói egyensúlyt. A szóban forgó monopólium nem természetes monopólium, vagyis felszabdalása lehet eredményesebb (társadalmilag hatékonyabb), mint a szabályozása.
13. A monopólium profitmaximalizáló termelése $Q = 20$, ára $p = 30$, a holtteher-veszteség 200. Az átlagköltség-alapú szabályozással a termelt mennyiség meghatározása: $\frac{76}{Q} + 10 = 50 - Q$, melynek a nagyobb termelési szintű megoldása (ez a releváns) $Q = 38$. Az átlagköltség-alapú szabályozás esetén a holtteher-veszteség 2, melyhez hozzáadva a 15 egység költséget, amit az árplafon előírása okoz, még mindig jobban jár a társadalom, mint a monopólium esetén. Ebből a szempontból érdemes tehát akcióba lépnie a szabályozó
14. a) $\Pi = (150 - q_A)q_A + (80 - \frac{q_B}{2})\ q_B - 6000 - 10q_A - 10q_B$ maximumhelyét meghatározva, majd a két termelési értéket behelyettesítve a megfelelő inverz keresleti függvénybe: $q_A = 70,\ p_A = 80,\ q_B = 70,\ p_B = 45$.
    b) Maximalizáljuk a fogyasztói többletet, azzal a feltétellel, hogy a monopólium bevétele megegyezik a termelés költségével. A Lagrange-függvény:

$\pounds = \frac{(150-p_A)^2}{2} + (80-p_B)^2 +$
$+\lambda[p_A(150-p_A)+p_B(160-2p_B)-6000-10(150-p_A)-10(160-2p_B)]$
Az árak: $p_A = 50$, $p_B = 30$, a mennyiségek $q_A = 100$, $q_B = 100$.

c) $\frac{\frac{p_A-c}{p_A}}{\frac{p_B-c}{p_B}} = \frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A}$ összefüggés fennállását kell bizonyítani a b)-ben meghatározott értékekre. Az összefüggés fennáll: $\frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$.

d) $p = \frac{340 \pm \sqrt{340^2 - 12 \cdot 9100}}{6} \approx 43,3333$ (A kisebb árat alkalmazzák.)

e) $FT = \frac{(150-43,334)^2}{2} + (80-43,3343)^2 \approx 7033,3333$.

f) A Ramsey-árakhoz és mennyiségekhez tartozó fogyasztói többlet: $FT = \frac{100(150-50)}{2} + \frac{100(80-30)}{2} = 7500$. A fogyasztói többlet tehát Ramsey-árak mellett nagyobb.

15. a) A megoldás struktúrája ugyanaz, mint az előző feladatban, a konkrét megoldáshoz érdemes számítógépet használni. Lehet numerikusan próbálkozni $\frac{p_A-MC_A}{p_A} / \frac{p_A-MC_B}{p_B} = \varepsilon_B/\varepsilon_A$ összefüggés alapján is, közben persze a bevételt épp egyenlővé téve a költségekkel. $p_A = 4$; $p_B = 3,2$; $q_A = 10$, $q_B = 50$.

b) $\frac{\frac{p_A-c}{p_A}}{\frac{p_B-c}{p_B}} = \frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A}$ összefüggés fennáll, mert $\frac{2}{4} \div \frac{1,2}{3,2} = 2 \div \frac{3}{2}$.

16. a) $p \approx 43,45$.

b) $p_A \approx 44,29$ $p_B \approx 42,38$ Az a) pontbeli árnál a $FT \approx 3197,90 + 1339,52 = 4\ 537,42$, a Ramsey-árak esetén pedig: $FT \approx 3\ 103,60 + 1437,16 = 4540,76$. Vagyis a képzési elvnek megfelelően a Ramsey-árnál valóban nagyobb a fogyasztói többlet.

c) A határköltség alapú árazás mellett $q_A = 120$; $p_A = 40$ és $q_B = 100$; $p_B = 40$; $TR = 8800$; $TC = 9500$ többet termelnek, mint Ramsey árazás esetén, de a termelés veszteséges.

17. a) A Ramsey áraknak ki kell elégíteniük a következő összefüggést: $\frac{P_1-MC_1}{P_1}\epsilon_1 = \frac{P_2-MC_2}{P_2}\epsilon_2$, ahol a rugalmasságokat jelöltük ϵ-nal. Mivel a határköltség zérus, a fenti egyenlet szerint a két keresleti görbe rugalmassága azonos, és ez az adott keresleti görbéket tekintve azonos árakat jelent.

b) A $\frac{Q_1-2}{Q_1} = \frac{Q_2-1}{Q_2}$, a Ramsey-árak által a lineáris keresleti görbék esetén teljesítendő feltételből kiindulva $2Q_2 = Q_1$, ahonnan valóban $P_2 = P_1$. A bevétel épp meg kell hogy egyezzen a fix költséggel. Ebből a másodfokú egyenletből az alacsonyabb ár eredményez magasabb fogyasztói többletet, $p = 0,3317$.

18. a) Olcsóbb a szétválasztott termelés.

b) A lineáris költségfüggvény mellett mindegy, hogy hány vállalat termeli a két terméket, nincs szó kéttermékes természetes monopóliumról.

c) Kis termelési szintek esetén drágább, de nagy termelési szintek mellett olcsóbb a szétválasztott termelés.
Egyik esetben sem állt fenn a választékgazdaságosság, a magukra hagyott vállalatok előbb-utóbb szétválnak, és más vállalat termeli az x, mint az y terméket. Nem érdemes a kéttermékes monopólimnál szokásosan használt eszközöket, pl. a Ramsey-árazást alkalmazni.

19. a) Csúcsidőben a kapacitás és a fogyasztás együttes egységköltsége 3. Így a fogyasztás 7. Az alacsony fogyasztási időszakban az ár 1, és a fogyasztás 4.
    b) $\frac{(10-p)^2}{2} + \frac{(5-p)^2}{2} + (10-p)p + (5-p)p - (10-p)2 - (15-2p) \underset{p}{\rightarrow} max$ probléma megoldása $p = 2$
    c) A b)esetben ugyan nagyobb a fogyasztói többlet, de a profit negatív, így ezt az esetet csak a termelő szubvencionálása mellett lehet megvalósítani.
20. a) $p = 20$
    b) $p^{cs} = 20 + 30 = 50$ és $p^a = 20$
    c) Az alacsony kihasználtságú időszakban a fogyasztói többlet 200, amiből egy vendégre 10 egység jut. 20-as ár mellett a csúcsidőben egy vendégre 30 egység fogyasztói többlet jut. Vagyis az alacsony kihasználtságú időszakban 10 egység, a magas kihasználtságú időszakban 30 egység belépési díjat fognak kérni.
21. a) A profitmaximalizálási problémát megoldva: K=L=100, ROR=10%
    b) A maximum 2%-os megtérülési ráta szerint $\frac{(400-11\sqrt{L})11\sqrt{L}-100(L+121)}{121\ 000} \leq 0,02$. Ez alapján maximum kerekítve $L = 17,5$ lehetséges, bár a munka növelésével még lehetne növelni a profitot. A korábbi 10 000 profitérték helyett mindössze 2 439 egységnyi profitot biztosítva. A tőke és a munka aránya pedig 6,91 az optimális 1-gyel szemben.
22. a) A profitmaximalizálási problémát megoldva: K=L=100, ROR=10%
    b) Amennyiben $K \neq L$ akkor a monopólium csak a költségeit növeli a felesleges inputtal, a bevételét nem változtatja. $L = K$ esetén $K = 180$ mellett éri el a 2%-os megtérülési rátát, és ekkor a profitja 3600 egység. Amennyiben ehelyett pl. $L = 172$ és $K = 184$ inputmennyiségeket használ, akkor a 2%-nál valamivel kisebb megtérülési ráta mellett is 3616 egységnyi a profitja, miközben 12 egység tőkét teljesen feleslegesen vásárolt.
23. Az ársapka-szabályozás szerint az outputár százalékos változása nem lehet nagyobb, mint az inputár változása + az inputok volumenének változása - az output volumenének változása. Így maximum 10 százalékkal növelheti a vállalat az árat.
24. Az inputok ára várhatóan 7 százalékkal nő.
25. Tavaly $p = 75$ volt az ár. Az új ár: $0,72 \cdot 75 = 54$ lesz.
26. a) A 10 taxis együttes kínálati függvénye: $Q_{S_{10}} = 5p - 40$, piaci egyensúly $p = 40$, $Q = 160$, $q = 16$ út esetén van.
    b) Amennyiben nem korlátoznák a taxiengedélyek számát, akkor a taxisok a belépések hatására átlagköltségük minimumában termelnének, ami $q = 6$ és $AC(6) = 20$. Így azonban a keresleti függvényt tekintve 43,33 taxis működne, de csak egész számú taxis lehet. A 43 taxis együttes kínálati függvénye: $Q_{S_{43}} = \frac{43}{2}p - 4 \cdot 43$. Az egyensúlyi utak száma: $\approx 259,62$. A holtteherveszteség pedig:

$HTV \approx \frac{(40-15,44186)\cdot(259,62-160)}{2} \approx 1223,3$

27. a) $HTV = 450$.
    b) Minden egyes bentlévő porfitja 2100, így a lobbi tevékenységre fordítható összeg az iparágban 14 700.

28. Az új mennyiség $\frac{t}{2b}$-vel kisebb, az új fogyasztói ár $\frac{t}{2}$-lel nagyobb, az így okozott holtteherveszteség $\frac{t^2}{8b}$.

29. a) Mivel a monopólium emellett a szabályozási mód mellett hozzájut a teljes fogyasztói többlethez, érdekében áll a jólét maximalizálása.
    Így $p = MC = 40$-es árat szab, a támogatás pedig:
    $FT = \frac{460^2}{2} = 105\ 800$.
    b) Az előző pontban leírtak alapján a holtteherveszteség ezen a piacon 0, de a szubvenciót fedező adózás a gazdaság egy másik területén okoz holtteher-veszteséget.

30. A vállalat a profitjának megfelelő összeget hajlandó kifizetni, ami $\pi = 105\ 200$, a támogatás pedig a fogyasztói többlettel azonos, vagyis 105 800.

31. a) Az átlagköltség mindenütt csökken.
    b) $p = MC = 10$
    c) A b)-beli áron a fogyasztói többlet 120 050. Ebből levonva a fix költséget, a szolgáltató vállalat a b)-beli ár mellett éppen fedezi a költségeit, ha 20 050-et fizet a szolgáltató hatóságnak.

32. a) A nem tulajdonos vállalatnak a beruházása eredményezte bevételből csak $0,5 \cdot 50 = 25$ jut, a beruházás maga pedig 38 pénzegységbe került.
    b) Ha egyforma esélyt tulajdonítanak a vagyontárgy birtoklásának, úgy nem beruháznak. Annak nem kisebb a várható bevétele 38-nál, aki úgy véli, legalább 52 %-os valószínűséggel birtokolja a vagyontárgyat. Mind a ketten ugyanazon időszakban nem birtokolhatnak 52 %-nál nagyobb eséllyel.

33. Az összes esethez tartozó profitot kiszámoljuk. Az esetek: mindkettő beruházó; egyik beruházó, másik nem; a másik beruházó, az egyik nem; egyik se beruházó. Pl. ha $M1$ beruházó, $M2$ nem, akkor kivásárlás nélkül a profitok rendre: -0,75 és 12,25. Ha $M2$ kivásárolja a^*-ot, akkor a profitok: -1,5 és 13,5 értékűek lennének. $M1$ nem fog élni vásárlási jogával, mert akkor a profitja -13 lenne, még rosszabb, mintha belenyugodna $M2$ kivásárlásába. Azaz ennek a helyzetnek a profitjai rendre: -1,5 és 13,5. Az egyes lehetséges helyzetek kifizetéseit a következő normál forma tartalmazza:

		$M2$ beruházó	$M2$ nem
$M1$	beruházó	11,5; 12,5	-1,5; 13,5
	nem	11,5; 0,5	0; 0

A fenti játék kevert stratégiai egyensúlyai: $M2$ biztosan beruházó, és $M1$ 1/3 valószínűséggel, vagy annál bármely kisebb valószínűséggel beruházó. Ha nem beruházó egyáltalán, az is egyensúlyi helyzet.

34. a) A maximalizálási problémát az $0,58008e^{-0,58008n} \cdot 100 = 1$ egyenlet megoldása adja. $n = 7$.
    b) Addig lép be új vállalat a piacra, amíg $\frac{100(1-e^{-0,58008n})}{n} > 1$, innen egész számot tekintve $n = 99$ (majdnem 100).
    c) A vállalatok csak a saját egyéni költségüket és várható hasznukat veszik figyelembe, társadalmi szempontból túlzottan költséges a kutatás, túl sok vállalat lép be a piacra.

35. A nettó bevételek összegét R-rel jelölve, a költségek profitmaximumot eredményező nagysága $M = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{2}}$. Ekkor a várható profit: $\sqrt{R}(\sqrt{R}-\sqrt{2})$. Így a teljes nettó bevétel legalább 2 kell hogy legyen. Amennyiben az éves nettó bevétel r, akkor a szabadalmi idő legalább $2/r$ kell hogy legyen.

36. Jelöljük a teljes információs eset transzfereinek nagyságát TR_i-vel, ahol $i = A$, vagy M, az első (a fix költségtől eltekintve alacsony) és a második (magas) költségfüggvényhez tartozóan. $TR_A = 1500$ és $TR_M = 0$.
    A várható jólét értéke $W = 0,5\left[\frac{90^2}{2} - 1500\right] + 0,5\frac{70^2}{2} = 2500$.
    A vállalat részvételi korlátja,
    a $\Pi_A(p_A, TR_A) = (p_A - 10)(100 - p_A) - 1500 + TR_A \geqq 0$, illetve
    $\Pi_M(p_M, TR_M) = (p_M - 30)(100 - p_M) + TR_M \geqq 0$.
    Az ösztönzési korlátok
    $(p_A - 10)(100 - p_A) - 1500 + TR_A \geqq (p_M - 10)(100 - p_M) - 1500 + TR_M$,
    illetve $(p_M - 30)(100 - p_M) + TR_M \geqq (p_A - 30)(100 - p_A) + TR_A$.
    A fenti egyenletekből kapjuk, hogy $\Pi_A \geqq \Pi_M - 100$ és $\Pi_M \geqq \Pi_A - 300$.
    Ebből látszik, hogy a teljes informáltság melletti árszabályozás
    ($\Pi_A = \Pi_M = 0$) kielégíti mindkét feltételt, ugyanakkor a szabályozott árak és transzferek nem mondanak ellent sem az ösztönzési, sem a részvételi korlátoknak, ebből pedig az adódik, hogy a vállalat a típusának megfelelő árat és a hozzá tartozó transzfert fogja választani. Ezért ugyanakkora (várható) jólét érhető el aszimmetrikus esetben is, mint teljes informáltság mellett.

37. Teljes információs esetben $p_A = 10$ $TR_A = 1000$ $p_M = 30$ $TR_M = 0$.
    A várható jólét értéke $W = 0,5\left[\frac{90^2}{2} - 1000\right] + 0,5\frac{70^2}{2} = 2750$.
    Az ösztönzési korlátok a következőképpen alakulnak:
    $R_A \geqq R_M + 1000 - 20p_M$, illetve $R_M \geqq R_A - 1000 + 20p_A$. Látható, hogy az alacsony határköltségű vállalat esetén az ösztönzési korlát nem teljesül a hatékony árak mellett. Ekkor az aszimmetrikus információs esethez tartozó szabályozás esetén bármelyik monopólium a $p_M = 30$, $TR_M = 0$-t választja, így a jólét a következőképpen alakul:
    $W = \frac{70^2}{2} + \frac{[(30-10)70-1000]}{2} = 2650 \prec 2750$. Nem érhető tehát el a teljes információs eset (várható) jóléte.

38. a)

		V állalat	
		Valódi költséget ad meg	Hamis költséget ad meg
Szabályozó	Gyűjt adatokat	150;0	350;-200
	Nem gyűjt	450;0	0;900

b) A tiszta stratégiák halmazán nincs egyensúly.
c) Az extra adatgyűjtés valószínűségét jelölje p_1. A valódi költségek megadását jelölje p_2. A kevert egyensúly: $p_1 = \frac{9}{11}$, $p_2 = \frac{7}{13}$.

39. Az 1-es piacon: $C4 = 100 \cdot \frac{100}{500} + 100 \cdot \frac{100}{500} + 100 \cdot \frac{100}{500} + 100 \cdot \frac{100}{500} = 80$, $HHI = (100 \cdot \frac{100}{500})^2 + (100 \cdot \frac{100}{500})^2 + (100 \cdot \frac{100}{500})^2 + (100 \cdot \frac{100}{500})^2 + (100 \cdot \frac{100}{500})^2 = = 2000$; a 2-es piacon $C4 = 80$, $HHI = 3850$.

40. a) $C3 = 90$.
b) $HHI = 2750$.

41. $HHI = (\frac{100x}{x+30})^2 + 3 \cdot (\frac{100 \cdot 10}{x+30})^2 = 2800$. A vállalat termelése $x = 20$ egység, így a részesedése 40%.

42. Az iparágban 5, egyenként 20%-os részesedéssel rendelkező vállalat tevékenykedik, így a $HHI = 2000$.

43. $x(\frac{100}{x})^2 = 2500$, amiből $x = 4$.

44. 35%.

45. A három legnagyobb vállalat részesedése: 40%, 25%, 20%. $HHI = 2850$.

46. A piaci részesedések: 25%, 20%, 15%, 10%, 10%, 10%, 10%. Vagyis a legnagyobb vállalat piaci részesedése 25%.

47. $\triangle HHI = -7500$.

48. 2400.

49. a) $HHI = 4940,72$ mindkét országban, amely azonos koncentrációra utal.
b) Az első országban a kétvállalatos koncentráció 99,4%, a másodikban pedig csak 88,4%.
c) A HHI szerint a két országban a kérdéses piacon azonos a koncentráció, a koncentrációs ráta alapján viszont az első országban az első két vállalat piaci részesedése több mint 10 százalékponttal több, mint a másikban, azaz meglehetősen eltér a két piaci struktúra.

50. Mivel a $C1$-es mutató értéke 100, ezért egy vállalat van a piacon. A monopólium határköltsége a határbevételével egyezik meg: $MC = 10$. Így $\mathcal{L} = \frac{2}{3}$.

51. A Cournot-vállalat optimumában: $MR(q) = MC(q)$. A Cournot-vállalat határbevétele: $p'(Q) \cdot q + p(Q)$. Az árrés tízezerszeresének árral osztott értéke az optimumban:
$10\,000 \cdot \frac{p-MC}{p} = 10\,000 \cdot \frac{p'(Q) \cdot q}{p} = 10\,000 \cdot \frac{p'(Q)}{p} \cdot Q \cdot \frac{q}{Q} = -10\,000 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{n}$.
Innen $\sum_{i=1}^{n} (10\,000 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{p-MC}{p}) = -\frac{\sum_{i=1}^{n} (100 \cdot \frac{1}{n})^2}{\varepsilon} = -\frac{HHI}{\varepsilon}$.

52. a) Cournot: $q_1 = q_2 = 25$, $HHI = 5000$; Stackelberg: $q_1 = \frac{200}{7}$, $q_2 = \frac{500}{21}$, $HHI = 5041,32$
b) A Stackelberg-duopólium mellett kisebb a holtteher-veszteség.

53. a) Cournot: $q_1 = 87,5$, $q_2 = 65$, $HHI = 5108,84$;
b) $q_1 = \frac{350}{3}$, $q_2 = \frac{160}{3}$, $HHI = 5693,96$
c) $q_1 = \frac{230}{3}$, $q_2 = \frac{260}{3}$, $HHI = 5018,74$

54. a) Q=300, így a négy legnagyobb vállalat 270-et termel. Tehát csak 6 vállalat van a piacon. A kibocsátások: 135, 45, 45, 45, 18, 12. HHI=2752.
    b) A vízszintes tengelyen a vállalatok sorszáma, a függőleges tengelyen a kumulált piaci részesedés szerepel. Az első vállalat pontja 45 %-nél van, innen megtörik az egyenes szakasz, és a negyedik vállalatig egy laposabb egyenes szakasz következik, melynek végpontja 90 %-nál van, majd az ötödik vállalat pontja 96 %-nál van, illetve a hatodik vállalatnál éri el a grafikon vonala a 100 %-ot.
55. Q=400, így a három legnagyobb vállalat termelése 160, 120 és 40. Ez azt jelenti, hogy összesen 5 vállalat van a piacon, és a három legkisebb egyaránt 40 egységet termel. HHI=2800.
56. a) 25%
    b) A vízszintes tengelyen a vállalatok sorszáma, a függőleges tengelyen a kumulált piaci részesedés szerepel.A második vállalat pontja pl. 55 % magasságában van.
57. a) $HHI = 5\ 000$, $L = 0,6666,6666$.
    b) $HHI = 3\ 333,33$, $L = 0,6$.
    c) $HHI = \frac{10\ 000}{n}$, $L = \frac{600}{100n+700}$
58. Mindkét alpontban a külön-külön termelő vállalatok profitjának összege: $2 \cdot (800 - F)$, a fuzionált vállalat profitja: $1800 - F$, a külön termelő vállalatok esetén a fogyasztói többlet: 1600, a fuzionált vállalat esetében pedig 900.
    a) Igen, mivel a jólétnövekedés meghaladja a fix költséget.
    b) Nem, ugyanis a jólétnövekedés alacsonyabb, mint egy vállalat fix költsége.
59. Lásd az előző feladathoz írt magyarázatot. $F_{\min} = 500$
60. Fúzió előtt egy vállalat piaci részesedése 20%, fúzió után 25%. Így $\triangle HHI = 500$, azaz nem engedélyezik a fúziót.
61. Nem jöhet létre a fúzió, ugyanis a HHI másfélszeresére növekedne. (Fúzió nélkül 3333,333 lenne, fúzióval 5000.)
62. Cournot esetben $q_1 = q_2 = 25$. Egy szegélyvállalat termelése $q_{sz} = 6$. $HHI = 1982,15$. Kartell esetén $q_1 = q_2 = 18,75$. Egy szegélyvállalat termelése $q_{sz} = \frac{46}{6}$. $HHI = 1514,27$.
63. A fogyasztói többlet Cournot esetben 7396, kartell estén 6972,25.
64. a) Az egyesülés utána a kibocsátások: $125, \frac{475}{3}, \frac{475}{3}$. $HHI = 3371,31$.
    b) Ha az importot egy extra termelő piaci jelenléteként értékelik, akkor van egy negyedik termelő, akinek a kibocsátása 200. $HHI = 2568,73$.

12. fejezet

Általános egyensúly

Általános egyensúlyi fejezetünkben a mikroökonómiában általában szokásos kérdéseken, a piaci szereplők viselkedésén és az egypiacos egyensúlyokon túlmutatva a gazdaság egészének egyensúlyi helyzetét vizsgáljuk. Tesztkérdéseink szokásos módon a témakör alapösszefüggéseire vonatkoznak, számítási feladatainkat pedig ebben a fejezetben három nagyobb csoportra lehet osztani. Először a fogyasztási Edgeworth-doboz különböző pontjait kell meghatároznia az olvasónak. Nem foglalkoztunk külön a termelési Edgeworth-dobozzal, mert ott is ugyanilyen struktúrájú feladatokat készíthettünk volna. A fogyasztási Edgworth-dobozhoz kapcsolódó példáink azonban akár a fogyasztáselméleti fejezet folytatásaként is használhatóak, különös tekintettel a sok speciális hasznossági függvényre, amelyekhez kapcsolódóan a fogyasztói optimumot is meg kell határozni. Számítási feladataink második csoportja a transzformációs görbéhez (a termelési lehetőségek határgörbéjéhez) kapcsolódik, és ezeknek a feladatoknak a többségében nem csak az optimális termelési, hanem az optimális fogyasztási pontokat is ki kell számolni. A számítási feladatok harmadik csoportja pedig már kimondottan az általános egyensúlyi kérdésekkel foglalkozik, a társadalom tagjai termelnek és fogyasztanak, és ezt úgy kell megvalósítani, hogy az egész gazdaság egyensúlyba kerüljön. Számítási feladataink ezen blokkjában kifejezetten nehéz problémákkal is találkozhat az érdeklődő olvasó.

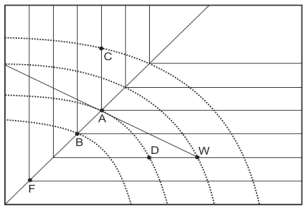
12.1. Tesztkérdések

1. A fogyasztási Edgeworth-dobozban a szerződési görbe
   a) a cserében részt vevő piaci szereplők által megvásárolható jószágkombinációkat tartalmazza;
   b) mentén a cserében részt vevő piaci szereplők kereslete éppen megegyezik az indulókészletükkel;
   c) egyik pontjából a másikba való áttérés mindkét szereplő számára kölcsönösen előnyös;
   d) mentén, ha az egyik piaci szereplő hasznossága csökken, akkor a másiké növekszik.

2. A gazdaság magja
   a) a fogyasztási Edgeworth-dobozban az induló allokációhoz képest Pareto-hatékony pontok halmaza;
   b) a termelési Edgeworth-dobozban csupa olyan inputallokációt jelent az induló inputelosztáshoz képest, melyek segítségével az adott technológia mellett legalább az egyik termékből többet termelnek, miközben a többi termék termelése se csökken;
   c) bármelyik Edgeworth-dobozról is van szó, azonos a szerződési görbe egy darabjával.
   d) Mindegyik fenti válasz helyes.
3. Tiszta cseregazdaságban a piaci szereplők nettó keresletei
   a) a folyó árak mellett birtokolni kívánt mennyiségek és az eladni kívánt mennyiségek különbsége;
   b) a folyó árak mellett birtokolni kívánt mennyiségek és a kezdőkészletek különbsége;
   c) nem térhetnek el egymástól általános egyensúlyban;
   d) a bruttó keresletek adóval csökkentett összege.
4. A rendelkezésre álló jószágmennyiségek egy elosztását Pareto-hatékonynak nevezzük, ha
   a) minden szereplőnek a jószágmennyiségek alapján lehetséges maximális hasznosságot biztosítja;
   b) már senkinek a helyzetén nem tudunk úgy javítani, hogy valamelyik másik szereplő helyzete ne romlana;
   c) a piaci szereplők nettó keresletének összege megegyezik nettó kínálatuk összegével;
   d) kielégíti a piaci szereplők költségvetési korlátját.
5. Az aggregált túlkeresletek összege zérus.
   a) A fenti állítás a jóléti közgazdaságtan első tétele.
   b) A fenti állítás a jóléti közgazdaságtan második tétele.
   c) A fenti állítás a Walras-törvény.
   d) A fenti állítás a kereslet törvénye.
6. A fogyasztási Edgeworth-dobozt tekintve, az alábbi összefüggés a szerződési görbe mentén teljesül, és csak ott:
   a) Az általános egyensúlyi allokációhoz tartozó, különböző piaci szereplőkre vonatkozó közömbösségi görbéknek pontosan két közös pontja van.
   b) A fogyasztók a költségvetési egyenesen választották a számukra optimális jószágkombinációt.
   c) A Walras-törvényben meghatározott összefüggés.
   d) Amennyiben két piac van, akkor a két piac közül az egyik piacon a kereslet megegyezik a kínálattal.
7. A kialakult általános egyensúly árainak számszerű meghatározásakor
   a) minden termék ára endogén módon határozódik meg;
   b) az egyik termék ára tetszőlegesen megválasztható;
   c) minden termék fogyasztott mennyisége exogén módon határozódik meg;
   d) az egyik termék fogyasztott mennyisége tetszőlegesen megválasztható.

8. A jóléti közgazdaságtan első tétele
   a) szerint bizonyos feltételek teljesülése esetén a tiszta cseregazdaságban kialakuló egyensúly a szerződési görbén található;
   b) szerint az egyéni optimalizálás biztosítja a Pareto-hatékony elosztást bármilyen rögzített (nem változtatható) árrendszer mellett;
   c) szerint a piaci szereplők közömbösségi görbéi soha nem érintik egymást;
   d) szerint a fogyasztók optimális döntése a költségvetési egyenesükön (csereegyenesükön) van.
9. A jóléti közgazdaságtan második tétele
   a) szerint a szabadjára hagyott versenyzői gazdaság bizonyos feltételek teljesülése esetén végül egy Pareto-hatékony állapotba jut;
   b) csak konkáv preferenciákat feltételezve teljesül;
   c) bizonyos feltételek mellett a Pareto-hatékony allokációk megvalósíthatóságát garantálja versenyzői gazdaságban;
   d) szerint a nettó keresletek összege zérus.
10. Általános egyensúlyban
   a) a jószágok árai egyenlőek;
   b) a jószágok relatív, és nem abszolút árai a mérvadóak;
   c) az árak tetszőlegesen megválaszthatók;
   d) az árak aránya állandó.
11. Egy kétszereplős tiszta cseregazdaságban az 1. fogyasztó hasznossági függvénye $U_1(x_1, y_1) = x_1 y_1$, a 2. fogyasztóé $U_2(x_2, y_2) = \min\{2x_2, y_2\}$. Az 1. fogyasztó indulókészletében a két jószágból 7–7 egységnyi van. A 2. fogyasztó indulókészlete 5 egységnyi x jószág és 10 egységnyi y jószág. Ahhoz, hogy a szerződési görbére kerüljenek,
   a) az egyik fogyasztónak valamennyi x jószágot kell adnia ugyanolyan mennyiségű y jószágért cserébe;
   b) az egyik fogyasztónak valamennyi x jószágot kell adnia feleannyi y jószágért cserébe;
   c) az egyik fogyasztónak valamennyi x jószágot kell adnia kétszer annyi y jószágért cserébe;
   d) a fogyasztóknak semmit sem kell tenniük, mert az induló allokáció rajta van a szerződési görbén.
12. Károly hasznossági függvénye $U_K(a_K, b_K) = a_K + b_K$, Vilmos hasznossági függvénye $U_V(a_V, b_V) = a_V b_V^2$. Egy adott Pareto-hatékony elosztásban Károly és Vilmos is 16–16 egységnyit fogyaszt az a jószágból.
   a) Ebben az elosztásban Vilmos 32 egységnyi b jószágot fogyaszt.
   b) Ebben az elosztásban Vilmos 16 egységnyi b jószágot fogyaszt.
   c) Ebben az elosztásban Vilmos 8 egységnyi b jószágot fogyaszt.
   d) Ebben az elosztásban Vilmos 4 egységnyi b jószágot fogyaszt.
   e) A rendelkezésre álló információk alapján nem lehet megmondani, mekkora Vilmos fogyasztása a b jószágból.

13. Károly hasznossági függvénye $U_K(x_K, y_K) = x_K y_K$, Vilmos hasznossági függvénye $U_V(x_V, x_V) = \min\{x_V, 2y_V\}$. Ha egy adott Pareto-hatékony elosztásban az x jószágból ugyanannyit fogyasztanak és mindketten mindkét jószágból pozitív mennyiséget fogyasztanak, akkor
    a) az y jószágból Károly ugyanakkora mennyiséget fogyaszt, mint Vilmos.
    b) az y jószágból Károly feleannyit fogyaszt, mint Vilmos.
    c) Vilmos fogyasztása az y jószágból feleakkora, mint az x jószágból.
    d) Vilmos fogyasztása az y jószágból kétszer akkora, mint az x jószágból.
14. Péternek és Pálnak egyaránt 15–15 almája és 15–15 banánja van. Péter hajlandó 3 almát adni 2 banánért, vagy 2 banánt adni 3 almáért. Pál bármennyi almát hajlandó elcserélni ugyanannyi banánra, és bármennyi banánt ad ugyanannyi almáért. Ha lehetőségük van a cserére, akkor
    a) Péter ad almát Pálnak banánért cserébe;
    b) Péter ad banánt Pálnak almáért cserébe;
    c) nem cserélnek, mert a szerződési görbén vannak.
    d) Ennyi információ alapján nem lehet megállapítani, hogy cserélnek-e.
15. Tekintsük az alábbi ábrát:



    Az ábrán az 1. fogyasztó közömbösségi görbéit folytonos vonallal, a 2. fogyasztó közömbösségi görbéit szaggatott vonallal jelöltük. Mindkét fogyasztó számára a több bármelyik jószágból egyértelműen jobb. Tegyük fel, hogy az induló allokáció az ábrán W-vel jelölt elosztás. Az ábrán az A, B, C, D, F betűvel jelölt elosztások közül, Pareto-javítást eredményező csere révén – még nem feltétlen végső allokációként – melyekbe juthatnak el a fogyasztók?
    a) Csak az A pontba.
    b) Csak az A, B, F pontba.
    c) Csak az A, B, D pontba.
    d) Csak az A, B pontba.
16. Az előző feladat ábráján a betűvel jelzett allokációk közül melyek vannak rajta a szerződési görbén?
    a) A, B, F
    b) A, B
    c) A
    d) A, B, D, W
    e) A, B, D

17. Ha W az induló elosztás a 15. feladat ábráján, akkor a betűvel jelzett allokációk közül mely(ek) az(ok) az egyensúlyi allokáció(k), ahova a két szereplő eljuthat?
    a) A
    b) A, B
    c) A, B, F
    d) A, D

18. Egy adott allokációban az egyik fogyasztónak nem létezik helyettesítési határrátája.
    a) Ez az allokáció nem lehet Pareto-hatékony.
    b) Amennyiben a szóban forgó fogyasztó tökéletesen kiegészítő preferenciákkal rendelkezik, akkor ez az allokáció akár még Pareto-hatékony is lehet.
    c) Amennyiben a szóban forgó fogyasztó a kérdéses allokációban az egyik jószágból semmit se fogyaszt, akkor ez az allokáció akár még Pareto-hatékony is lehet.
    d) A fentiek közül csak az egyik válasz nem helyes.

19. Klára egy szilvásgombócot 10 perc, egy túrógombócot 8 perc alatt készít el. Lenke mind a szilvásgombócot, mind a túrógombócot 9 perc alatt készíti el. Ekkor
    a) Klárának komparatív előnye van a szilvásgombóc készítésében;
    b) Klárának abszolút előnye van mindkét tevékenységben;
    c) Lenkének komparatív előnye van a szilvásgombóc készítésében;
    d) Lenkének abszolút előnye van mindkét tevékenységben.

20. Jónás és Tóbiás saját készítésű palacsintát és lángost árul. Jónás egy óra alatt 20 palacsintával vagy 15 lángossal készül el. Tóbiás egy óra alatt 16 palacsintát vagy 18 lángost tud megsütni. Ekkor
    a) Jónásnak komparatív előnye van a palacsintasütésben;
    b) Jónásnak abszolút előnye van mindkét tevékenységben;
    c) Tóbiásnak komparatív előnye van a palacsintasütésben;
    d) Tóbiásnak abszolút előnye van mindkét tevékenységben.

21. Nóra és Lili virágcsokrokat és koszorúkat készít. Erre a két tevékenységre mind a ketten összesen 8 órát szánnak naponta. Nóra egy csokrot 20 perc, egy koszorút 2 óra alatt készít el. Lili napi termelési lehetőségeinek határa a $k = \sqrt{25 - c}$ egyenlettel írható le, ahol c jelöli az elkészülő csokrok, k a koszorúk számát.
    a) Lilinek komparatív előnye van a csokrok készítésében, ha naponta 16-nál több csokrot készít.
    b) Lilinek komparatív előnye van a csokrok készítésében, ha naponta 16-nál kevesebb csokrot készít.
    c) Lilinek komparatív előnye van a csokrok készítésében, ha naponta 9-nél több csokrot készít.
    d) Lilinek komparatív előnye van a csokrok készítésében, ha naponta 9-nél kevesebb csokrot készít.

22. A termelési lehetőségek határának meredeksége (tegyük fel, hogy a meredekség mindenütt megadható)
    a) megmutatja, hogy optimumban az egyik input egy egysége a másik input hány egységével helyettesíthető;
    b) mindig egyenlő a fogyasztók adott készletek melletti Pareto-hatékony allokációhoz tartozó helyettesítési határarányával (tegyük fel, a kérdéses pontban mindig létezik a helyettesítési határarány);
    c) az általános egyensúlyban egyenlő a tényezők határtermékével;
    d) az általános egyensúlyban megegyezik a fogyasztók költségvetési egyenesének meredekségével.
23. Peti és Panni ceruzarajzokat és festményeket készít. Peti egy óra alatt egy rajzot vagy két festményt tud elkészíteni. Panni egy rajzzal 40 perc alatt, egy festménnyel egy óra alatt készül el. Peti és Panni naponta legfeljebb 4 órát tölt festéssel és rajzolással. Ha a vízszintes tengelyen az egy nap alatt elkészülő rajzok, a függőleges tengelyen a festmények számát mérjük, akkor az együttes termelési lehetőségek halmazának határa
    a) egy görbe vonal, amely a vízszintes tengelyt a 10, a függőleges tengelyt a 12 pontban metszi;
    b) egy egyenes vonal, amely a vízszintes tengelyt a 10, a függőleges tengelyt a 12 pontban metszi;
    c) egy egyenes szakaszokból álló töröttvonal, amely a vízszintes tengelyt a 10, a függőleges tengelyt a 12 pontban metszi és töréspontja a $(6, 8)$ pontban van;
    d) egy egyenes szakaszokból álló töröttvonal, amely a vízszintes tengelyt a 10, a függőleges tengelyt a 12 pontban metszi és töréspontja a $(4, 4)$ pontban van.
24. Nóra és Lili virágcsokrokat és koszorúkat készít. Erre a két tevékenységre összesen Nóra és Lili is naponta 8–8 órát szán. Nóra egy csokrot 15 perc, egy koszorút 20 perc alatt készít el. Lili napi termelési lehetőségeinek határa a $k = \sqrt{16 - c}$ egyenlettel írható le, ahol c jelöli az elkészülő csokrok, k a koszorúk számát. Ha a vízszintes tengelyen a csokrok, a függőleges tengelyen a koszorúk számát mérjük, akkor az együttes termelési lehetőségek halmazának határa
    a) egy konvex görbe, amely a vízszintes tengelyt a 48, a függőleges tengelyt a 28 pontban metszi;
    b) egy egyenes vonal, amely a vízszintes tengelyt a 48, a függőleges tengelyt a 28 pontban metszi;
    c) egy egyenes szakaszokból álló töröttvonal, amely a vízszintes tengelyt a 48, a függőleges tengelyt a 28 pontban metszi;
    d) egy konkáv görbe, amely a vízszintes tengelyt a 48, a függőleges tengelyt a 28 pontban metszi.

25. Az általános egyensúlyban (feltéve, hogy az alább megjelölt határráták léteznek)
    a) a transzformációs határráta egyenlő a fogyasztók helyettesítési határrátájával;
    b) a fogyasztók helyettesítési határrátája egyenlő a technikai helyettesítés határrátájával;
    c) a fogyasztók költségvetési egyenesének meredeksége egyenlő a technikai helyettesítés határrátájával;
    d) az egyes fogyasztók költségvetési egyenese nem feltétlenül ugyanakkora meredekségű, de minden fogyasztó helyettesítési határrátája megegyezik saját költségvetési egyenesének meredekségével.
26. Ha Piszkos Frednek abszolút előnye van gonosz tervek szövögetésében és kasszafúrásban is Fülig Jimmyvel szemben, akkor biztos, hogy
    a) mindkettőben komparatív előnye is van;
    b) egy kettőjükből álló bűnbandában a banda számára a legjobb, ha mindkét tevékenységet Piszkos Fred végzi;
    c) egy kettőjükből álló bűnbandában a banda számára a legjobb, ha mindkét tevékenységet Fülig Jimmy végzi;
    d) Fülig Jimmynek vagy gonosz tervek szövögetésében, vagy kasszafúrásban komparatív előnye van.
27. Ha Fülig Jimmynek abszolút előnye van verekedésben, de Piszkos Frednek abszolút előnye van mások felidegesítésében és egy kettőjükből álló bandának az a célja, hogy minél több embert megverjenek vagy felidegesítsenek, akkor
    a) Piszkos Frednek komparatív előnye van verekedésben;
    b) Fülig Jimmy-nek komparatív előnye van verekedésben;
    c) Fülig Jimmy-nek komparatív előnye van mások felidegesítésében;
    d) a banda számára az a legjobb, ha Fred verekedésre, Jimmy pedig mások felidegesítésére szakosodik.
28. Ha fél óra alatt Tuskó Hopkins képes 10 trágár viccet kitalálni vagy 3 nőt elcsábítani, míg Senki Alfonz ugyanennyi idő alatt csak 6 trágár viccet tud kitalálni, de 8 nőt is képes elcsábítani, akkor melyik válasz nem igaz?
    a) Tuskó Hopkinsnak abszolút előnye van trágár viccek kitalálásában.
    b) Senki Alfonznak komparatív előnye van a nők elcsábításában.
    c) Senki Alfonznak abszolút előnye van a nők elcsábításában.
    d) Tuskó Hopkinsnak másban van komparatív előnye, mint amiben abszolút előnye.

29. Melyik állítás igaz?
    a) Ha két ember közül, akik kétféle tevékenységet végeznek, az egyiknek komparatív előnye van valaminek a termelésében, akkor abszolút előnye is van ugyanannak a termelésében.
    b) Ha két ember közül, akik kétféle tevékenységet végeznek, az egyiknek abszolút előnye van valaminek a termelésében, akkor komparatív előnye is van ugyanannak a termelésében.
    c) Két ember közül, akik kétféle tevékenységet végeznek, az egyiknek lehet mindkettőben komparatív előnye.
    d) Két ember közül, akik kétféle tevékenységet végeznek, az egyiknek lehet mindkettőben abszolút előnye.

30. Jamie és Aladdin országának lehetősége van kereskednie egymással. Jamie országa egy év alatt minden termelőkapacitását felhasználva 500 liter kólát vagy 100 hordó kőolajat, míg Aladdin országa 200 liter kólát vagy 1000 hordó kőolajat képes előállítani. Ekkor, ha a termelt kőolaj mennyiségét a vízszintes és a termelt kóla mennyiségét a függőleges tengelyen ábrázoljuk, akkor
    a) Jamie országának transzformációs határaránya $-1/5$;
    b) Aladdin országának transzformációs határaránya $-1/5$;
    c) Aladdin országának komparatív előnye van mindkét termék termelésében;
    d) ha a két ország kereskedik egymással, akkor a termelési lehetőségeik szűkülnek.

31. Jamie és Aladdin országának lehetősége van kereskednie egymással. Jamie országa egy év alatt minden termelőkapacitását felhasználva 500 liter kólát vagy 100 hordó kőolajat, míg Aladdin országa 200 liter kólát vagy 1000 hordó kőolajat képes előállítani. Tegyük fel, hogy Aladdin országában egy tudós új kólatermelő technológiát fejleszt ki, amelynek következtében az éves kólatermelő kapacitás 600 liter lesz, miközben minden egyéb feltétel változatlan marad.
    a) Ekkor Aladdin országának nem érdemes már kereskedelmet folytatnia Jamie országával.
    b) Ekkor Aladdin országának mindenképpen érdemes kólát is és kőolajat is gyártania.
    c) Ekkor Aladdin országának abszolút előnye van kőolajtermelésben.
    d) Ekkor Aladdin országának komparatív előnye van kólatermelésben.

32. Jamie és Aladdin országának lehetősége van kereskednie egymással. Jamie országa egy év alatt minden termelőkapacitását felhasználva 500 liter kólát, vagy 100 hordó kőolajat, míg Aladdin országa 200 liter kólát, vagy 1000 hordó kőolajat képes előállítani. A két ország együttes termelési lehetőségeinek határa
    a) konkáv, ha a két ország kereskedik egymással;
    b) konvex, ha a két ország kereskedik egymással;
    c) határán nincsen töréspont;
    d) határán a transzformációs határráta minden pontban értelmezhető.

33. Ha a termelési lehetőségek határát a $y = 10 - x^2$ ábrázolja, akkor
    a) a technikai helyettesítési arány megegyezik a termelési lehetőségek határa görbe meredekségével;
    b) a termelési lehetőségek halmaza konvex;
    c) a transzformációs határarány pozitív;
    d) a szerződési görbe negatív meredekségű.
34. Termeléssel bővített cseregazdaságban, nem egyensúlyi helyzetben
    a) a keresett javak összértéke mindig megegyezik a kínált javak összértékével;
    b) nem teljesül a Walras-törvény;
    c) a transzformációs határarány nem lehet egyenlő a helyettesítési határarányokkal;
    d) nem találunk Pareto-hatékony elosztást.
35. A termeléssel bővített cseregazdaságban általános egyensúly csak akkor áll fenn, ha (feltételezzük, hogy az alábbi határarányok léteznek)
    a) a fogyasztók helyettesítési határarányai mind megegyeznek a megfelelő transzformációs határarányokkal;
    b) a fogyasztók közömbösségi görbéi érintik a transzformációs görbét;
    c) a transzformációs határarány abszolút értékben megegyezik az inputok árarányával;
    d) a termékek határköltségének aránya abszolút értékben megegyezik a technikai helyettesítés határarányával.
36. Melyik nem a Walras-törvény alternatív megfogalmazása?
    a) Ha $n - 1$ piac kitisztul (vagyis az adott áron a keresett mennyiség épp megegyezik a kínált mennyiséggel), akkor az n-edik is kitisztul.
    b) A piacokon keresett és kínált javak összértéke megegyezik.
    c) A piacokon keresett és kínált javak összmennyisége megegyezik.
    d) Az aggregált túlkeresletek értékének összege megegyezik az aggregált túlkínálatok értékének összegével.
37. A termeléssel bővített cseregazdaságban az általános egyensúly meghatározásakor
    a) kétszer annyi független egyenletet kell megoldani, mint ahány ismeretlenünk van;
    b) annyi ismeretlenünk van, ahány termékünk;
    c) az egyik árat szabadon meghatározhatjuk;
    d) az egyes termékek árai a túlkeresletük nagyságával arányosak lesznek.
38. A termeléssel bővített cseregazdaságban
    a) mindig létezik általános egyensúly;
    b) mindig teljesül a Walras-törvény;
    c) mindig csak egyetlen egyensúlyi pont létezik;
    d) az egyensúlyi állapotban minden fogyasztó biztosan rendelkezik valamekkora nagysággal minden termékből.

39. A jóléti közgazdaságtan második tétele szerint a termeléssel bővített cseregazdaságban
    a) minden egyensúlyi pont Pareto-hatékony;
    b) egyensúlyban a keresett és kínált javak összes mennyisége minden piacon megegyezik;
    c) minden Pareto-hatékony állapot lehet egyensúlyi állapot (bizonyos feltételek teljesülése mellett, és megfelelő induló állapotot választva);
    d) ha $n-1$ piacon naturális egyensúly van, akkor az n-edik piacon is megegyezik a keresett és kínált mennyiség.
40. A termeléssel bővített cseregazdaságban
    a) a transzformációs görbe minden pontja lehet egy fogyasztási Edgeworth-doboz csúcspontja;
    b) általános egyensúlyban minden szereplő az abszolút előnyei szerint specializálódik;
    c) egyensúlyban a csereegyenes érinti a transzformációs görbét;
    d) a fogyasztók egyensúlyi elosztáshoz tartozó hasznossági értékei megegyeznek.
41. A haszonlehetőségek határgörbéje
    a) hasonló módon kapcsolódik a fogyasztási Edgeworth-dobozhoz, mint ahogy a transzformációs görbe a termelési Edgeworth-dobozhoz;
    b) az adott készlet Pareto-hatékony elosztási pontjaihoz tartozó hasznossági értékek görbéje;
    c) függ attól, hogy mekkora a fogyasztók számára rendelkezésre álló elosztható jószágmennyiség.
    d) Mindegyik fenti állítás helyes.
42. A haszonlehetőségek nagy határgörbéje
    a) segítségével meg lehetne határozni a hasznosság társadalmi szempontból optimális elosztását a fogyasztók közt, ha egyértelműen tudnánk társadalmi jóléti függvényt konstruálni;
    b) a haszonlehetőségek határgörbéjének külső burkolója;
    c) megegyezik az origóhoz legközelebbi ponttal rendelkező haszonlehetőségek határgörbéjével.
    d) A fentiek közül csak egyetlen válasz helytelen.
43. Nemkonvex technológia esetén
    a) soha nem létezik piaci egyensúly;
    b) biztosan nem teljesül a jóléti közgazdaságtan második tétele;
    c) soha nem létezik az inputok Paerto-hatékony allokációja.
    d) Mindegyik fenti válasz helyes.

44. Amennyiben a fogyasztókat megadóztatják, akkor
    a) a gazdaság biztosan marad a fogyasztás szerződési görbéjén, legfeljebb átkerül a szerződési görbe egy másik pontjára;
    b) mennyiségi adó esetén a gazdaság biztosan lekerül a fogyasztás szerződési görbéjéről;
    c) ha csak a kék szemű fogyasztókat adóztatják meg egy rögzített összeggel, akkor a gazdaság biztosan nem kerül le a fogyasztás szerződési görbéjéről, legfeljebb átkerül annak egy másik pontjába;
    d) értékadó esetén a gazdaság biztosan lekerül a fogyasztás szerződési görbéjéről.
45. Tegyük fel, hogy ismerjük a haszonlehetőségek nagy határgörbéjét. Ekkor
    a) a Pareto-hatékonyság fogalmát felhasználva meghatározhatnánk a társadalmi optimumot;
    b) pozitív közgazdaságtani elvek segítségével meghatározhatnánk a társadalmi optimumot;
    c) normatív közgazdaságtani fogalmakkal dolgozva meghatározhatnánk a társadalmi optimumot.
    d) Mindhárom fenti állítás igaz.

12.2. Számítási feladatok

Pareto-hatékony allokációk és egyensúlyi árak a fogyasztási Edgeworth-dobozban

1. Angéla és Vanda kétszemélyes tiszta cseregazdaságában csak kétféle jószágot fogyaszt. Angéla indulókészlete az 1. jószágból 16 egység, a 2. jószágból 14 egység. Vanda indulókészlete 18 egységnyi 1. jószág és 3 egységnyi 2. jószág. Hasznossági függvényük egyforma: $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget!
    b) Jelöljük be az induló allokációt!
    c) Rajzoljuk be az ábrába Angéla és Vanda néhány közömbösségi görbéjét!
    d) Melyek azok az elosztások, amelyek az induló allokáció Pareto-javításai? Jelöljük be ezeket az ábrán!
2. Egy tiszta cseregazdaságban két fogyasztó (az 1. fogyasztó és a 2. fogyasztó) két jószágot (x és y jószágot) fogyaszt. A fogyasztók hasznossági függvénye: $U_1(x_1, y_1) = x_1^2 y_1^2$ és $U_2(x_2, y_2) = x_2 y_2$. Az 1. fogyasztó indulókészlete: $x_1 = 15$, $y_1 = 3$, a 2. fogyasztó indulókészlete: $x_2 = 5$, $y_2 = 9$. Az 1. jószág ára egységnyi.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Jelöljük be az induló allokációt!
    b) Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!
    c) Határozzuk meg a szerződési görbe pontjait! Ábrázoljuk a szerződési görbét!
    d) Írjuk fel a fogyasztók keresleti függvényeit!
    e) Határozzuk meg az y jószág egyensúlyi árát és az egyensúlyi elosztást!

3. Egy kétszemélyes tiszta cseregazdaságban az 1. fogyasztó hasznossági függvénye: $U_1(x_1, y_1) = x_1 y_1$, a 2. fogyasztóé $U_2(x_2, y_2) = 2x_2 + y_2$. Az 1. fogyasztó indulókészlete az x jószágból 6, az y jószágból 2. A 2. fogyasztó indulókészletében 5 egységnyi x jószág és 6 egység y jószág van.
   a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Jelöljük be az induló allokációt!
   b) Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!
   c) Vezessük le a szerződési görbe egyenletét! Ábrázoljuk a szerződési görbét!
   d) Írjuk fel a fogyasztók keresleti függvényeit!
   e) Határozzuk meg az egyensúlyi árarányt és az egyensúlyi elosztást!
4. Bálint és Róbert csak hamburgert és sültkrumplit fogyaszt. Bálint egy hamburgert bármikor hajlandó két adag sültkrumplival elcserélni. Róbert csak együtt fogyasztja e javakat: egy hamburgerhez mindig két adag sültkrumplit eszik. Kezdetben Bálintnak 8 hamburgere és 8 adag sültkrumplija van, Róbert pedig 10 hamburgerrel és 4 adag sültkrumplival rendelkezik.
   a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Jelöljük be az induló allokációt!
   b) Rajzoljuk be az ábrába Bálint és Róbert néhány közömbösségi görbéjét!
   c) Melyek azok az elosztások, amelyek az induló allokáció Pareto-javításai? Jelöljük be ezeket az ábrán!
   d) Jelöljük be az ábrán az összes Pareto-hatékony elosztást (azaz a szerződési görbe pontjait)!
5. Frigyes és Lajos sajtot és bort fogyaszt. Frigyes hasznossági függvénye $U_F(b_F, s_F) = b_F - s_F$, Lajosé $U_L(b_L, s_L) = b_L + s_L$. Kettejüknek összesen 10 üveg boruk és 10 darab sajtjuk van. Határozzuk meg a Pareto-hatékony allokációk halmazát!
6. Dorina és Janka almát és körtét fogyaszt. A gyümölcsök mindkettőjük számára egymás tökéletes helyettesítői. Dorina mindig hajlandó egy almát egy körtére cserélni vagy fordítva. Janka két almát bármikor elcserél három körtére. Dorinának 5 almája és 7 körtéje van, Jankának 4 alma és 5 körte jutott.
   a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Jelöljük be az induló allokációt!
   b) Rajzoljuk be az ábrába Dorina és Janka néhány közömbösségi görbéjét!
   c) Melyek azok az elosztások, amelyek az induló allokáció Pareto-javításai? Jelöljük be ezeket az ábrán!
   d) Jelöljük be az ábrán az összes Pareto-hatékony elosztást (azaz a szerződési görbe pontjait)!
7. Az 1. fogyasztó közömbösségi görbéinek egyenlete: $a = \ln x + 2 \ln y$, a 2. fogyasztóé $b = xy$, ahol a és b valós paraméter, minél nagyobb az értékük, annál nagyobb hasznosságot reprezentál a kérdéses közömbösségi görbe. Kezdetben az 1. fogyasztó a $(10, 10)$ a 2. fogyasztó a $(8, 10)$ kosárral rendelkezik.
   a) Vezessük le a keresleti függvényeket!
   b) Határozzuk meg a walrasi egyensúlyt!

8. Az 1. fogyasztó hasznossági függvénye $U_1(x_1, y_1) = x_1^2 y_1$, a 2. fogyasztóé $U_2(x_2, y_2) = x_2 + y_2$. Indulókészletükben az x jószágból 8, az y jószágból 10 egységnyi van összesen.
   a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget és ábrázoljuk a fogyasztók néhány közömbösségi görbéjét!
   b) Határozzuk meg és rajzoljuk is be az ábrába a szerződési görbe pontjait (a Pareto-hatékony allokációkat)!

9. Bella hasznossági függvénye: $U_B(x_B, y_B) = x_B^2 y_B$, indulókészlete: $x_B = 10$, $y_B = 5$. Tekla hasznossági függvénye: $U_T(x_T, y_T) = \min\{x_T, 2y_T\}$, indulókészlete: $x_T = 5$, $y_T = 10$.
   a) Határozzuk meg a fogyasztók bruttó és nettó keresletét, ha az árak $p_x = 1$ és $p_y = 2$!
   b) Egyensúlyban van ez a kétszereplős gazdaság a fenti árrendszer mellett?
   c) Határozzuk meg a túlkeresleti függvényeket!
   d) Határozzuk meg a túlkeresleti függvények zérushelyeit!

10. Szandra és Ivett csak epret és cseresznyét fogyaszt. Kétszemélyes cseregazdaságukban az eper ára kilogrammonként 100 Ft. Szandra hasznossági függvénye $U(E_S, C_S) = E_S C_S$, Ivetté $U(E_I, C_I) = 2E_I + C_I$. Szandrának kezdetben 5 kg epre és 9 kg cseresznyéje van, Ivett indulókészlete 6 kg eperből és 8 kg cseresznyéből áll.
   a) Vezessük le a szerződési görbe egyenletét!
   b) Számítsuk ki a cseresznye egyensúlyi árát!
   c) Határozzuk meg a versenyzői egyensúlyi allokációt!

11. Bálint indulókészlete halból 13, kagylóból 2. Zsombor indulókészlete halból 7, kagylóból 8. Az indulókészlet piaci árakon számított értéke mindkettejük esetén 375 pénzegység. Ha külön-külön optimalizálhatnák fogyasztásukat, akkor Bálint a 10 halból és 5 kagylóból álló kosarat választaná, míg Zsombor a 13 halból és 2 kagylóból álló kosarat keresné.
   a) Rajzoljuk fel a leírt kétszereplős gazdaság Edgeworth-négyszögét!
   b) Jelöljük be az indulókészleteket és a keresett kosarakat az ábrán!
   c) Mekkora a hal és a kagyló piaci ára?
   d) Egyensúlyban van-e a fenti árak mellett a gazdaság?

12. Az 1. fogyasztó közömbösségi görbéinek egyenlete $x + \min\{x, y\} = a$, a 2. fogyasztóé $\sqrt{x + y} = b$, ahol a és b valós paraméter, nagyobb értékei nagyobb hasznosságra utalnak. Az 1. fogyasztó indulókészlete $(10, 6)$, a 2. fogyasztóé $(7, 9)$.
   a) Határozzuk meg a Pareto-halmazt!
   b) Határozzuk meg az egyensúlyi árarányt!

13. Bianka és Dorka hasznossági függvénye és indulókészlete egyforma. Hasznossági függvényük $U(x, y) = \min\{x + y, 3y\}$, indulókészletük $(5, 5)$.
   a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Jelöljük be az induló allokációt!
   b) Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!

c) Jelöljük be az egyensúlyi allokációkat és határozzuk meg az egyensúlyi árarányt!

14. Dóra közömbösségi görbéinek egyenlete $\min\{2x+y, x+2y\} = d$, Nóra közömbösségi görbéinek egyenlete $3x+2y = n$, ahol d és n valós paraméter, és nagyobb értékeik nagyobb hasznosságú közömbösségi görbéhez tartoznak. Kettejük indulókészletében összesen 10 egység x jószág és 15 egység y jószág van.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget!
    b) Határozzuk meg a szerződési görbe pontjait! Ábrázoljuk a szerződési görbét!

15. Egy kétszemélyes tiszta cseregazdaságban kétféle jószágot fogyasztanak. Az A fogyasztó hasznossági függvénye $U_A(x_A, y_A) = x_A + (y_A+1)^2$, a B fogyasztó hasznossági függvénye $U_B(x_B, y_B) = x_B$. Kettejük indulókészletében összesen 15 egység x jószág és 12 egység y jószág van. Mutassuk meg, hogy az az elosztás, amelyben az A fogyasztó a $(4, 12)$ kosarat fogyasztja, Pareto-hatékony!

16. Andor hasznossági függvénye $U_A(x_A, y_A) = (x_A+1)^2 + 2(y_A+1)^2$, Benedeké $U_B(x_B, y_B) = x_B + y_B$. Összesen 10 egységnyi x és 10 egységnyi y jószággal rendelkeznek. Mutassuk meg, hogy az az elosztás, amelyben Andor a $(4, 0)$ kosarat fogyasztja, nem Pareto-hatékony!

17. Az A fogyasztó hasznossági függvénye $U_A(x_A, y_A) = {x_A}^2 + y_A^2$, a B fogyasztóé $U_B(x_B, y_B) = \sqrt{{x_B}^2 + y_B^2}$. Kezdetben A-nak annyi van az x jószágból, amennyi y jószággal B rendelkezik. Az A indulókészletében ugyanannyi y jószág van, mint amennyi B-nek van az x jószágból.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!
    b) Határozzuk meg a Pareto-hatékony elosztásokat (vagyis a szerződési görbe pontjait)!

18. Zakariás és Tóbiás banánt és narancsot fogyaszt. Mindketten szeretik a banánt, de egyikük sem szívesen eszik narancsot. A náluk levő narancsot azonban – országuk sajátos törvénye szerint – kötelesek elfogyasztani. Tegyük fel, hogy együttesen ugyanannyi banánjuk van, mint narancsuk. Határozzuk meg a Pareto-halmazt (vagyis a szerződési görbe pontjait)!

19. Nelli és Rozi meggyet és cseresznyét fogyaszt. Nelli szereti a meggyet, de a cseresznyét utálja (káros jószág számára). Rozi a cseresznyét szereti és nem szívesen eszik meggyet (a meggy fogyasztása nem okoz számára hasznosságnövekedést). Kettejüknek összesen ugyanannyi meggyük van, mint cseresznyéjük. Határozzuk meg az összes Pareto-hatékony pontot!

20. Xénia az (a_1, b_1) kosarat gyengén preferálja az (a_2, b_2) kosárral szemben, ha $2a_1 + b_1 \geq 2a_2 + b_2$. Yvett az (a_1, b_1) kosarat gyengén preferálja az (a_2, b_2) kosárral szemben, ha $\ln a_1 + \ln b_1 \geq \ln a_2 + \ln b_2$. Mindkettejük indulókészlete a $(10, 10)$ kosár. Számítsuk ki az egyensúlyt!

21. Tekintsünk egy tiszta cseregazdaságot három fogyasztóval és három jószággal (x jószág, y jószág és z jószág). Az 1. fogyasztó hasznossági függvénye $U_1(x,y,z) = xyz$, a 2. fogyasztóé $U_2(x,y,z) = x+y+z$, a 3. fogyasztó preferenciáit az $U_3(x,y,z) = \min\{x,y,z\}$ hasznossági függvény írja le. Az 1. fogyasztó indulókészlete: $x_1 = 4$, $y_1 = 4$, $z_1 = 1$, a 2. fogyasztó indulókészlete: $x_2 = 3$, $y_2 = 1$, $z_2 = 7$, a 3. fogyasztó indulókészlete: $x_3 = 5$, $y_3 = 4$, $z_3 = 3$. Az egyensúlyban az y jószág ára 2. Határozzuk meg a walrasi egyensúlyt!

22. Sándor hasznossági függvénye $U_S(x_S, y_S) = 100 - (x_S - 3)^2 - (y_S - 3)^2$, Tiboré $U_T(x_T, y_T) = 100 - |x_T - 3| - |y_T - 3|$. Sándor indulókészlete: $(8,2)$, Tiboré: $(2,8)$. Határozzuk meg az egyensúlyt!

23. Egy tiszta cseregazdaságban két fogyasztó (az A fogyasztó és a B fogyasztó) két jószágot (x és y jószágot) fogyaszt. A fogyasztók hasznossági függvénye: $U_A(x_A, y_A) = \min\{2x_A, y_A\}$ és $U_B(x_B, y_B) = x_B + y_B$. Az A fogyasztó indulókészlete: $x_A = 0$, $y_A = 10$, a B fogyasztó indulókészlete: $x_B = 20$, $y_B = 0$. Az x az ármércejószág.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Jelöljük be az induló allokációt! Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!
    b) Jelöljük be az ábrán a Pareto-hatékony elosztásokat (azaz a szerződési görbe pontjait)!

24. Egy tiszta cseregazdaságban két fogyasztó kétféle jószágot fogyaszt. Az 1. fogyasztó hasznossági függvénye: $U_1(x,y) = \min\{x,y\}$, a 2. fogyasztóé: $U_2(x,y) = \min\{x,3y\}$. Kettejüknek összesen 30 egységnyi van az x jószágból és 20 egységnyi az y jószágból.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!
    b) Jelöljük be az ábrán a Pareto-hatékony elosztásokat (azaz a szerződési görbe pontjait)!

25. Boldizsár hasznossági függvénye $U_B(x,y) = 100 - (x-2)^2 - (y-8)^2$, Zsomboré $U_Z(x,y) = 100 - (x-2)^2 - (y-8)^2$. Az indulókészleteikben összesen 10 egység van az x jószágból és 10 egység az y jószágból.
    a) Rajzoljuk fel az Edgeworth-négyszöget! Rajzoljuk be az ábrába a két fogyasztó néhány közömbösségi görbéjét!
    b) Jelöljük be az ábrán a Pareto-hatékony elosztásokat!
    c) Adjuk meg az egyensúlyi árarányt!

26. Egy kétszereplős tiszta cseregazdaságban csak x és y javakat fogyasztanak. A fogyasztók indirekt hasznossági függvénye: $v_1(p_x, p_y, m) = \frac{m^2}{4p_x p_y}$ és $v_2(p_x, p_y, m) = \frac{3m^4}{256 p_x p_y^3}$. Mindkettejük indulókészletében 10 egység x és 10 egység y jószág van. Számítsuk ki az egyensúlyi árarányt!

Termelés és fogyasztás (egy termék – egy termelő, egyetlen fogyasztó)

27. Robinson Crusoe magányosan éli egyhangú életét szigetén, ahol az egyetlen táplálék a banán (a banánból fogyasztott mennyiséget y-nal jelöljük). Ráadásul a banánt csak kemény munkával tudja megszerezni magának (L mutatja, hogy Robinson egy héten hány napot tölt banánszedéssel. Történetértékű napot is szentelhet banángyűjtésre) az $y = \sqrt{L}$ termelési függvény szerint. Robinson hasznossági függvénye a munkára és a banánra vonatkozóan: $U(y, L) = y - 2L^2$.
    a) Ábrázoljuk Robinson néhány közömbösségi görbéjét L és y vonatkozásában!
    b) Ábrázoljuk ugyanabban a koordinátarendszerben a Robinson által elérhető input–outputkombinációkat, azaz a technológiai halmazt!
    c) Mennyit érdemes dolgoznia Robinsonnak és mennyi banánt fog ilyen feltételek mellett fogyasztani? Jelöljük be ezt a pontot a készített ábrába is!
    d) Milyen ár–bérrendszerrel biztosíthatná Robinson saját magának ugyanezt az állapotot, ha termelőként és fogyasztóként egyaránt árelfogadó lenne?

28. Egy elhagyatott tanyán egyetlen öregember él. Az öregember egyetlen tápláléka a burgonya, amit azonban igen fáradságos leszüretelnie. Minden újabb kg burgonya leszüretelése után legalább egy órát pihennie kell, de ha többet pihen (mint ahány kg burgonyát szedett le), akkor azt nem tudja élvezni, mert éhes lesz, ha viszont nem pihen eleget (legalább annyit, ahány kg burgonyát leszedett), akkor az ételt nem tudja élvezni, mert fáradt lesz. Minél több burgonyát fogyaszt (megfelelő pihenéssel), annál jobban érzi magát. L óra munkával $\sqrt{L}$ kg burgonyát tud leszüretelni. Napi 12 órát tud felosztani a munka és a pihenés között.
    a) Ábrázoljuk az öregember néhány közömbösségi görbéjét és termelési lehetőségeit közös koordinátarendszerben!
    b) Mennyit fog dolgozni az öregember? És mennyit burgonyát fog enni?
    c) Milyen burgonyaár és munkabér biztosítaná számára ugyanezt a megoldást?

29. Egy egyszemélyes gazdaságban a fogyasztó hasznossági függvénye $U(y,\ l) = 100 - (l-2)^2 - (y-10)^2$, ahol y jelöli a fogyasztási jószágból fogyasztott mennyiséget, l pedig a munkaórák számát, amivel a fogyasztási jószágot megtermelték. Határozzuk meg, hogy található-e, és ha igen, hány munkaóra mellett versenyzői egyensúly, ha a termelési technológiát az
    a) $y = l^{\frac{1}{3}}$ termelési függvény írja le;
    b) $y = l$ termelési függvény írja le;
    c) $y = l^2$ termelési függvény írja le.

Termelés és fogyasztás (két termék – egy termelő, egyetlen fogyasztó)

30. Robinson Crusoe naponta 4 órán át gyűjt élelmet. Egy óra alatt meg tud fogni 2 halat vagy össze tud gyűjteni 3 kókuszt. Hasznossági függvénye: $U(K,H) = KH$, ahol K, illetve H a naponta elfogyasztott kókuszok, illetve halak számát jelöli.
    a) Ábrázoljuk Robinson termelési lehetőségeinek határát! Ne feledkezzünk meg a tengelyek feliratozásáról és a tengelymetszetek értékeinek megadásáról!
    b) Határozzuk meg a termelési lehetőségek határának meredekségét!
    c) Határozzuk meg Robinson mai menüjének összetételét!

31. Egy parasztgazda kétféle tevékenységet végez a világtól elzárt földjén. Baromfit tenyészt és zöldséget termeszt. A baromfitenyésztés technológiáját az $y_1 = l_1^{\frac{1}{2}}$, a zöldségtermesztés technológiáját pedig az $y_2 = l_2^{\frac{1}{3}}$ egyenlet írja le. A fogyasztó hasznossági függvénye $U(x_1, x_2, h) = x_1^6 x_2^3 h^4$ ahol x_1 a baromfiból, x_2 a zöldségből fogyasztott mennyiség, h pedig a gazda napi szabadideje. A gazdának szabadidőre, baromfitenyésztésre és zöldségtermesztésre maximum napi 16 óra áll rendelkezésére. A baromfitenyésztéssel és a zöldségtermesztéssel kapcsolatos munkafajták számára egyenértékűek, egyik sem nehezebb vagy könnyebb, mint a másik.
    a) Mennyi időt fog a gazda baromfitenyésztéssel és mennyit zöldségtermesztéssel tölteni?
    b) Mennyi baromfit és mennyi zöldséget fog fogyasztani?
    c) Ha a gazda némi jogi tanulmányok elvégzése után két vállalatot alapít (egyet a baromfitenyésztésre, egyet a zöldségtermesztésre), amelyeknél munkabér fejében dolgozhat, és mint egyetlen tulajdonos a vállalatok profitját is ő kapja, akkor milyen egyensúlyi ár–bérrendszer biztosítaná számára az a) résznek megfelelő eredményt?

32. Egy zárt gazdaságban kétféle iparág működik, élelmiszertermelő és -feldolgozó ipar. Mindkét iparágban termelési tényezőként csak munkát használnak fel. Az élelmiszertermelő iparág technológiáját leíró termelési függvény $y_1 = l_1^k$, a feldolgozóipar technológiáját leíró termelési függvény pedig $y_2 = l_2^r$. A reprezentatív fogyasztó hasznossági függvénye $U(y_1, y_2, h) = y_1^a y_2^b h^n$, ahol h a fogyasztó napi szabadidejét jelöli. A fogyasztónak összesen napi maximum M órája van munkára és szabadidőre, és számára közömbös, hogy ha dolgozik egy órát, akkor azt melyik iparágban teszi.
    a) Ha a két iparág a fogyasztó tulajdonában van, akkor mennyi munkát fog végezni a fogyasztó az egyes iparágakban, és mennyit fog fogyasztani az egyes termékekből?
    b) Milyen ár–bérrendszer biztosítaná ugyanezt a megoldást, ha a termelés és fogyasztás az ár és bér szerinti optimumban történne?

Transzformációs görbe, komparatív előnyök, optimális termelés és fogyasztás

33. Egy háztartásban, amely családi vállalkozásként mosodát működtet, a feleség 10 db lepedőt tud kimosni vagy mindössze 4 lepedőt kivasalni egy óra alatt. A férj viszont 9 db lepedőt tud kivasalni vagy 5 lepedőt kimosni egy óra alatt. Egy nap mindketten maximum 16 órát dolgoznak.
    a) Ábrázoljuk és írjuk fel függvény formájában külön-külön a feleség és a férj termelési lehetőségeinek határát!
    b) Ábrázoljuk és írjuk fel függvény formájában a családi vállalkozás termelési lehetőségeinek határát!
    c) A megrendelések a mosodában a szomszédos szállodából érkeznek. A szálloda azonban csak mosott és vasalt lepedőkért fizet. Hány lepedőt vállal maximum a mosoda egy napra?
34. Robinson és Péntek ketten élnek egy szigeten, ahol a lábatlan gyíkon és a banánon kívül semmiféle élelem nincsen. Robinson egy óra alatt maximum 10 gyíkot képes fogni, vagy 10 kg banánt szedni, míg Péntek 30 gyíkot képes fogni ugyanennyi idő alatt, vagy 20 kg banánt szedni. Mindketten maximum napi 16 órát dolgoznak.
    a) Ábrázoljuk és írjuk fel függvény formájában külön-külön a Robinson és Péntek termelési lehetőségeinek határát jellemző görbét!
    b) Írjuk fel függvény formájában és ábrázoljuk az együttes termelési lehetőségek határát, ha cserekapcsolatban vannak egymással!
    c) Ha a tápanyagtartalma miatt mindkettőjük számára 3 kg banán egyenértékű 4 db lábatlan gyíkkal és ők ketten összefogva maximalizálni szeretnék az elfogyasztható tápanyag mennyiségét, akkor melyikük mennyi banánt szed, illetve lábatlan gyíkot fog?
35. Egy régióban kétféle társadalmi csoport él, traktorosok és nyakkendősök, akik sokféle terméket fogyasztanak, azonban maguk csak kétféle terméket állítanak elő: füstölt sonkát és bérleti szerződéseket. A füstölt sonkán és a bérleti szerződéseken kívül egyik jószág sem szűkös jószág, de ezt a két jószágot semmi sem helyettesíti. Minden egyes traktoros egy hónap alatt 20 kg füstölt sonkát vagy 2 db bérleti szerződést tud maximálisan előállítani. Minden egyes nyakkendős ugyanennyi idő alatt 14 bérleti szerződést, vagy 3 kg sonkát képes maximálisan előállítani. A régióban 200 db traktoros és 100 db nyakkendős él.
    a) Írjuk fel függvény formában a régió traktorosai és nyakkendősei által elérhető füstölt sonka–bérleti szerződés kombinációkat, ha feltesszük, hogy a traktorosok egész évben dolgoznak, a nyakkendősök viszont évi két hónapot szabadságon töltenek. Fontos, hogy a két csoport között olyan kibékíthetetlen politikai ellentét van, hogy nem hajlandók kereskedni egymással, mivel kölcsönösen lenézik egymást, és vezérszónokaik is arra bíztatják őket, hogy tegyék minél nehezebbé egymás életét.
    b) Hogyan változna a helyzet, ha új vezérszónokok kerülnének a csoportok élére, akik cserekereskedelemre buzdítanának és a nép követné javaslataikat?

36. Atlantis transzformációs függvénye $T(x,y) = 144 - x^2 - y = 0$, Árkádia transzformációs függvénye pedig $T(x,y) = 98 - x^2 - y = 0$, ahol x és y a két városban előállított két reprezentatív termék mennyiségét jelöli. Írjuk fel függvény formájában az együttes transzformációs görbéiket abban az esetben, ha kereskednek egymással.

37. Egy országban csak kétféle terméket állítanak elő: mikroelektronikai berendezéseket és élelmiszert. Az élelmiszert és a mikroelektronikai berendezéseket egyaránt 5000 pénzegységnyi fix költséggel termelik, amely a munkások bérét jelenti (a munkások határozott idejű szerződését nem tudják idő előtt felmondani). Ha a mikroelektronikai berendezésekből termelt mennyiséget y_1 , az élelmiszerből termelt mennyiséget pedig y_2 jelöli, akkor a termelési lehetőségek határát az $y_2 = 20000 - y_1^2$ egyenlet írja le. Az országban két fogyasztó van (A és B), akiknek a hasznossági függvényei a következők: $U^A = (x_1^A)^2 x_2^A$ és $U^B = \left(x_1^B\right)^4 \left(x_2^B\right)^2$, ahol mindkét fogyasztó esetében x_1^A és x_1^B jelöli a mikroelektronikai berendezésekből, x_2^A és x_2^B pedig az élelmiszerből fogyasztott mennyiséget. Mindkét fogyasztó mindkét típusú terméket gyártó vállalatnak 50%-os tulajdonosa, és az A fogyasztó az élelmiszert termelő, a B fogyasztó pedig a mikroelektronikai berendezéseket termelő vállalat egyetlen alkalmazottja.
   a) Mennyi mikroelektronikai berendezést és mennyi élelmiszert fognak termelni ebben az országban versenyzői egyensúlyban?
   b) Milyen árrendszer biztosítja a versenyzői egyensúly megvalósulását? Tekintsük ármércének a második jószág árát!
   c) Mennyi lesz a két fogyasztó jövedelme?
   d) Mennyit fogyaszt versenyzői egyensúlyban a két fogyasztó az egyes termékfajtákból?

38. Egy n-szereplős gazdaságban a fogyasztók két időszakon keresztül fogyasztják ugyanazt az összetett jószágot. Minden egyén preferenciái ugyanolyanok, és az $U(c_0, c_1) = ln(c_0) + \alpha \ln(c_1)$ hasznossági függvénnyel reprezentálhatók, ahol c_0 jelöli az első, c_1 pedig a második időszakbeli fogyasztást. Az összetett jószág ára a nulladik időszakban p_0, az első időszakban p_1. A fogyasztók az első időszakban egy egységnyi indulókészlettel rendelkeznek az összetett jószágból, a második időszakban nem rendelkeznek indulókészlettel. Minden fogyasztó jövedelme onnan származik, hogy egyenlő arányban részesednek az egyetlen, versenyzői módon viselkedő vállalat profitjából, amelynek termelési függvénye $x_1 = \beta(x_0)^{1/2}$, és amely az első időszakbeli összetett jószág x_0 mennyiségét használja fel termelési tényezőként ahhoz, hogy x_1 mennyiségű második időszakbeli terméket termeljen, amelyet a második időszakban értékesít. A fogyasztók az első időszakban döntenek arról, hogy a készletükből mennyit fogyasszanak el, és mennyit adjanak el a vállalatnak, a második időszakban pedig arról döntenek, hogy mennyit vásároljanak fogyasztási célból a vállalattól. Tegyük fel, hogy az egyéni diszkontfaktor 1, tehát a különböző időszakbeli profitokat és jövedelmeket egyszerűen a nominális nagyságukon értékelik a piaci szereplők.
   a) Írjuk fel és oldjuk meg a vállalat profitmaximalizálási feladatát!

b) Írjuk fel egy fogyasztó mindkét időszakra vonatkozó keresleti függvényét, majd határozzuk meg a piaci keresleti függvényt!
c) Határozzuk meg a versenyzői egyensúlyi árarányt, $\frac{p_1}{p_0}$−át!

39. Képzeljünk el egy két időszakon keresztül működő gazdaságot, amelyben két szereplő van (A és B), akik minden időszakban egy összetett jószágot fogyasztanak. Mindkét szereplő preferenciái ugyanolyanok, és az $U(c_1; c_2) = c_1 c_2$ hasznossági függvénnyel reprezentálhatók, ahol c_1 jelöli az első, c_2 pedig a második időszakbeli fogyasztást. Az A szereplő az első időszakbeli jószágból két egységnyi, a B szereplő egy egységnyi indulókészlettel rendelkezik. A második időszakbeli jószágból egyik szereplő sem rendelkezik készlettel. Mindkét szereplőnek van viszont egy vállalata. Az A szereplő vállalatának termelési függvénye $x_2 = 2x_1^{0,5}$, a B szereplő vállalatának termelési függvénye pedig $x_2 = 4x_1^{0,5}$, ahol mindkét esetben x_2 jelöli a második időszakban termelt és eladott összetett jószág mennyiségét, amelyhez termelési tényezőként az első időszakbeli összetett jószág x_1 mennyiségét használják fel. A fogyasztók az első időszakban eldöntik, hogy a készleteikből mennyit fogyasztanak el, mennyit használnak fel a termeléshez saját vállalatuknál és mennyit adnak el a másik vállalatnak. A második időszakban mindkét fogyasztó a vállalatoktól vásárolja meg a fogyasztani kívánt mennyiséget a piaci áron. Tegyük fel, hogy az egyéni diszkontfaktor 1, tehát a különböző időszakbeli profitokat és jövedelmeket egyszerűen nominális nagyságukon értékelik a piaci szereplők.
a) Versenyzői viselkedést feltételezve oldjuk meg a vállalatok profitmaximalizálási feladatát!
b) Versenyzői viselkedést feltételezve határozzuk meg mindkét szereplő keresleti függvényeit mindkét időszakra!
c) Határozzuk meg a piaci keresleti függvényeket!
d) Határozzuk meg a versenyzői egyensúlyt! (Az ármérce legyen a második időszakbeli jószág ára!)

40. Egy világtól elzárt szigeten a termelési lehetőségek határát az $y = 48 - \frac{x^2}{3}$ egyenlet írja le, ahol x a létszükségleti cikkek mennyiségét, y pedig a szórakoztatás "mennyiségét" jelöli. A szigeten élő egyetlen lakos hasznossági függvénye $U(x; y) = x^2 y^3$.
a) Mennyit fog termelni és fogyasztani a szigetlakó az egyes termékekből?
b) Milyen árrendszerrel tudná biztosítani ugyanezt a megoldást (válassza az y jószágot ármércének!)?
c) Ha a szigetlakónak lehetősége lenne külkereskedelemre a szomszédos szigetekkel $p_x = 2$ ár mellett, az y jószágot továbbra is ármércének feltételezve, akkor mennyit termelne, és mennyit fogyasztana az egyes termékekből?
d) Megéri a szigetlakónak külkereskedelmet folytatni? Ha igen, akkor miért, ha nem, akkor miért nem?

41. Egy kétszemélyes gazdaságban az A szereplő hasznossági függvénye $U_A = x_1 x_2^3 x_3$, a B szereplő hasznossági függvénye pedig $U_B = x_1^3 x_2^9 x_3^3$, ahol x_1 és x_2 két fogyasztási jószág, x_3 pedig a szabadidő mennyiségét je-

löli. A két fogyasztási jószágot két vállalat termeli az $y_1 = -L_1^2 + 1000L_1$, illetve $y_2 = -L_2^2 + 600L_2$ termelési függvények szerint, ahol y_1 és y_2 jelöli a vállalatok által termelt termékek mennyiségét, L_1 és L_2 pedig az általuk felhasznált munka mennyiségét. Mindkét fogyasztónak napi 24 óra áll rendelkezésére. Eldöntheti, hogy ebből mennyit szán szabadidőre, és mennyit dolgozik valamelyik vállalatnál munkabérért cserébe. Az A fogyasztó az x_1 jószágból 70 000, az x_2 jószágból 5000, míg a B fogyasztó az x_1 jószágból 30 000, az x_2 jószágból 5000 egység indulókészlettel rendelkezik. Az első vállalat profitjából az A fogyasztó 20%-ban, a B fogyasztó 80%-ban, az második vállalat profitjából az A fogyasztó 70%-ban, a B fogyasztó 30%-ban részesül. Tegyük fel, hogy minden piaci szereplő árelfogadó.

a) Írjuk fel a vállalatok döntési feladatát, tényezőkeresleti, kínálati és profitfüggvényeit az árak függvényében!
b) Írjuk fel a fogyasztók döntési feladatát és keresleti függvényeit!
c) Írjuk fel az általános egyensúly feltételeit olyan egyenletek formájában, amelyekben csak az árak változók.
d) Mutassuk meg, hogy ebben a gazdaságban teljesült a Walras-törvény!

42. Egy kétszemélyes gazdaságban az A szereplő hasznossági függvénye $U_A = x_1^a x_2^b x_3^c$, a B szereplő hasznossági függvénye pedig $U_B = x_1^d x_2^h x_3^r$, ahol x_1 és x_2 két fogyasztási jószág, x_3 pedig a szabadidő mennyiségét jelöli. A két fogyasztási jószágot két vállalat termeli az $y_1 = L_1^{\frac{1}{2}}$, illetve $y_2 = 2L_2^{\frac{1}{2}}$ termelési függvények szerint, ahol y_1 és y_2 jelöli a vállalatok által termelt termékek mennyiségét, L_1 és L_2 pedig az általuk felhasznált munka mennyiségét. Mindkét fogyasztónak napi 24 óra áll rendelkezésére. Eldöntheti, hogy ebből mennyit szán szabadidőre és mennyit dolgozik valamelyik vállalatnál munkabérért cserébe. Az A fogyasztó az x_1 jószágból w_1^A, az x_2 jószágból w_2^A, míg a B fogyasztó az x_1 jószágból w_1^B, az x_2 jószágból pedig w_2^B egység indulókészlettel rendelkezik, és mindketten 50 százalékban részesülnek mindkét vállalat profitjából. Tegyük fel, hogy minden piaci szereplő árelfogadó.

a) Írjuk fel a vállalatok döntési feladatát, tényezőkeresleti, kínálati és profitfüggvényeit az árak és a paraméterek függvényében!
b) Írjuk fel a fogyasztók döntési feladatát és keresleti függvényeit az árak és a paraméterek függvényében!
c) Írjuk fel az általános egyensúly feltételeit!.
d) Mutassuk meg, hogy ebben a gazdaságban teljesült a Walras-törvény!

43. Egy kétszemélyes gazdaságban az A szereplő hasznossági függvénye $U_A = x_1^a x_2^b x_3^c$, a B szereplő hasznossági függvénye pedig $U_B = x_1^d x_2^h x_3^r$, ahol x_1 és x_2 két fogyasztási jószág, x_3 pedig a szabadidő mennyiségét jelöli. A két fogyasztási jószágot két vállalat termeli az $y_1 = L_1^{\frac{1}{2}}$, illetve $y_2 = 2L_2^{\frac{1}{2}}$ termelési függvények szerint, ahol y_1 és y_2 jelöli a vállalatok által termelt termékek mennyiségét, L_1 és L_2 pedig az általuk felhasznált munka mennyiségét. Mindkét fogyasztónak napi 24 óra áll rendelkezésére. Eldöntheti, hogy ebből mennyit szán szabadidőre, és mennyit dolgozik va-

lamelyik vállalatnál munkabérért cserébe. Az A fogyasztó az x_1 jószágból w_1^A, az x_2 jószágból w_2^A, míg a B fogyasztó az x_1 jószágból w_1^B, az x_2 jószágból pedig w_2^B egység indulókészlettel rendelkezik és mindketten 50 százalékban részesülnek mindkét vállalat profitjából. Tegyük fel, hogy minden piaci szereplő árelfogadó. Mutassuk meg, hogy ekkor teljesül a jóléti közgazdaságtan első és második tétele!

12.3. Általános egyensúly – Megoldások

Tesztkérdések

1. D	2. B	3. B	4. B	5. C	6. D	7. B	8. A	9. C	10. B
11. D	12. A	13. C	14. A	15. C	16. A	17. B	18. D	19. C	20. A
21. B	22. D	23. C	24. D	25. A	26. D	27. B	28. D	29. D	30. B
31. C	32. A	33. B	34. A	35. A	36. C	37. C	38. B	39. C	40. A
41. D	42. D	43. B	44. C	45. C					

Számítási feladatok

1. a) Ha az 1. jószág mennyiségét vízszintesen, a 2. jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, akkor az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 34 egység, függőleges oldala 17 egység.
   b) Ha Angéla fogyasztását az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcsából, Vandáét a jobb felső csúcsából mérjük, akkor az indulókészlet koordinátái a bal alsó csúcsból mérve: $(16, 14)$.
   c) A közömbösségi görbék hiperbolaágak. Angéla közömbösségi görbéinek egyenlete: $\left(x_1^A\right)^{1/3}\left(x_2^A\right)^{2/3} = \text{állandó}$. Vanda közömbösségi görbéinek egyenlete: $\left(x_1^V\right)^{1/3}\left(x_2^V\right)^{2/3} = \text{állandó}$.
   d) Az induló allokáción áthaladó két közömbösségi görbe által közrezárt lencse alakú tartomány.
2. a) Ha az x jószág mennyiségét vízszintesen, az y jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, akkor az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 20 egység, függőleges oldala 12 egység. Ha az 1. fogyasztó fogyasztását az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcsából, a 2. fogyasztóét a jobb felső csúcsából mérjük, akkor az induló készlet koordinátái a bal alsó csúcsból mérve: $(15, 3)$.
   b) A közömbösségi görbék hiperbolaágak. Az 1. fogyasztó közömbösségi görbéinek egyenlete: $x_1^2 y_1^2 = \text{állandó}$. A 2. fogyasztó közömbösségi görbéinek egyenlete: $x_2 y_2 = \text{állandó}$.
   c) A szerződési görbe egyenlete: $y_1 = 0,6x_1$. A szerződési görbe az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcsát a jobb felső csúcsával összekötő szakasz.
   d) $x_1(p_x, p_y) = \frac{15p_x+3p_y}{2p_x}$, $y_1(p_x, p_y) = \frac{15p_x+3p_y}{2p_y}$, $x_2(p_x, p_y) = \frac{5p_x+9p_y}{2p_x}$, $y_2(p_x, p_y) = \frac{5p_x+9p_y}{2p_y}$.
   e) $p_y = 5/3$, $x_1 = 10$, $y_1 = 6$, $x_2 = 10$, $y_2 = 6$.

3. a) Ha az x jószág mennyiségét vízszintesen, az y jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, akkor az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 11 egység, függőleges oldala 8 egység. Ha az 1. fogyasztó fogyasztását az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcsából, a 2. fogyasztóét a jobb felső csúcsából mérjük, akkor az indulókészlet koordinátái a bal alsó csúcsból mérve: $(6, 2)$.

   b) Az 1. fogyasztó közömbösségi görbéi $x_1 y_1 =$ állandó egyenletű hiperbolaágak. A 2. fogyasztó közömbösségi görbéi -2 meredekségű egyenesek, melyeknek egyenlete $2x_2 + y_2 =$ állandó.

   c) $y_1 = \begin{cases} 2x_1, \text{ ha } \mathrm{x}_1 \leq 4 \\ 8, \text{ ha } x_1 > 4 \end{cases}$
   A szerződési görbe egy töröttvonal, egyik szakasza az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcsát az $(x_1, y_1) = (4, 8)$ ponttal köti össze, másik szakasza az $(x_1, y_1) = (4, 8)$ pontot az Edgeworth-négyszög jobb felső csúcsával köti össze.

   d) $x_1(p_x, p_y) = \frac{6p_x + 2p_y}{2p_x}$, $\quad y_1(p_x, p_y) = \frac{6p_x + 2p_y}{2p_y}$,
   $$x_2(p_x, p_y) = \begin{cases} 0, \text{ ha } p_x > 2p_y \\ \frac{5p_x + 6p_y}{p_x}, \text{ ha } p_x < 2p_y \\ \in [0, 8], \text{ ha } p_x = 2p_y \end{cases},$$
   $$y_2(p_x, p_y) = \begin{cases} 0, \text{ ha } p_x < 2p_y \\ \frac{5p_x + 6p_y}{p_y}, \text{ ha } p_x > 2p_y \\ \in [0, 16], \text{ ha } p_x = 2p_y \end{cases}.$$

   e) $p_x/p_y = 2$, $x_1 = 3, 5$, $y_1 = 7$, $x_2 = 7, 5$, $y_2 = 1$.

4. a) Ha a hamburger mennyiségét vízszintesen, a sültkrumpli mennyiségét függőlegesen mérjük, akkor az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 18 egység, függőleges oldala 12 egység. Ha Bálint fogyasztását az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcsából, Róbertét a jobb felső csúcsából mérjük, akkor az induló készlet koordinátái a bal alsó csúcsból mérve: $(8, 8)$.

   b) Bálint közömbösségi görbéi -2 meredekségű egyenesek, melyeknek egyenlete: $2h_B + s_B =$állandó. Róbert közömbösségi görbéi lefelé fordított L-alakúak, a közömbösségi görbék töréspontjai a $2h_R = s_R$ egyenesen vannak (azaz az Edgewort-négyszög jobb felső csúcsából induló 2 meredekségű egyenesen).

   c) Az induló allokáció Pareto-javításainak halmaza azokból a (h_B, s_B), (h_R, s_R) allokációkból áll, melyekre a következő feltételek egyszerre teljesülnek: $8 \leq h_B \leq 16$, $24 - 2h_B \leq s_B \leq 8$, $h_R = 18 - h_B$, $s_R = 12 - s_B$. Ez a halmaz az Edgeworth-négyszögben egy olyan zárt négyszög, amely csúcspontjainak koordinátái a bal alsó sarokból mérve: $(8, 8)$, $(16, 8)$, $(12, 0)$, $(16, 0)$.

   d) A Pareto-halmaz a Bálint $(12, 0)$ kosarát Bálint $(18, 12)$ kosarával összekötő szakasz.

5. A Pareto-hatékony allokációk azok, melyekben Frigyes sajtfogyasztása 0.

6. a) Ha vízszintesen az almák, függőlegesen a körték mennyiségét mérjük, akkor az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 9, függőleges oldala 12 egység. Ha Dorina fogyasztását a bal alsó, Jankáét a jobb felső csúcsból mérjük, akkor az induló allokáció koordinátái a bal alsó sarokból mérve $(5, 7)$.
   b) Dorina közömbösségi görbéi -1 meredekségű egyenesek. Janka közömbösségi görbéi $-3/2$ meredekségű egyenesek.
   c) Az induló allokáció Pareto-javításai annak a zárt háromszöglapnak a pontjai, amelynek csúcspontjaiban Dorina fogyasztása: $(0, 12)$, $(5, 7)$, $\left(\frac{5}{3}, 12\right)$.
   d) A Pareto-hatékony elosztások azok,amelyekben vagy Dorina nem fogyaszt almát, vagy Janka nem fogyaszt körtét. Ezek az allokációk az Edgeworth-négyszög bal oldali és felső oldalán helyezkednek el.
7. a) $x_1(p_x, p_y) = \frac{10p_x+10p_y}{3p_x}$, $y_1(p_x, p_y) = \frac{20p_x+20p_y}{3p_y}$, $x_2(p_x, p_y) = \frac{8p_x+10p_y}{2p_x}$, $y_2(p_x, p_y) = \frac{8p_x+10p_y}{2p_y}$.
   b) $p_y/p_x = 1,28$, $x_1 = 7,6$, $y_1 = 11,875$, $x_2 = 10,4$, $y_2 = 8,125$.
8. a) Ha az x jószág mennyiségét vízszintesen, az y jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 8, függőleges oldala 10 egység. Az 1. fogyasztó közömbösségi görbéi $x_1^2 y_1 =$ állandó egyenletű hiperbolaágak, a 2. fogyasztó közömbösségi görbéi -1 meredekségű egyenesek.
   b) Ha az 1. fogyasztó fogyasztását a bal alsó, a 2. fogyasztó fogyasztását a jobb felső sarokból mérjük, akkor a Pareto-halmaz két szakaszból áll. Az egyik szakasz végpontjaiban az 1. fogyasztó fogyasztása $(0, 0)$ illetve $(8, 4)$, a másik szakasz végpontjaiban az 1. fogyasztó fogyasztása $(8, 4)$ illetve $(8, 10)$. Másképp kifejezve: a Pareto-hatékony allokációk azok, amelyekben az 1. fogyasztó kosarára $y_1 = x_1/2$ teljesül, ha $x_1 < 8$, és a $(8, y_1)$ allokációk, ha $y_1 \geq 4$.
9. a) A bruttó keresletek: $x_B = \frac{40}{3}$, $y_B = \frac{10}{3}$, $x_T = \frac{25}{2}$, $y_T = \frac{25}{4}$, a nettó keresletek: $x_B^{\text{nettó}} = \frac{10}{3}$, $y_B^{\text{nettó}} = -\frac{5}{3}$, $x_T^{\text{nettó}} = \frac{15}{2}$, $y_T^{\text{nettó}} = -\frac{15}{4}$.
   b) nem
   c) $z_x(p_x, p_y) = \frac{20p_x+10p_y}{3p_x} + \frac{10p_x+20p_y}{2p_x+p_y} - 15$,
   $z_y(p_x, p_y) = \frac{10p_x+5p_y}{3p_y} + \frac{5p_x+10p_y}{2p_x+p_y} - 15$.
   d) p_x tetszőleges és $p_y = \frac{\sqrt{153}-11}{4} p_x$.
10. a) $C_S = \begin{cases} 2E_S, \text{ ha } E_S \leq 8,5 \\ 17, \text{ ha } E_S > 8,5 \end{cases}$
   b) 50
   c) $E_S = 4,75$, $C_S = 9,5$, $E_I = 6,25$, $C_I = 7,5$.
11. a) Ha a hal mennyiségét vízszintesen, a kagyló mennyiségét függőlegesen mérjük, akkor az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 20, függőleges oldala 10 egység.
   b) Ha Bálint fogyasztását a bal alsó csúcsból, Zsomborét a jobb felső csúcsból mérjük, akkor az induló allokáció koordinátái a bal alsó sarokból mérve: $(13, 2)$. Bálint keresett kosarának koordinátái a bal alsó

sarokból mérve: $(10, 5)$. Zsombor keresett kosarának koordinátái a bal alsó sarokból mérve: $(7, 8)$.

c) $p_h = p_k = 25$

d) Nem, mert Bálint és Zsombor az Edgeworth-doboz más-más pontját választaná.

12. a) A Pareto-halmazban azok az allokációk vannak, amelyekre $y_1 \leq x_1$ teljesül.

b) $p_x/p_y = 1$

13. a) Az Edgeworth-négyszög minden oldala 10 egység. Az induló allokáció a négyzet középpontja.

b) A megoldást arra az esetre adjuk meg, ha vízszintesen az x jószág mennyiségét, függőlegesen az y jószág mennyiségét mérjük, és Bianka fogyasztását a bal alsó, Dorináét a jobb felső sarokból mérjük. Bianka közömbösségi görbéi töröttvonalak. A töréspontok az $y_B = x_B/2$ egyenesen vannak (ez a bal alsó sarokból induló $1/2$ meredekségű egyenes), közömbösségi görbéinek a töréspont feletti része -1 meredekségű egyenesdarab, míg közömbösségi görbéinek a törésponttól jobbra eső része vízszintes. Dorka közömbösségi görbéi is töröttvonalak. Dorka közömbösségi görbéinek töréspontja a jobb felső sarokból induló $1/2$ meredekségű egyenesen helyezkednek el, közömbösségi görbéinek a törésponttól jobbra eső része -1 meredekségű egyenesdarab, míg közömbösségi görbéinek a törésponttól balra eső része vízszintes.

c) Az egyensúlyi allokációk halmaza a $\left(\frac{20}{6}, \frac{40}{6}\right)$ és $\left(\frac{40}{6}, \frac{20}{6}\right)$ pontok által meghatározott szakasz (a koordinátákat a bal alsó sarokból mérve). $p_x/p_y = 1$.

14. a) Ha vízszintesen az x jószág mennyiségét mérjük, függőlegesen az y jószágét, akkor az Edgeworth-négyszög vzszintes oldala 10 egység, függőleges oldala 15 egység.

b) Ha a bal alsó csúcsból Dóra, a jobb felsőből Nóra fogyasztását mérjük, akkor a szerződési görbe két szakaszból áll, az egyik szakasz a bal alsó csúcspontot az Edgeworth-négyszög jobb oldalának felső harmadolópontjával köti össze, a másik szakasz az Edgeworth-négyszög jobb oldalának felső harmadolópontját a jobb felső csúcsponttal köti össze.

15. Az A fogyasztó által gyengén preferált kosarakra: $x_A + (y_A + 1)^2 \geq U_A(4, 12) = 173$, azaz $x_A \geq 173 - (y_A + 1)^2$. Ha az A fogyasztó a $(4, 12)$ kosarat fogyasztja, akkor a B fogyasztó kosara a $(15 - 4, 12 - 12) = (11, 0)$. A B fogyasztó által gyengén preferált kosarakra: $x_B \geq U_B(11, 0) = 11$, amiből a $x_A + x_B = 15$ egyenlet felhasználásával $15 - x_A \geq 11$, azaz $4 \geq x_A$ következik. Ebből és abból az egyenlőtlenségből, amit az A által gyengén preferált kosarakra felírtunk: $4 \geq x_A \geq 173 - (y_A + 1)^2$, így $y_A \geq 12$ és $4 \geq x_A \geq 4$, tehát az egyetlen elosztásra, amelyet mindkét fogyasztó gyengén preferál a feladatban megadotthoz képest: $x_A = 4$, $y_A = 12$, ami éppen a feladat szövegében megadott elosztás. Így annak az elosztásnak, amelyben az A fogyasztó a $(4, 12)$ kosarat fogyasztja, nem létezik Pareto-javítása.

16. Pareto-javítás az az elosztás, amelyben Andor a $(0, 4)$ kosarat fogyasztja.
17. a) Az Edgeworth-négyszög négyzet alakú. Ha az A fogyasztó fogyasztását a bal alsó sarokból mérjük, akkor közömbösségi görbéi koncentrikus negyedkörívek, melyek középpontja az Edgewort-négyszög bal alsó csúcspontja. Ha a B fogyasztó fogyasztását a jobb felső sarokból mérjük, akkor közömbösségi görbéi koncentrikus negyedkörívek, melyek középpontja az Edgewort-négyszög jobb felső csúcspontja.
    b) A Pareto-hatékony elosztások az Edgeworth-négyszög oldalaira eső elosztások.
18. A Pareto-halmaz a teljes Edgewort-négyszög.
19. A Pareto-halmaz egyetlen allokációból áll. Ebben az allokációban Nellinek csak meggy, Rozinak csak cseresznye van a kosarában.
20. $p_a/p_b = 2$, $a_X = 12,5$, $b_X = 5$, $a_Y = 7,5$, $b_Y = 15$.
21. Az $y_1z_1/x_1z_1 = p_x/2$, $x_1z_1/x_1y_1 = p_y/p_z$, $y_1z_1/x_1y_1 = p_x/p_z$, $p_x = 2 = p_z$, $x_3 = y_3 = z_3$, $p_xx_1 + 2y_1 + p_zz_1 = p_x \cdot 4 + 2 \cdot 4 + p_z \cdot 1$, $p_xx_2+2y_2+p_zz_2 = p_x\cdot 3+2\cdot 1+p_z\cdot 7$, $p_xx_3+2y_3+p_zz_3 = p_x\cdot 5+2\cdot 4+p_z\cdot 3$ egyenletrendszer megoldása $p_x = p_y = p_z = 2$, $x_1 = y_1 = z_1 = 3$, $x_2 = 5$, $y_2 = 2$, $z_2 = 4$, $x_3 = y_3 = z_3 = 4$.
22. A szerződési görbe pontjaiban $x_S = y_S$ és $3 \leq x_S \leq 7$ teljesül, és mindkét fogyasztó közömbösségi görbéje -1 meredekségű. Így az egyensúlyi árarány -1, a költségvetési egyenesek egyenlete $x_S + y_S = 8 + 2$ és $x_R + y_R = 2 + 8$. Az egyensúly $p_x/p_y = 1$, $x_S = 5$, $y_S = 5$, $x_T = 5$, $y_T = 5$.
23. a) Ha az x jószág mennyiségét vízszintesen, az y jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 20, függőleges oldala 10 egység. Ha az A fogyasztó fogyasztását a bal alsó sarokból, a B fogyasztóét a jobb felső sarokból mérjük, akkor az induló allokáció az Edgeworth-négyszög bal felső csúcspontja. Az A fogyasztó közömbösségi görbéi L-alakúak, töréspontjaik a bal alsó sarokból induló 2 meredekségű egyenesen vannak. A B fogyasztó közömbösségi görbéi -1 meredekségű egyenesek.
    b) A Pareto-hatékony allokációk az A fogyasztó közömbösségi görbéinek a töréspontjai, tehát az Edgeworth-négyszög bal alsó csúcspontját az Edgeworth-négyszög felső oldalának bal oldali negyedelőpontjával összekötő szakaszon helyezkednek el.
24. a) Ha az x jószág mennyiségét vízszintesen, az y jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, az Edgeworth-négyszög vízszintes oldala 30, függőleges oldala 20 egység. Ha az 1. fogyasztó fogyasztását a bal alsó sarokból, a 2. fogyasztóét a jobb felső sarokból mérjük, akkor az 1. fogyasztó közömbösségi görbéi L-alakúak, töréspontjaik a bal alsó sarokból induló 1 meredekségű egyenesen vannak. A 2. fogyasztó közömbösségi görbéi lefelé fordított L-alakú görbék, töréspontjaik az Edgeworth-négyszög jobb felső csúcspontjából induló 1/3 meredekségű egyenesen helyezkednek el.

b) A Pareto-hatékony elosztások halmazát a fogyasztók közömbösségi görbéinek töréspontjai által közrezárt területek adják, ahol a két fogyasztó ugyanazon ponton áthaladó közömbösségi görbéi egy környezetben egybeesnek. Ez két zárt háromszöglap együttese. Az Edgeworth-négyszög bal alsó sarkából mérve az egyik háromszöglap csúcsainak koordinátái $(0,0)$, $(0,10)$, $(15,15)$, a másik háromszöglap csúcspontjai: $(15,15)$, $(20,20)$, $(30,20)$.

25. a) Az Edgeworth-négyszög minden oldala 10 egység. Ha az x jószág mennyiségét vízszintesen, az y jószág mennyiségét függőlegesen mérjük, és Boldizsár fogyasztását a bal alsó sarokból, Zsomborét a jobb felső sarokból mérjük, akkor mindkét fogyasztó közömbösségi görbéi koncentrikus körök, Boldizsár közömbösségi görbéinek középpontja $(2,8)$, Zsombor közömbösségi görbéinek középpontja $(8,2)$ (mindkét esetben a bal alsó sarokból mérve a koordinátákat).

b) A Pareto-hatékony elosztások a Boldizsár közömbösségi görbéinek középpontját Zsombor közömbösségi görbéinek középpontjával összekötő szakaszon vannak. E szakasz végpontjai a bal alsó sarokból mérve: $(2,8)$ és $(8,2)$.

c) A közömbösségi görbék közös érintőjének meredeksége a Pareto-hatékony elosztásokban -1, így az árarány $p_x/p_y = 1$.

26. Az indulókészletek alapján $m_1 = m_2 = p_x \cdot 10 + p_y \cdot 10$. Ebből Roy-azonosság felhasználásával $x_1 = 5\frac{p_y}{p_x} + 5$, $x_2 = 2,5\frac{p_y}{p_x} + 2,5$ adódik, amit az $x_1 + x_2 = 10 + 10$ egyenletbe behelyettesítve $p_y/p_x = 5/3$.

27. a) Amennyiben az L a vízszintes, a banán a függőleges tengelyen van, akkor a közömbösségi görbék konvex, pozitív meredekségű görbék, melyek az y tengelyt épp az adott görbéhez tartozó hasznosság értékénél metszik.

b) Robinson termelési függvénye az a)-ban jelzett koordinátarendszerben az origóból induló konkáv görbe.

c) Az $U = \sqrt{L} - 2L^2$ függvény maximumhelye $L = 1/4$-nél van, itt $y = 1/2$.

d) $w/p = MP_L = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1/4}} = 1$.

28. a) Amennyiben a pihenés a vízszintes, a burgonya a függőleges tengelyen van, akkor L alakúak a közömbösségi görbék, az L mindkét szára a megfelelő tengellyel párhuzamos, csúcspontja a burgonya = pihenés egyenesen van. A termelési lehetősége pedig ugyanebben a rendszerben egy olyan konkáv, negatív meredekségű görbe, mely a burgonyatengelyt a $\sqrt{12}$, a pihenéstengelyt a 12 pontban metszi.

b) Az optimum a tökéletesen kiegészítő preferenciákat kifejező valamelyik közömbösségi görbe csúcspontjában van, méghozzá a termelési lehetőségek által meghatározott lehető legmagasabb hasznossági szinten: 9 órát dolgozik és 3 kg burgonyát eszik.

c) $w/p = MP_L = 1/6$

29. Amennyiben a vízszintes tengelyen az l, a függőleges tengelyen az y értékét ábrázoljuk, akkor a közömbösségi görbék a $(2, 10)$ középpontú körök első síknegyedbe eső részei. Minél kisebb a kör sugara, annál nagyobb hasznosságot reprezentál a közömbösségi görbe. Valamennyi esetben a megadott termelési függvény közös pontját keressük a lehető legnagyobb hasznosságot reprezentáló közömbösségi görbével. A feladatot csak valamilyen numerikus módszer segítségével lehet megoldani, feltételes maximumkereséssel.
    a) $l \approx 3,28$
    b) $l = 6$
    c) Ebben az esetben a termelési függvény konvex, a növekvő mérethozadék miatt a termelőnek nincs profitmaximua, és így nincs versenyzői egyensúly se.
30. Ha a vízszintes tengelyen a kókusz, a függőleges tengelyen a hal mennyiségét mérjük, akkor a termelési lehetőségek határa egy negatív meredekségű egyenes, amelynek vízszintes tengelymetszete 12, függőleges tengelymetszete 8.
    a) $-2/3$
    b) Jelöljük L-lel a halfogásra szánt időt ($0 \leq L \leq 4$), ekkor a kifogott halak száma $2L$, a kókuszgyűjtésre megmaradt idő $4-L$, az összegyűjtött kókuszok száma $3 \cdot (4-L)$, a hasznosságmaximalizálás-probléma alapján L-et úgy kell meghatározni, hogy $2 \cdot L \cdot (4-L) \cdot 3$ a lehető legnagyobb legyen. A megoldás: $L = 2$, és így Robinson 6 kókuszt és 4 halat tud megenni.
31. a) Mivel egyetlen fogyasztónk van, aki csak magának termel, ezért $x_1 = y_1 = l_1^{\frac{1}{2}}$ és $x_2 = y_2 = l_2^{\frac{1}{3}}$. A feladat tehát maximalizálni az $U = l_1^3 l_2 h^4$ függvényt az $l_1 + l_2 + h = 16$ korlát mellett. Az eredmény: $l_1 = 6$, $l_2 = 2$, $h = 8$.
    b) Az a) feladat alapján $x_1 = \sqrt{6}$, $x_2 = \sqrt[3]{2}$.
    c) Ekkor optimumban a baromfi és a szabadidő helyettesítési határrátája $= p_1/w = 2\sqrt{6}$, illetve a zöldség és a szabadidő helyettesítési határrátája$=p_2/w = 3\sqrt[3]{4}$.
32. a) Mivel egyetlen fogyasztónk van, aki csak magának termel, ezért $y_1 = l_1^k$ és $y_2 = l_2^\gamma$. A feladat tehát maximalizálni az $U = l_1^{ak} l_2^{b\gamma} h^n$ függvényt az $l_1 + l_2 + h = M$ korlát mellett. Az eredmény: $l_1 = \frac{Mak}{rb+ak+n}$, $l_2 = \frac{Mrb}{rb+ak+n}$, $y_1 = \left(\frac{Mak}{rb+ak+n}\right)^k$, $y_2 = \left(\frac{Mrb}{rb+ak+n}\right)^r$.
    b) Ekkor optimumban az élelmiszer és a szabadidő helyettesítési határrátája abszolút értékben: $\frac{p_1}{w} = \frac{a(rb+ak+n)^k}{nM^k a^k k^k}$, a feldolgozóipar termékének és a szabadidőnek a helyettesítési határrátája abszolút értékben: $\frac{p_2}{w} = \frac{b(rb+ak+n)^r}{nM^r a^r k^r}$.
33. a) A vasalt lepedő mennyiségét v-vel, a mosott lepedő mennyiségét m-mel jelölve, a transzformációs görbék: feleség: $v = 64 - 0,4m$, férj: $v = 144 - 1,8m$. Ezt a két egyenest ábrázoljuk az m–v koordinátarend-

szerben. (A vízszintes tengelyen a mosott lepedők számát tüntessük fel!)

b) $v = \begin{cases} 208 - 0,4m, \text{ ha } m \leq 160 \\ 432 - 1,8m, \text{ ha } m > 160 \end{cases}$, vagyis a transzformációs görbe (más néven a termelési lehetőségek határgörbéje) az m tengelyt 240-nél, a v tengelyt 208-nál metszi, két szakaszból álló konkáv görbe, a töréspont az $m = 160$, $v = 144$ pontban van.

c) $m = 208 - 0,4m$, ahonnan $m = 148,57$. Ez az értelmezési tartományban van ($m \leq 160$, a másik ágon található metszéspont nem eleme az értelmezési tartománynak), de m értéke csak egész lehet, így $m = 148$, vagyis nem teljesen dolgozzák végig a 16 órát.

34. A gyíkok számát g-vel, a banán kg-jainak számát b-vel jelöljük. Az alábbi egyeneseket, illetve egyeneságakat a g–b koordinátarendszerben ábrázoljuk, legyen a g a vízszintes tengelyen!

a) Robinson: $b = 160 - g$, Péntek: $b = 320 - \frac{2}{3}g$.

b) $b = \begin{cases} 480 - \frac{2}{3}g, \text{ ha } g \leq 480 \\ 640 - g, \text{ ha } g > 480 \end{cases}$

c) $U(b, g) = 4b + 3g$, aminek a maximumát keressük a termelési lehetőségek határgörbéjén. Ez épp a görbe töréspontjában van. Robinson: $b = 160, g = 0$; Péntek:$b = 0, g = 480$.

35. a) Traktorosok: $f = 48\ 000 - 10b$; nyakkendősök: $f = 3000 - \frac{3}{14}b$.

b) $f = \begin{cases} 51\ 000 - \frac{3}{14}b, \text{ ha } b \leq 14\ 000 \\ 188\ 000 - 10b, \text{ ha } b > 14\ 000 \end{cases}$

36. $y = \begin{cases} 242 - \frac{x^2}{2}, \text{ ha } x \leq 2\sqrt{98} \\ 144 - (x - \sqrt{98})^2, \text{ ha } x > 2\sqrt{98} \end{cases}$

37. a) Egyensúlyban: $-MRT = 2y_1 = 2(x_1^A + x_1^B) = -MRS_A = 2x_2^A/x_1^A = = MRS_B = 2x_2^B/x_1^B$, amiből $20\ 000 - y_1^2 = y_2 = x_2^A + x_2^B = = (x_1^A + x_1^B)^2 = y_1^2$. Tehát $y_1 = 100,\ y_2 = 10\ 000$.

b) $-MRT = p_1/p_2 = 200$

c) $\pi_1 = p_1y_1 - FC = 200 \cdot 100 - 5000 = 15\ 000$,
$\pi_2 = p_2y_2 - FC = 1 \cdot 10\ 000 - 5000 = 5000$,
$m_1 = m_2 = 0,5\pi_1 + 0,5\pi_2 + FC = 15\ 000$

d) $x_1^A = x_1^B = 50,\ x_2^A = x_2^B = 5000$

38. a) $\max_{x_0} p_1\beta\sqrt{x_0} - p_0x_0$; $\Pi = p_1^2\beta^2/4p_0$

b) $c_0(p_0, p_1) = \frac{p_1^2\beta^2 + 4p_0^2n}{(1+\alpha)p_0^2 4n}$, $c_1(p_0, p_1) = \alpha\frac{p_1^2\beta^2 + 4p_0^2n}{(1+\alpha)p_1p_0 4n}$,
$D_0(p_0, p_1) = \frac{p_1^2\beta^2 + 4p_0^2n}{(1+\alpha)p_0^2 4}$, $D_1(p_0, p_1) = \alpha\frac{p_1^2\beta^2 + 4p_0^2n}{(1+\alpha)p_1p_0 4}$

c) $\frac{p_1}{p_0} = \sqrt{\frac{4n\alpha}{(2+\alpha)\beta^2}}$

39. a) $x_1^A = \frac{p_2^2}{p_1^2}$, $x_2^A = 2\frac{p_2}{p_1}$, $\pi_A = \frac{p_2^2}{p_1}$, $x_1^B = \frac{4p_2^2}{p_1^2}$, $x_2^B = 8\frac{p_2}{p_1}$, $\pi_B = 4\frac{p_2^2}{p_1}$

b) $c_1^A(p_1, p_2) = 1 + 0,5\frac{p_2^2}{p_1^2}$, $c_2^A(p_1, p_2) = \frac{p_1}{p_2} + 0,5\frac{p_2}{p_1}$, $c_1^B(p_1, p_2) = 0,5 + 2\frac{p_2^2}{p_1^2}$,
$c_2^B(p_1, p_2) = \frac{p_1}{2p_2} + 2\frac{p_2}{p_1}$

c) $D_1(p_1,p_2)=1,5+2,5\frac{p_2^2}{p_1^2}$, $D_2(p_1,p_2)=\frac{3p_1}{2p_2}+2,5\frac{p_2}{p_1}$

d) $p_1=\sqrt{5}=2,23$, $p_2=1$, $x_1^A=0,20$, $x_2^A\approx 0,894$, $\pi_A\approx 0,447$, $c_1^A=1,1$, $c_2^A\approx 2,466$, $x_1^B=0,80$, $x_2^B\approx 3,578$, $\pi_B\approx 1,793$, $c_1^B=0,9$, $c_2^B\approx 2,017$

40. a) A hasznossági függvény maximuma a transzformációs görbe adta lehetőség (feltétel) mellett: $x=6$, $y=36$

b) $p_x=4$, $p_y=1$

c) $x=10,2$, $y=30,6$

d) Igen, mert ezáltal bővül a számára elérhető kosarak halmaza, és választása a korábbinál nagyobb hasznosságot eredményez számára.

41. a) 1. vállalat: $\max\limits_{L}[p_1(-L_1^2+1000L_1)-wL_1]$, $L_1(p_1,w)=500-\frac{w}{2p_1}$, $y_1(p_1,w)=250\ 000-\frac{w^2}{4p_1^2}$, $\pi_1(p_1,w)=250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w$,

2. vállalat: $\max\limits_{L}[p_2(-L_2^2+600L_2)-wL_2]$, $L_2(p_2,w)=300-\frac{w}{2p_2}$, $y_2(p_2,w)=90\ 000-\frac{w^2}{4p_2^2}$, $\pi_2(p_2,w)=90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w$

b) A fogyasztó:
$$\begin{cases}\text{célfv.: } \max\limits_{x_1,x_2,x_3} x_1x_2^3x_3\\ \text{korl. felt.: } p_1x_1+p_2x_2+wx_3=24w+70\ 000p_1+\\ +5000p_2+0,2\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+\\ +0,7\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\end{cases}$$

$$x_1^A(p_1,p_2,w)=\frac{1}{5p_1}\Big[24w+70\ 000p_1+5000p_2+$$
$$+0,2\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+0,7\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\Big]$$
$$x_2^A(p_1,p_2,w)=\frac{3}{5p_2}\Big[24w+70\ 000p_1+5000p_2+$$
$$+0,2\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+0,7\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\Big]$$
$$x_3^A(p_1,p_2,w)=\frac{1}{5w}\Big[24w+70\ 000p_1+5000p_2+$$
$$+0,2\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+0,7\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\Big]$$

B fogyasztó:
$$\begin{cases}\text{célfv.: } \max\limits_{x_1,x_2,x_3} x_1^3x_2^9x_3^3\\ \text{korl. felt.:} p_1x_1+p_2x_2+wx_3=24w+30\ 000p_1+\\ +5000p_2+0,8\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+\\ +0,3\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\end{cases}$$

$$x_1^B(p_1,p_2,w)=\frac{1}{5p_1}\Big[24w+30\ 000p_1+5000p_2+$$
$$+0,8\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+0,3\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\Big]$$
$$x_2^B(p_1,p_2,w)=\frac{3}{5p_2}\Big[24w+30\ 000p_1+5000p_2+$$
$$+0,8\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+0,3\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\Big]$$

$x_3^B(p_1,p_2,w)=\frac{1}{5w}\Big[24w+30\ 000p_1+5000p_2+$
$+0,8\left(250\ 000p_1+\frac{w^2}{4p_1}-500w\right)+0,3\left(90\ 000p_2+\frac{w^2}{4p_2}-300w\right)\Big]$.

c) $10\ 000p_2+\frac{3}{2}\frac{w^3}{p_1}+\frac{1}{4}\frac{w^3}{p_2}=752w-900\ 000p_1$
$350\ 000p_1+\frac{2}{3}\frac{w^3}{p_2}+\frac{1}{4}\frac{w^3}{p_1}=752w-50\ 000p_2$
$3008w+350\ 000p_1+100\ 000p_2=\frac{9}{4}w^2\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}\right)$

42. a) 1. vállalat: $\max\limits_L[p_1\sqrt{L_1}-p_LL_1,\ L_1(p_1,p_L)]=\frac{p_1^2}{4p_L^2}$, $y_1(p_1,p_L)=\frac{p_1}{2p_L}$, $\pi_1(p_1,p_L)=\frac{p_1^2}{4p_L}$
2. vállalat: $\max\limits_L[2p_2\sqrt{L_2}-p_LL_2,\ L_2(p_2,p_L)]=\frac{p_2^2}{p_L^2}$, $y_2(p_2,p_L)=\frac{2p_2}{p_L}$, $\pi_2(p_2,p_L)=\frac{p_2^2}{p_L}$

b) A fogyasztó: $\begin{cases}\max\limits_{x_1,x_2,x_3} x_1^ax_2^bx_3^c\\ p_1x_1+p_2x_2+p_Lx_3=p_1w_1^A+p_2w_2^A+24p_L+\frac{p_1^2+4p_2^2}{8p_L}\end{cases}$
$x_1^A(p_1,p_2,p_L)=\frac{a(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2+8p_Lp_1w_1^A+8p_Lp_2w_2^A)}{8p_L(a+b+c)p_1}$,
$x_2^A(p_1,p_2,p_L)=\frac{b(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2+8p_Lp_1w_1^A+8p_Lp_2w_2^A)}{8p_L(a+b+c)p_2}$,
$x_3^A(p_1,p_2,p_L)=\frac{c(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2+8p_Lp_1w_1^A+8p_Lp_2w_2^A)}{8p_L^2(a+b+c)}$,
B fogyasztó: $\begin{cases}\max\limits_{x_1,x_2,x_3} x_1^dx_2^hx_3^r\\ p_1x_1+p_2x_2+p_Lx_3=p_1w_1^B+p_2w_2^B+24p_L+\frac{p_1^2+4p_2^2}{8p_L}\end{cases}$
$x_1^B(p_1,p_2,p_L)=\frac{d(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(d+h+r)p_1}$,
$x_2^B(p_1,p_2,p_L)=\frac{h(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(d+h+r)p_1}$,
$x_3^B(p_1,p_2,p_L)=\frac{r(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(d+h+r)p_1}$

c) $\frac{a(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(a+b+c)p_1}+\frac{d(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(d+h+r)p_1}=\frac{p_1}{2p_L}$,
$\frac{b(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(a+b+c)p_2}+\frac{h(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(d+h+r)p_1}=\frac{2p_2}{p_L}$,
$\frac{c(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L^2(a+b+c)}+\frac{r(p_1^2+4p_2^2+192p_L^2)}{8p_L(d+h+r)p_1}=24-\frac{p_1^2+4p_2^2}{p_L^2}$

43. Pareto-optimum esetén: $MRS_{ij}^A=MRS_{ij}^B=MRT_{ij}$. Ez a versenyzői egyensúlyban teljesül, mivel $MRS_{ij}^A=MRS_{ij}^B=MRT_{ij}=\frac{p_i}{p_j}$. Mivel Cobb-Douglas preferenciáink és konkáv termelési függvényeink vannak, a Pareto-optimum feladatban a Lagrange-változókat áraknak választva, versenyzői egyensúlyként is megvalósíthatjuk az optimumot.

13. fejezet

Jóléti közgazdaságtan, külső gazdasági hatások, közjavak

A neoklasszikus mikroökonómia alapvetően az egyéni szereplők optimumának meghatározásával foglalkozik. A valóság azonban ennél sokkal összetettebb, hiszen egy szereplő viselkedése gyakran úgy gyakorol hatást a másik szereplő hasznosságára vagy profitjára, hogy közben a tevékenység eredménye és ellenértéke a piacon nem cserél gazdát, azaz a tevékenység külső gazdasági hatással jár. Továbbá az ún. közjavak, vagy a közjavakhoz bizonyos szempontból hasonló termékek egyszerre sok ember hasznosságát befolyásolják, így a velük kapcsolatos döntést együtt kellene meghozniuk az érdekelteknek. Ez a döntés, ill. a döntés megvalósítása azonban problémás, hisz az jár jól, aki helyett a többiek fizetnek. Még egy logikai lépcsőfokkal továbbmenve: a bizonyos közgazdasági irányzatok szerint fontos társadalmi döntéshozót a társadalom egészének a jóléte érdekli, és nem külön-külön, az egyes egyének által elért hasznossági szint. A társadalmi jóléti függvény konstrukciója azonban nem egyértelmű, és a függvény szerkezete eleve meghatározza, kiknek az érdeke fontosabb a társadalmi döntéshozó számára. A közösen használt javak esetében egy másik problémakör a javak túlhasználása, melyet éppen a magántulajdonba vétel orvosolhat. Jelen fejezetben az olvasó gyakorolhatja a társadalmi jóléti függvény konstruálását, a közjószág optimális mennyiségének meghatározását, a külső gazdasági hatások belső hatásokká alakításának módjait, valamint a különböző társadalmi döntési mechanizmusok eredményének kiszámítását, és a közlegelő optimális kihasználási szintjének meghatározását. A fejezet példáinak megoldásához csak akkor érdemes nekilátni, ha az olvasó ismeri az ide vonatkozó elméleti hátteret.

13.1. Tesztkérdések

Társadalmi jólét, preferenciák aggregálása

1. Az egyéni preferenciák aggregálásánál a Pareto-feltétel azt jelenti, hogy
   a) a társadalmi választás a legrosszabb helyzetben levő fogyasztó jólétét maximalizálja;
   b) a társadalmi választás a fogyasztók jólétének összegét maximalizálja;
   c) ha két alternatívára nézve az egyéni preferencia-sorrendek megegyeznek, akkor a társadalmi preferenciarendezésben is ez a sorrend kell, hogy megjelenjen;
   d) a társadalmi preferenciák minden egyén jólétét maximalizálják.
2. Az egyéni preferenciák aggregálásánál az univerzális értelmezési tartomány feltétele azt jelenti, hogy
   a) a társadalmi választás eredménye megegyezik a társadalom valamennyi tagjának egyéni választásával;
   b) az egyéni pereferenciarendezések lehetnek bármilyen teljes, reflexív és tranzitív preferenciarendezések;
   c) a társadalmi preferencia-sorrend a társadalom minden tagjának véleményét tükrözi;
   d) szélsőséges eseteket, például sarokmegoldásokat nem veszünk figyelembe.
3. Az egyéni preferenciák aggregálásánál az irreleváns alternatíváktól való függetlenség feltétele azt jelenti, hogy
   a) két alternatíva sorrendje a társadalmi rangsorban nem függhet más alternatívák helyzetétől az egyéni rangsorokban;
   b) a társadalmi választás eredménye nem eshet olyan alternatívára, amelyet a társadalom tagjai egyénileg nem választanának;
   c) a társadalmi preferenciarendezés az elérhető alternatíváktól függetlenül teljes, reflexív és tranzitív lesz;
   d) a társadalmi preferencia-sorrend független a választást kívülről befolyásoló tényezőktől.
4. Az egyéni preferenciák aggregálásánál a diktatúramentesség feltétele azt jelenti, hogy
   a) a társadalmi választás eredménye garantáltan nem lehet egy diktátor megválasztása;
   b) a társadalmi preferencia-sorrendben a diktátor által leginkább preferált alternatíva az utolsó helyen szerepel;
   c) egyik egyén preferenciarendezése sem válhat automatikusan társadalmi preferenciarendezéssé;
   d) a társadalom tagjait sorba kell rendezni, és az egymás után következő társadalmi döntéseknél a soron következő polgár egyéni döntését valósítják meg.

5. Az Arrow-féle lehetetlenségi tétel értelmében a társadalmi döntési mechanizmusban
   a) az irreleváns alternatíváktól való függetlenség csak diktátor esetén lehetséges;
   b) az irreleváns alternatíváktól való függetlenség és a mindenki által jobbnak ítélt verzió társadalmilag is jobbnak tartott rangsorolása együttesen csak diktátor esetén lehetséges;
   c) az irreleváns alternatíváktól való függetlenség, a mindenki által jobbnak ítélt verzió társadalmilag is jobbnak tartott rangsorolása és a döntési mechanizmus racionalitása együttesen csak diktátor esetén lehetséges;
   d) a mindenki által jobbnak ítélt verzió társadalmilag is jobbnak tartott rangsorolása és a döntési mechanizmus racionalitása együttesen csak diktátor esetén lehetséges.
6. Az Arrow-féle lehetetlenségi tétel
   a) az egyéni döntéseken alapuló társadalmi választás erkölcsi normák szerinti elfogadhatóságára vonatkozóan fogalmaz meg megszorításokat;
   b) az egyéni döntéseken alapuló társadalmi választás manipulálhatóságára vonatkozóan fogalmaz meg megszorításokat;
   c) a társadalmi preferenciák alapjául szolgáló teljes és tranzitív egyéni preferenciákra vonatkozóan fogalmaz meg megszorításokat;
   d) az egyéni preferenciák aggregálási módszerére vonatkozóan fogalmaz meg megszorításokat.
7. A társadalmi jóléti függvény
   a) formája különböző politikai filozófiákat tükrözhet;
   b) az Arrow-féle lehetetlenségi tétel szerint nem létezik;
   c) szintvonala a hasznossági lehetőségek határa;
   d) értéke (eredményváltozója) minden egyes esetben egy vektor.
8. Az utilitarista társadalmi jóléti függvényre nem igaz, hogy
   a) értéke feltétlen csökken, ha a társadalom egy tagjának hasznossága csökken, egy másvalakié pedig nő;
   b) figyelembe veszi a társadalom minden tagjának egyéni hasznosságát;
   c) az egyéni hasznosságok súlyozott összege;
   d) értéke feltétlen növekszik, ha a társadalom legszegényebb tagjának hasznossága ceteris paribus nő.
9. A Bergson–Samuelson-féle társadalmi jóléti függvény
   a) lehet Rawls-i típusú;
   b) nem lehet klasszikus utilitarista típusú;
   c) a társadalom minden tagjának biztosan azonos módon veszi figyelembe a hasznosságát;
   d) mindig egyetlen, a társadalmat reprezentáló fogyasztó hasznosságától függ.

10. Az a társadalmi jóléti függvény, amely esetén a társadalom jólétét a legalacsonyabb hasznossági szinttel rendelkező egyén hasznossága határozza meg
    a) olyan, mintha társadalmi szinten az egyes egyének hasznossága tökéletesen helyettesítené egymást;
    b) Rawls-i típusú;
    c) utilitarista típusú;
    d) biztos, hogy nem Bergson–Samuelson típusú.
11. Egy méltányos elosztás
    a) mindig igazságos is;
    b) csak akkor igazságos, ha Pareto-hatékony;
    c) csak olyan lehet, hogy mindenki teljesen egyenletesen részesedik a javakból;
    d) sosem lehet Pareto-hatékony.
12. Egy olyan társadalmi jóléti függvény, amelyben az egyéni hasznosságok csak a saját fogyasztástól függenek (azaz a többi egyén fogyasztásától nem)
    a) lehet Bentham-féle jóléti függvény;
    b) lehet Rawls-féle jóléti függvény;
    c) Bergson–Samuelson-féle.
    d) Mindhárom fenti válasz helyes.
13. A társadalmi jóléti függvény
    a) maximalizálása a hasznossági lehetőségek határa, mint korlátozó feltétel (csak a határon és alatta lehet reális a társadalom tagjainak hasznossága) mellett mindig piaci egyensúlyhoz vezet;
    b) maximalizálása a hasznossági lehetőségek határa (csak a határon és alatta lehet reális a társadalom tagjainak hasznossága), mint korlátozó feltétel mellett Pareto-hatékony megoldáshoz vezet;
    c) maximalizálása a hasznossági lehetőségek határa, mint korlátozó feltétel (csak a határon és alatta lehet reális a társadalom tagjainak hasznossága) mellett méltányos elosztáshoz vezet;
    d) maximalizálása a hasznossági lehetőségek határa (csak a határon és alatta lehet reális a társadalom tagjainak hasznossága), mint korlátozó feltétel mellett csak Bergson–Samuelson-féle függvényforma esetén vezet garantáltan Pareto-hatékony megoldáshoz.

Externáliák

14. Melyik tekinthető negatív externáliát okozó tevékenységnek a következők közül?
    a) Dolgozóként úgy dönt, hogy napi rendszerességgel igénybe veszi a BKV szolgáltatásait (ezzel csak elenyésző módon növeli a járművek zsúfoltságát).
    b) Almáskertje szomszédságába méhészetet telepítenek és a méhek nem okoznak Önnek kellemetlenségeket.
    c) Úgy dönt, hogy egy átlagosnál nagyobb benzinfogyasztású sportcélú haszonjárművet vásárol.
    d) Az új technológiák területét érintő kutatások.

15. Melyik tekinthető pozitív externáliát okozó tevékenységnek a következők közül?
    a) Egy zongoraművész belépődíj fejében meghallgatható előadása a MÜPÁ-ban.
    b) Egy építész saját maga részére tervezett hétvégi háza, amiben minden egyes eltöltött percet élvez.
    c) Egy háztulajdonos fát ültet háza elé, hogy az árnyékot vessen. Az árnyékot a szomszéd ház lakója is élvezi.
    d) Egy munkás hazafelé tartva személygépkocsijával dugóba kerül.
16. A munkaerő-piacon pozitív externáliának tekinthető az a hatás, amit
    a) az álláskereső keresési intenzitásának növelésével más álláskeresőknek okoz.
    b) az álláskereső keresési intenzitásának növelésével az álláshirdető vállalatoknak okoz.
    c) az álláshirdető vállalat keresési intenzitásának növelésével más vállalatoknak okoz.
    d) Az a) és c) válaszban leírt hatás is pozitív externáliának minősül.
17. A munkaerőpiacon az álláshirdető vállalat keresési intenzitásának növelésével pozitív externális hatást fejthet ki
    a) más álláshirdető vállalatokra, hiszen azok így nehezebben találhatnak munkásokat.
    b) más álláshirdető vállalatokra, hiszen azok így könnyebben találhatnak munkásokat.
    c) csak az álláskeresőkre, hiszen azok így könnyebben elhelyezkedhetnek.
    d) az álláskeresőkre és más álláshirdető vállalatokra is.
18. Milyen javak okozhatnak külső gazdasági hatásokat?
    a) csak magánjavak;
    b) csak közjavak;
    c) csak kollektív javak;
    d) a magánjavak, a kollektív javak és a közjavak esetében is előfordulhat externália.
19. Pozitív externália esetén a külső gazdasági hatást okozó termelés szintje
    a) optimális lesz;
    b) meghaladja az optimális szintet;
    c) nem éri el az optimális szintet;
    d) csökkenti a kibocsátást a másik jószágból.
20. Negatív externália esetén azért lesz az optimálisnál magasabb a kibocsátás, mert
    a) a fogyasztók többre értékelik a jószágot;
    b) az extern hatást kibocsátó termelő nem maximalizálja profitját;
    c) az extern hatást kibocsátó termelő által érzékelt költségek alacsonyabbak, mint a teljes társadalmi költség;
    d) a méretgazdaságosság miatt olcsóbbá válik a termelés.

21. Az alábbiak közül melyik érv szólhat a közoktatás állami támogatása mellett?
    a) a közoktatás fogyasztásában nincs versengés;
    b) akármelyik fogyasztót is erkölcstelen lenne kizárni az oktatásból;
    c) a közoktatás pozitív externáliával jár;
    d) a közoktatás negatív externáliával jár.
22. A neoklasszikus mikroökonómia szemléletében érdemes-e a környezetszennyezés szintjét nullára csökkenteni?
    a) Igen, mivel ez egy értékes cél.
    b) Igen, ugyanis ennek költségét nem a fogyasztók, hanem a vállalatok fizetnék meg.
    c) Nem, mivel a környezetszennyezés szintjének bármilyen csökkentése a kibocsátás szintjét mindenképpen csökkentené.
    d) Nem, csupán addig a pontig, ahol a szennyezés csökkentésének határköltsége megegyezik a szennyezés csökkentésének határhasznával.
23. Mi lehet az előnye a szennyezésre kivetett adónak a kötelező előírásokkal szemben?
    a) Mindig kisebb az ellenőrzés költsége.
    b) Az aszimmetrikus információ miatt a kötelező előírásokat a vállalat esetenként könnyen kijátszhatja.
    c) Semmi, a két megoldás mindig ugyanarra a kimenetre vezet.
    d) Semmi, a kötelező előírások nagyobb visszatartó erővel bírnak.
24. Negatív externális hatást okozó vállalat termelésének szabályozása esetében
    a) a vállalat számára kedvezőbb az adókivetés a kvótával való szabályozásnál, ugyanis adókivetés esetében a társadalmi többlet nagyobb része illeti a vállalatot.
    b) a vállalat számára kedvezőbb a kvótával való szabályozás az adónál, ugyanis kvótaszabályozás esetében a társadalmi többlet nagyobb része illeti a vállalatot.
    c) a ki nem bocsátott termékre fizetett támogatás mind rövid mind hosszú távon megfelelő.
    d) a ki nem bocsátott termékre fizetett támogatás nem használható.
25. Negatív externális hatást okozó vállalat úgy ösztönözhető a társadalmilag optimális szintű termelésre, hogy
    a) a kormányzat a termelésére akkora adót vet ki, amekkora a társadalmi optimum melletti társadalmi határköltség és a vállalat egyéni optimuma melletti határköltség különbsége.
    b) a kormányzat a termelésére akkora adót vet ki, amekkora a társadalmilag optimális termelés mellett a vállalat által okozott extern határköltség.
    c) a kormányzat támogatja a vállalatot, a támogatás nagysága a társadalmi optimum melletti termékár és a vállalat egyéni optimuma melletti határköltség különbsége.
    d) Egyik fenti válasz sem helyes, mert a probléma nem oldható meg sem adókivetéssel sem támogatással.

26. Negatív externális hatást okozó vállalat túlzott kibocsátásásának problémája megoldható
    a) a vállalat termelésére kivetett adóval.
    b) a vállalat által ki nem bocsátott termékekre fizetett támogatással.
    c) a termelés kvótával való szabályozásával.
    d) Az összes fentebbi megoldás eredményre vezethet.
27. Negatív externális hatás okozó monopolista vállalat úgy ösztönözhető a társadalmilag optimális szintű termelésre, hogy
    a) $T = MR(Q_S) - MC(Q_S)$ adót vetnek ki a termelésére, ahol Q_S a társadalmilag optimális termelés értéke.
    b) $T = MR(Q_M) - MC(Q_M)$ adót vetnek ki a termelésére, ahol Q_M a monopolista vállalat termelésének értéke.
    c) $T = MR(Q_S) - MC(Q_M)$ adót vetnek ki a termelésére.
    d) $T = MR(Q_M) - MC(Q_S)$ adót vetnek ki a termelésére.
28. Ha egy monopólium, illetve egy versenyzői piac is azonos határköltséggel termelne meg egy jószágot, amelynek kibocsátása (valamely negatív externália miatt) mindkét esetben meghaladja a társadalmi optimumot, akkor jóléti szempontból a kedvezőbb piacszerkezet
    a) a monopólium;
    b) a versenyzői piac.
    c) A két megoldás jóléti szempontból megegyezik.
    d) A fentiek alapján nem lehet eldönteni.
29. Ha egy gyár szennyezi a több tízezer lakosú város levegőjét, a szabályozás azért lehet jobb a tárgyalásos megoldásnál, mert
    a) a károsanyag-kibocsátás nem az egyéneknek, hanem a közösségnek okoz problémát;
    b) senki nem szereti a szennyezést;
    c) az egyenkénti tárgyalás tranzakciós költsége lehet, hogy túl magas;
    d) soha nincs mód a tulajdonjogok definiálására.
30. A Coase-tétel szerint fogyasztási externáliák esetén
    a) valamennyi extern hatás tulajdonjogának rögzítése után a kialakult egyensúlyi allokáció független a tulajdonjogok kezdeti elosztásától;
    b) valamennyi extern hatás tulajdonjogának rögzítése után a kialakult egyensúlyi allokáció Pareto-hatékony;
    c) valamennyi extern hatás tulajdonjogának rögzítése után a kialakult egyensúlyi allokáció akkor független a tulajdonjogok induló elosztásától, ha a szereplők hasznossági függvénye kvázilineáris.
    d) Coase jogász lévén, nem fogalmazta meg egzaktan az állítást, egyesek az a), mások a b) és megint mások a c) állítást tulajdonítják Coase-nak, annak ellenére hogy igaznak csak a b) és c) tekinthető.

31. A jogi és a jóléti közgazdasági iskola abban különbözik az externáliák okozta hatás kiküszöbölésére vonatkozó elképzeléseiben, hogy
    a) a jogi közgazdasági iskola szerint a negatív externáliát okozókat a bíróság ítéli el, a másik iskola ilyen kijelentést nem tesz;
    b) a jóléti közgazdasági iskola szerint a negatív externáliák szenvedő alanyainak beruházásokkal kell segíteni, hogy jólétük indokolatlan csökkenését a társadalom közös erőfeszítéssel akadályozza meg;
    c) a jogi közgazdasági iskola szerint mindenre, azaz az extern hatásokra vonatkozóan is meg kell állapítani a tulajdonjogokat, a jóléti közgazdasági iskola pedig adó és szubvenció segítségével igyekszik a szereplőket a társadalmilag optimális magatartásra bírni.
    d) A két iskola esetében a probléma megoldására vonatkozó elképzelések gyakorlatilag nem különböznek egymástól.

32. Egy méhészet és egy almáskert egymás mellett működnek. A méhész profitja $\pi_M = 50M - M^2$, az almatermelő profitja $\pi_A = 40A - A^2 + \frac{M^2}{2}$, ahol M a méhkasok, A pedig az almafák száma. Mennyivel több méhkast telepítene a méhész, ha ő lenne az almáskert tulajdonosa is?
    a) 25
    b) 30
    c) 50
    d) 100

33. Egy méhészet és egy almáskert egymás mellett működnek. A méhész profitja $\pi_M = 60M - M^2$, az almatermelő profitja $\pi_A = 60A - A^2 + MA$, ahol M a méhkasok, A pedig az almafák száma. Mennyivel több almafát telepítene az almatermelő, ha ő lenne a méhészet tulajdonosa is?
    a) 0
    b) 10
    c) 12
    d) 15

34. Egy acélgyár és egy sörgyár ugyanannak a folyónak a vizét használja. Az acélgyár profitja $\pi_A = 100A - A^2$, a sörgyáré $\pi_S = 60S - S^2 - AS$. Ha az acélgyár működését betiltja a hatóság, mennyivel növekszik meg a sörgyár kibocsátása?
    a) 5
    b) 10
    c) 20
    d) 25

35. Egy acélgyár és egy sörgyár ugyanannak a folyónak a vizét használja. Az acélgyár profitja $\pi_A = 80A - A^2$, a sörgyáré $\pi_S = 100S - S^2 - AS$. Ha a két gyárat ugyanaz a tulajdonos veszi meg, mennyivel lesz nagyobb a konszern együttes profitja, mint a két különálló gyár profitjának összege?
    a) 100
    b) 200
    c) 300
    d) 500

Közlegelők

36. Melyik nem tekinthető a következő példák közül közgazdasági értelemben vett köztulajdonnak?
    a) Egy halastó, ahol a halászok ingyenesen halászhatnak.
    b) Egy legelő, amit mindenki ingyen használhat legeltetésre.
    c) A műholdas műsorsugárzás, amit mindenki igénybe vehet, akinek van parabolaantennája.
    d) Egy belépő nélkül látogatható tengerpart.
37. Amikor egy közgazdasági értelemben vett közlegelőt korlátozás nélkül használhatnak, akkor az emberek addig veszik azt igénybe, ameddig a határköltségük kisebb nem lesz mint
    a) a társadalmi határbevétel.
    b) a használatból származó saját határhasznuk.
    c) a köztulajdon által generált gazdasági járadék.
    d) az a belépődíj, amit versenyzői piacon egy tulajdonos kérhetne.
38. A közlegelő problémájára megoldást jelenthet, ha
    a) az emberek megbízhatóak;
    b) az embereknek van információja tevékenységük társadalmi költségéről;
    c) nem engedélyezzük a magántulajdont az extern hatásokat okozó tevékenységek esetében;
    d) megfelelő adók segítségével internalizáljuk az egyéni szereplők tevékenységének többiekre gyakorolt hatását.
39. Egyes halfajták túlhalászatának oka lehet
    a) a tulajdonjogok hiánya;
    b) a túlhalászat okozta pozitív externália;
    c) a halászati tevékenységre kivetett túl magas adó;
    d) az, hogy a halászat társadalmi költsége kisebb, mint a halászok saját költsége.
40. Mikor maximális egy közgazdasági értelemben vett köztulajdonból származó társadalmi nyereség?
    a) Amikor a köztulajdon termelésének határköltsége megegyezik a társadalmi határbevétellel.
    b) Amikor a köztulajdon termelésének határköltsége megegyezik a köztulajdonból származó átlagos bevétellel.
    c) Amikor a lehető legmagasabb a használati díja, amit egy tulajdonos kérhet.
    d) Amikor a köztulajdonból származó gazdasági járadék nulla.
41. Tegyük fel, hogy egy halastó közgazdasági értelemben véve köztulajdonban van. Ebben az esetben a tóból kihalászott halmennyiség
    a) társadalmilag optimális.
    b) általában több a társadalmilag optimálisnál.
    c) nulla.
    d) általában kisebb a társadalmilag optimálisnál.

42. Tegyük fel, hogy egy közgazdasági értelemben vett köztulajdont privatizálnak egy versenykiírásos aukció segítségével. Az aukció győztese
    a) általában kevesebb fizet a köztulajdonért, mint a diszkontált nettó társadalmi hozamok összegének jelenértéke.
    b) általában többet fizet a köztulajdonért, mint diszkontált nettó társadalmi hozamok összegének jelenértéke.
    c) általában a győztes átkának problémájával szembesül.
    d) mindenki számára biztosan díjkötelessé teszi a korábban díj nélkül használható közjószágot.

43. Egy tóból x horgász $31x - x^2$ kg halat tud kifogni egy hónap alatt. A halat kilogrammonként 2000 forintért tudják értékesíteni a piacon. A horgászengedély ára jelenleg 6000 Ft, és a horgászásnak nincs egyéb költsége. Hányan fognak horgászni a tavon?
    a) 22
    b) 28
    c) 30
    d) 31

44. Egy tóból x horgász $31x - x^2$ kg halat tud kifogni egy hónap alatt. A halat kilogrammonként 2000 forintért tudják értékesíteni a piacon. A horgászengedély ára jelenleg 6000 Ft, és a horgászásnak nincs egyéb költsége. A horgászokat a helyi halászati szövetkezet küldi a tóra, és a bevétel is a szövetkezeté, amiből azután fizeti az alkalmazottak bérét. Hány horgászt küld a szövetkezet a tóra?
    a) 28
    b) 22
    c) 18
    d) 14

Közjavak

45. A közjószág olyan jószág,
    a) ami mindenki számára hasznos;
    b) amiből mindenki ugyanannyit akar fogyasztani;
    c) amiből mindenki ugyanannyit fogyaszt;
    d) amit biztosan nem az egyén, hanem a kormányzat vásárol meg.

46. A következők közül melyik a legmegfelelőbb példa olyan közjószágra, aminek használatából senki sem zárható ki és a használók között nincs verseny?
    a) Mona Lisa.
    b) Nemzetvédelem.
    c) Egy számítógépes szoftver.
    d) Halászati tevékenység az óceánokon.

47. Az autópálya
    a) tiszta közjószág, mivel sokan használhatják egyszerre;
    b) magánjószág, mivel mindenki fizet a használatért;
    c) kollektív jószág, mivel adókból finanszírozták az építését;
    d) kollektív jószág, mivel nincs versengés a fogyasztásban, de létezik kizárás.

48. A közjavak iránti keresletet – a keresleti görbénél megszokott koordinátarendszerben – megkaphatjuk
    a) az egyéni keresletek vízszintes összegzéseként;
    b) az egyéni keresletek függőleges összegzéseként;
    c) szavazással, majd a szavazások eredményeinek összesítésével;
    d) a hasonló jellegű magánjavak iránti keresletből.
49. A magánjószággal szemben a közjószág
    a) olyanok számára is képvisel értéket, akik használják, de nem fizetnek érte.
    b) nem redelkezik alternatív költséggel.
    c) nincs sem pozitív sem negatív externális hatása.
    d) fogyasztásában van rivalizálás és lehetséges a kizárás.
50. A potyázás
    a) sohasem racionális;
    b) esetében nem létezhet Pareto-javítás;
    c) az optimálisnál alacsonyabb közjószágszinthez vezethet;
    d) az optimálisnál magasabb közjószágszinthez vezethet.
51. Mi korlátozza a közjavak magánkínálatát? Az, hogy
    a) nincs szükség az ilyen jószágokra.
    b) termelésük jelentős mértékben torzítja a jövedelemelosztást
    c) a köztulajdonban lévő cégek olcsóbban képesek előállítani a közjavakat mint a magáncégek.
    d) a magáncégek nem tudják korlátozni azokat a fogyasztókat, akik nem szeretnének a jószágért fizetni, de mégis élvezik előnyeit.
52. A potyázási probléma miatt
    a) a piacon megnyilvánuló kereslet a közjószág iránt túlzott.
    b) a piaci kereslet a közjószág iránt gyakran nem létezik vagy túl alacsony.
    c) a közjószágok gyakran eredményeznek morális kockázati és kontraszelekciós problémákat.
    d) a kormányzat egyre inkább átengedi a közjószágok termelését a magánszektornak.
53. Egy projektből a három résztvevő haszna a következő lenne: 5000, 5000, 20 000. Vállalnia kellene azonban mindegyiküknek 6000 egységnyi költséget. Ha erről többségi szavazással döntenek, és nem lehetséges a szavazatok megvásárlása, akkor
    a) a projektet elfogadják: hatékony kimenet;
    b) a projektet elfogadják: nem hatékony kimenet;
    c) a projektet elutasítják: hatékony kimenet;
    d) a projektet elutasítják: nem hatékony kimenet.
54. Ha 60 ember lakik az utcában és hasznosságfüggvényeik azonosak: $u_i = 100 \ln x + y_i$, ahol x a lámpapóznák száma és y a magánfogyasztásra fennmaradó pénzösszeg, továbbá minden lakos 100 000 Ft jövedelemmel rendelkezik és egy lámpapózna költsége 1500 Ft, akkor a lámpapóznák társadalmilag optimális szintje

a) 0;
b) 3;
c) 4;
d) 7.

55. Egy kisvárosban 15 000 lakos él, hasznosságfüggvényeik azonosak: $u_i = 5 \cdot \sqrt{x} + y_i$, ahol x a városi sportcsarnok mérete négyzetméterben, és y a lakos jövedelméből a magánfogyasztásra fennmaradó pénzösszeg. Minden lakos 85 000 Ft jövedelemmel rendelkezik, és a sportcsarnok megépítésének költsége négyzetméterenként 750 Ft. Ebben az esetben a sportcsarnok társadalmilag optimális mérete
a) 1000 m^2;
b) 2500 m^2;
c) 8900 m^2;
d) 10 000 m^2.

56. Ha szavazással döntenek egy közjószág szintjéről,
a) akkor mindig hatékony eredményt kapunk;
b) egycsúcsú preferenciák esetén nem kapunk egyértelmű eredményt;
c) egycsúcsú preferenciák mellett a medián szavazó akarata érvényesül;
d) nem okozhat problémát a preferenciák aggregálása.

57. A Clarke-adó
a) Pareto-hatékony kimenetre vezet;
b) sose biztosítja a közjószág társadalmilag hatékony szintjét;
c) csak kvázilineáris preferenciák mellett biztosítja a közjószág társadalmilag hatékony szintjét;
d) bevezetése mindenkit egyértelműen jobb helyzetbe hoz.

58. A Clark-féle adózás problémái közé tartozik, hogy
a) csak kvázilineáris preferenciák mellett működik.
b) nem állít elő Pareto-hatékony végeredményt, ugyanis a közjószág szintje ugyan hatékony, de a magánjószág fogyasztott mennyisége nem optimális.
c) általában olyan helyzetet eredményez, amikor a közjószág beszerzésével néhányan rosszul járnak.
d) Az összes fenti válasz helyes.

59. Mi az oka annak, hogy a Clark-féle adó nem eredményez Pareto-hatékony végeredményt?
a) Mindezt a vissza nem térített adó beszedése eredményezi, ugyanis mindenkinek csökken ezáltal a magánfogyasztása.
b) Mindezt a vissza nem térített adó beszedése eredményezi, aminek következtében a kulcsszereplők magánfogyasztása csökken.
c) Mindezt a vissza nem térített adó beszedése eredményezi, aminek következtében a nem kulcsszereplők magánfogyasztása csökken.
d) Egyik fenti válasz sem helyes, ugyanis a Clark-féle adó Pareto-hatékony végeredményre vezet.

60. A Groves-mechanizmus
    a) segítségével még kvázilineáris fogyasztói preferenciák esetén sem lehet feltárni a résztvevők tényleges értékítéletét a közjószág iránt;
    b) működéséhez a döntésekhez kapcsolódó jövedelemátcsoportosítás szükséges;
    c) segítségével csak akkor valósítják meg a közjószágot, ha a fogyasztók nettó értékítéletének összege negatív;
    d) a fogyasztók részére az igazmondás nem gyengén domináns stratégia.
61. A Groves-mechanizmus abban különbözik a Clarke-mechanizmustól, hogy
    a) a Groves-mechanizmusban definiálni kell az ún. kulcsember (a többiek döntését megváltozató egyén) fogalmát;
    b) a Clarke-mechanizmus megfelelő működéséhez feltételezni kell a szereplők hasznossági függvényének kvázilinearitását, de a Groves-mechanizmushoz nem;
    c) a rendszeren kívülre történő, illetve kívülről beáramló pénzügyi kifizetés a Clarke-mechanizmus esetén csak a kulcsemberek vonatkozásában van, a Groves-mechanizmusban pedig csak akkor van ilyen pénzáramlás, ha a közjószágot megvalósítják.
    d) Mindkét mechanizmus azonos elvek alapján működik, csak egyesek Clarke-, mások Groves-mechanizmusnak nevezik ugyanazt a módszert.
62. A közjavakra vonatkozó tényleges értékítélet feltárására vonatkozóan a Clarke-, a Groves- és a Vickrey-féle mechanizmus közös vonása, hogy
    a) mindegyikben a fogyasztók gyengén domináns stratégiája a tényleges értékítéletek kinyilvánítása;
    b) mindegyik felteszi a fogyasztók hasznossági függvényére, hogy az kvázilineáris;
    c) egyik sem vezet Pareto-hatékony megoldáshoz, bár a közjószág társadalmilag hatékony szintjét valósítja meg.
    d) Mindhárom fenti állítás igaz.
63. A közjószág biztosításának társadalmilag hatékony módja lehetne, ha
    a) bizonyos magánjószágok után értéküknek 10%-át adóként kellene kifizetni, és ebből finanszíroznák a közjószágot;
    b) mindenkire tényleges értékelésének megfelelő adót tudnánk kivetni, és ebből finanszírozzuk a jószágot;
    c) versengő szolgáltatók biztosítják a jószágot a szabad piacon;
    d) önkéntes adományokból finanszíroznánk a közjószágot.
64. Önkéntes adózással akkor valósítható meg a legnagyobb valószínűséggel egy egész kollektíva által használt jószág, ha
    a) a jószágot használó közösség nagy létszámú, mert így nagyobb valószínűséggel tudják fedezni a jószág költségét;
    b) a jószágot használó közösség viszonylag kis létszámú, mert a közösség összetartó ereje miatt így kisebb a potyázás lehetősége;
    c) teljesen esetleges, hogy kis vagy nagy létszámú közösségekben valósítható-e meg nagyobb valószínűséggel.
    d) Soha, semmilyen közösségben nem valósítható meg.

13.2. Számítási feladatok

Társadalmi jólét, preferenciák aggregálása

1. Egy háromtagú baráti társaság nyaralni indul. Az első napi vacsorára a következő ételek jöhetnek szóba: sülthús, pörkölt vagy fasírt. Feri legjobban a sülthúst szeretné, második helyre a pörköltet, harmadik helyre pedig a fasírtot sorolja. Lajos sorrendje: pörkölt, fasírt, sülthús, Lacié: fasírt, sülthús, pörkölt.
   a) Ha szavazással döntenek az első napi vacsoráról oly módon, hogy ha két ételből a többség az egyiket preferálja, akkor azt előre sorolják, akkor hogyan alakul a végső közös sorrend? Milyen következtetés vonható le a közösen kialakított preferenciarendezésre vonatkozóan? Teljesülnek-e a preferenciarendezés megszokott axiómái?
   b) Ha szavazással döntenek az első napi vacsoráról oly módon, hogy Feri és Laci alakítják ki a közös sorrendjüket és Lajost figyelmen kívül hagyják, akkor hogyan alakul a „közös" sorrend? És ha Feri és Lajos döntenek, miközben Lacit hagyják figyelmen kívül? Az így kialakított sorrendek milyen tulajdonságokkal rendelkeznek, teljesülnek-e a rendezési axiómák?
   c) Ha úgy alakítják ki a közös sorrendet, hogy mindenki az első helyre sorolt ételt 10 pontra, a második helyre soroltat 5 pontra, a harmadik helyre soroltat pedig 1 pontra értékeli, és a közös sorrend aszerint alakul, hogy az egyes ételek összesen hány pontot kaptak, akkor mi lesz a közös sorrend? Erre a közös sorrendre teljesülnek a rendezési axiómák?
2. Egy kollégiumban arról szavaz a döntéshozó testület, hogy milyen újságokra fizessenek elő a következő évben[1]. A testületben három csoport képviselteti magát azonos súllyal. A baloldali érzelműek, a jobboldali érzelműek és a politika iránt kevéssé érdeklődő bulvárrajongók. Az első rosta alapján három újságról tárgyalnak: Népszabadság, Magyar Nemzet, Bors. A baloldali érzelműek preferenciarendezésében első helyen a Népszabadság, második helyen a Magyar Nemzet, harmadik helyen a Bors; a jobboldali érzelműek preferenciarendezésében első helyen a Magyar Nemzet, második helyen a Népszabadság, harmadik helyen a Bors; a bulvárrajongók preferenciarendezésében első helyen a Bors, második helyen a Magyar Nemzet, harmadik helyen pedig a Népszabadság szerepel.
   a) Ha a Borda-féle rangsorolási eljárással összegzik a preferenciáikat (tehát a legjobban preferált alternatíva kap 3 pontot, a második 2-t, a harmadik 1-et), és tudjuk, hogy minden csoport elárulja a tényleges preferenciasorrendjét, akkor mi lesz a három csoport közös preferenciarendezése? Kielégíti ez a sorrend a rendezési axiómákat?
   b) Tegyük fel, hogy a kollégiumnak csak két újság előfizetésére van anyagi forrása, amit oly módon választanak ki, hogy egyértelmű közös preferenciasorrend esetén kiválasztják az első két helyre sorolt újságot. Ha

[1] A példa ötlete Csekő Imrétől származik.

az első helyen két újság szerepel (amelyek közt közömbösségi reláció áll fenn), akkor azt a kettőt fizetik elő, ha pedig a második helyen áll két újság, akkor előfizetik az első helyen szereplő újságot, és a második helyen állók közül véletlenszerűen választanak. Ekkor melyik két újságot fizetik elő?

c) Tegyük fel, hogy a bulvárrajongók felvetik, hogy a Sztori magazint is vegyék fel a potenciálisan előfizetendő újságok közé, a baloldaliak és a jobboldaliak pedig nem ellenkeznek, mert ez az újság egyikük politikai beállítottságát sem sérti. A Sztori magazin a bulvárrajongók számára jobb, mint a Magyar Nemzet, de rosszabb, mint a Bors magazin, viszont mindenki másnak a preferencia-sorrendjében utolsó helyen szerepel. Ebben a helyzetben melyik két újságot fizetik elő a kollégiumban? Milyen következtetést vonhatunk le ebből a preferenciák összegzési mechanizmusára vonatkozóan?

d) Tegyük fel, hogy a baloldali és jobboldali érzelműek között olyan feloldhatatlan ellentét alakul ki, hogy igyekeznek mindent megtenni annak érdekében, hogy a másik oldal által preferált lap ne kerüljön be az előfizetett újságok közé. Emiatt a tényleges preferencia-sorrendjük helyett mindkét csoport olyan sorrendet jelent be, amelyben az általuk preferált újság az első helyen, az ellentétes politikai oldal által preferált lap az utolsó helyen, a Bors a második, a Sztori magazin pedig a harmadik helyen szerepel. A bulvárrajongók viszont a tényleges preferencia-sorrendjüket közlik. Melyik két újságot fizetik elő ebben a helyzetben? Milyen tanulságokat vonhatunk le a preferenciák összegzési mechanizmusára vonatkozóan?

e) Tegyük fel, hogy a politikai ellentétek annyira elmérgesednek a kollégiumban, hogy az egyes csoportok a következő preferencia-sorrendet jelentik be: A baloldali érzelműek az első helyen a Népszabadságot, második helyen a Bors és Sztori magazint, mint közömbös alternatívákat, a harmadik helyen pedig a Magyar Nemzetet, a jobboldali érzelműek első helyen a Magyar Nemzetet, második helyen szintén a Bors és Sztori magazint, mint közömbös alternatívákat, harmadik helyen pedig a Népszabadságot, a bulvárrajongók pedig első helyen a Bors és Sztori magazint, mint közömbös alternatívákat, a második helyen pedig a Népszabadságot és a Magyar Nemzetet, mint közömbös alternatívákat jelölik meg. Ebben a helyzetben mi a lesz a két megrendelt újság?

3. Egy faluban három szervezett társadalmi csoport van: a családosok (CS), a nyugdíjasok (NY) és a vállalkozók (V). Mind a három csoportba ugyanannyi lakos tartozik, és a döntéshozatalban is azonos súlyt képviselnek. A falu nagy beruházásra készül: egy pályázatnak köszönhetően felépülhet a falu első játszótere (J), vagy közparkja (K), vagy parkolója (P). A három terv közül kizárólag egy valósulhat meg a korlátozott pénzügyi lehetőségek miatt. Az egyes csoportok preferenciái a következőképpen írhatók le:

CS: J≻K≻P

NY: K≻ P≻J

V: P≻J≻K

a) Milyen döntésre fognak jutni a falu lakói, ha a többségi szavazás szabályait követve próbálnak egyezségre jutni?
b) Hogyan alakul az eredmény, ha Borda-féle számlálási módszer lesz a döntési eljárás, tehát a legjobban preferált alternatíva kap 3, a második 2, a harmadik 1 pontot?
c) Most tekintsük azt a helyzetet, amikor egy irreleváns alternatíva is megjelenik a különböző csoportok preferenciarendezésében, ez legyen egy bevásárlóközpont építése (B). Milyen eredmény adódik Borda számlálással, ha az egyes csoportok preferenciái a következőképpen írhatóak le:

   CS: J≻K≻P≻B

   NY: K≻P≻J≻B

   V: P≻B≻J≻K

d) Térjünk vissza az eredeti preferenciarendezésekhez, és a 3 alternatívához. Tegyük fel, hogy a vállalkozók csoportja nyomást tud gyakorolni a szavazások menetét meghatározó bizottságra, ennek eredményeképpen pedig csak a parkoló és a játszótér közül lehet választani. Hogyan alakul ilyenkor a döntés többségi szavazás esetén?
e) Váratlanul a családosok összefognak a nyugdíjasokkal, és együttes erővel elérik, hogy legyen egy második forduló, ahol a parkolót a közpark tervével versenyeztetik. Mi lesz a végeredmény? Ugyanez lenne-e az eredmény, ha az elején nem a vállalkozók próbálnának befolyást szerezni, hanem egy másik társadalmi csoport? Számít-e a kérdésfelvetés sorrendje?
f) Tegyük fel, hogy a vállalkozók csoportja kerül hatalomra és rá tudják erőltetni az akaratukat az egész falura. Mi lesz ekkor a társadalmi preferencia-sorrend, a győztes alternatíva? Társadalmi szempontból mi a probléma ezzel az esettel?

4. Egy városban az önkormányzat azon tanakodik, hogy milyen épületet húzzanak fel egy, a város központjában lévő telekre. Épülhet iskola (I), tekepálya (T) vagy pedig bevásárlóközpont (B). A döntéshozók egyharmadának preferenciái a következők: $I \succ T \succ B$, egyharmadának $T \succ B \succ I$, egyharmadának pedig $B \succ I \succ T$. Először két alternatíva közül döntenek egyszerű többségi szavazással, majd a győztes alternatíva és a harmadik alternatíva között szintén többségi szavazással döntenek. Önt bízzák meg a napirend megszervezésével, Ön pedig mindenáron azt szeretné, ha tekepálya épülne. Milyen szavazási sorrendet nyújt be?
5. Egy vállalatnál a vezérigazgató összesen 1 200 000 Ft év végi jutalmat készül kiosztani. A vállalat alkalmazottai közül a kollégák két jelöltet javasoltak jutalmazásra, akiknek kiosztott jutalom összegét jelölje J_1 és

J_2. A vezérigazgató jobban kedveli a második jelöltet, ami az $U = J_1 J_2^2$ hasznossági függvényében is megjelenik. Mekkora lesz az első és mekkora a második jelölt év végi jutalmának összege?

6. Egy kétszereplős gazdaságban a hasznossági lehetőségek határát a következő implicit függvény adja meg: $u_1^2 + u_2^2 = 1000$.
   a) Ha a társadalmi tervező klasszikus utilitaristaként a két szereplő hasznosságának összegét szeretné maximalizálni, akkor milyen hasznossági szintet tud biztosítani a két szereplőnek?
   b) Hogyan változik a helyzet az a) feladathoz képest, ha az első szereplő hasznosságát a másodikhoz képest háromszoros súllyal veszi a társadalmi tervező figyelembe, mert például fontosabbnak tartja, hogy ennek a szereplőnek, aki neki a hatalmat megszavazta, magasabb elégedettségi szintet biztosítson?
   c) Ha a társadalmi tervező a Rawls-i irányvonalat követve a két szereplő közül az alacsonyabb hasznossági szinttel rendelkező hasznosságát igyekszik maximalizálni, akkor hogyan alakulnak a hasznossági szintek?
   d) Hogyan változik a helyzet a c) feladathoz képest, ha a társadalmi tervező a nietzschei irányelveket követve a két szereplő közül a magasabb hasznossági szinttel rendelkező hasznosságát igyekszik maximalizálni?

7. A kormányzat két város, Alsópirézia és Belsőtöbörzsök infrastruktúrájának fejlesztését készül megvalósítani egy fix összegű Európai Uniós pályázati pénzből. Az elemző közgazdászok szerint a különböző beruházási lehetőségeket figyelembe véve az egyes városokban a hasznossági lehetőségek határát a $99,75 - F_A^2 - F_B = 0$ egyenlettel jellemezhetjük, ahol F_A jelöli Alsópirézia, F_B pedig Belsőtöbörzsök infrastruktúrájának fejlettségi szintjét a pályázati fejlesztések végrehajtása előtti állapothoz (mint viszonyítási ponthoz) képest.
   a) Ha a teljes pályázati összeget egyetlen város fejlesztésére költené a kormányzat, akkor mekkora fejlettségiszint-növekedést érhetne el Alsópirézia, amennyiben rá esne a kormányzat választása? És Belsőtöbörzsök?
   b) Ha a kormányzat olyan fejlesztési politikát folytat, hogy mindig a kevésbé fejlesztett város infrastruktúráját igyekszik fejleszteni addig a szintig, ameddig csak lehetséges, akkor milyen fejlesztési szintet ér el a két város?
   c) Ha a kormányzat olyan fejlesztési politikát folytat, hogy mindig a már jobban fejlesztett város infrastruktúráját igyekszik tovább fejleszteni addig a szintig, ameddig csak lehetséges, akkor milyen fejlesztési szintet ér el a két város?
   d) Ha a kormányzat a két város fejlesztési szintjének összegét igyekszik növelni, ameddig csak lehetséges, de Alsópiréziát 60%-os súllyal veszi figyelembe (ennek a városnak a polgármestere a kormánypárt tagja), akkor milyen fejlesztési szintet ér el a két város?

8. A megfelelő szakminisztérium két alapítvány részére készül kiosztani 34 millió forintot, amelyek közül az egyik hajléktalanok étkeztetésével, a másik pedig hátrányos helyzetű gyerekek oktatásával foglalkozik. Az elemzések során arra jutott a minisztérium, hogy mindkét alapítvány oly módon képes a támogatási összeget hasznosítani, hogy az érintett társadalmi csoport helyzete (jóléte) az $U = \sqrt{w}$ értékkel növekszik, ha w az alapítványnak juttatott támogatási összeg.
   a) Hogyan osztja szét az összeget a minisztérium, ha a két társadalmi csoport jóléti növekményének összegét kívánja maximalizálni?
   b) Hogyan osztja szét az összeget a minisztérium, ha alapvetően a két társadalmi csoport jóléti növekményének összegét kívánja maximalizálni, de a hátrányos helyzetű gyerekek jólétének növelése mint szociálpolitikai cél, négyszer olyan fontos számára?

9. Az Európai Unió megfelelő döntéshozó szerve két tagország agrárpolitikáját szeretné támogatni. Ehhez egy rögzített nagyságú, 60 millió eurós összeg áll rendelkezésre. Mindkét tagország agrárszektorának teljesítménynövekedését a sikeresen megvalósított új agrárpolitika és w nagyságú támogatási összeg esetén a $T = \ln w$ függvény írja le. A döntéshozó szerv a tagországok agrárszektorainak együttes teljesítménynövekedését szeretné a lehető legnagyobbra növelni.
   a) Hogyan ossza szét a tagországok között a döntéshozó szerv az 60 millió eurót?
   b) A döntéshozó szerv tudomására jut, hogy a helyi politikai csatározások, illetve a korrupció miatt az egyik tagországban csupán 80%, a másik tagországban pedig mindössze 40% a valószínűsége annak, hogy az agrárpolitika sikeresen végrehajtásra kerül. Ha viszont nem hajtják végre sikeresen a programot, akkor nem történik teljesítménynövekedés. Ebben az esetben hogyan ossza szét a tagországok között a döntéshozó szerv az 60 millió eurót?

10. A kulturális tárca összesen 99 millió forint támogatást oszthat ki a magyar filmiparnak művészfilmek, illetve az országimázs javítását célzó történelmi filmek készítésére. A piackutatók felmérései szerint w_1 millió forint nagyságú támogatási összegből készített művészfilmek összesen $U_1 = \sqrt{w_1}$ mértékben, w_2 millió forint nagyságú támogatási összegből készített országimázs javítását célzó történelmi filmek pedig összesen $U_2 = \ln w_2$ mértékben növelik a lakosság elégedettségét. Ha a kulturális tárca a lehető legnagyobb mértékben szeretné növelni a lakosság elégedettségét, akkor mennyi pénzt szán a művészfilmek és mennyit az országimázs javítását célzó történelmi filmek készítésének támogatására? (Számoljunk millió Ft-os egységben!)

11. A kormányzat két szomszédos földrajzi régió (A és B) közlekedésének fejlesztését tervezi összesen 16 millió euróból. Jelölje w_A az A és w_B a B régiónak juttatott összeget. Az A régióban a fejlesztések következtében a lakosok turisztikai bevételei várhatóan $R_A = w_A w_B^{0,5}$ mértékben nőnek, mivel a régió a fővárosból csak a B régión keresztül közelíthető meg, ezért

annak közlekedése is befolyásolja az A régió bevételeit. A B régióban a várható turisztikai bevételnövekedés az $R_B = w_B^{0,5}$ függvénynek megfelelően alakul.

a) Milyen típusú külső gazdasági hatás érvényesül ebben a helyzetben?
b) Ha a kormányzat a turisztikai bevételek összegét kívánja növelni, akkor hogyan ossza meg a 16 millió eurót a két régió között?

12. A világ szűkös erőforrásaival gazdálkodó szervezet két országnak (Atlantisz és Bermuda) készül elosztani 60 hordóból álló kőolajkészletet. Az országokban alkalmazott technológiával egy hordó kőolajból egy tartály benzint tudnak előállítani, és az eljárás során pontosan 64-szer annyi fáradtolaj keletkezik, mint benzin. A fáradtolaj szintén felhasználható, például műanyaggyártáshoz. Ha x_1 jelöli a megtermelt benzin tartályainak számát, x_2 pedig a műanyagfogyasztást a gyártásához szükséges fáradtolaj mennyiségében kifejezve, akkor az $U_A = \left(x_1^A\right)^{1/4}\left(x_2^A\right)^{1/4}$ függvény fejezi ki Atlantisz és $U_B = \left(x_1^B\right)^{1/6}\left(x_2^B\right)^{2/6}$ Bermuda jólétét (feltételezve, hogy minden más fogyasztási jószág és erőforrás a megfelelő mennyiségben áll rendelkezésre). Hogyan ossza el a kőolajkészleteket a szervezet, ha a két ország jólétének összegét szeretné maximalizálni?

13. Egy szakértői csoport felmérése szerint egy országban a környezetvédelmi berendezések fejlesztésére fordított w kiadások esetén K nagyságú a levegőszennyezés mértéke. Három fejlődő országban, ahol a legelmaradottabbak a berendezések, a két érték közti összefüggés a következő függvények szerint alakul: $K_1 = \frac{2}{w_1} + 100$, $K_2 = \frac{8}{w_2} + 50$, $K_3 = \frac{50}{w_3} + 30$. Egy környezetvédelmi világszervezet egy rögzített m nagyságú összeget fordít arra, hogy a Föld légszennyezettségét a lehető legnagyobb mértékben csökkentse. Mennyi pénzt utal át a szervezet célja megvalósítása érdekében az egyes országoknak?

14. Egy kétszereplős tiszta cseregazdaságban a gazdasági szereplők hasznossági függvényei a következők: $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A$, illetve $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$. A szereplők a következő indulókészletekkel rendelkeznek: $\omega_A = (70; 20)$ és $\omega_B = (10; 20)$.

a) Tegyük fel, hogy egy társadalmi tervező olyan elosztást kíván megvalósítani ebben a gazdaságban, amely esetén a két szereplő hasznosságának összege maximális. Milyen elosztással tudja ezt megvalósítani?
b) Pareto-hatékony-e az a) feladat elosztása?
c) Méltányos-e az a) feladat elosztása abban az értelemben, hogy egyik szereplő sem irigyli a másik által fogyasztott jószágkosarat? Ha nem, akkor milyen méltányos elosztást tudna a társadalmi tervező megvalósítani?
d) Ha a társadalmi tervezőnek csupán az lett volna a célja, hogy maximalizálja az A szereplő hasznosságát úgy, hogy a B szereplőnek az indulókészlete által biztosított hasznossága ne csökkenjen, akkor milyen elosztást valósított volna meg?

e) Hogyan tudta volna a társadalmi tervező a c) feladatban meghatározott méltányos elosztást piaci mechanizmus által megvalósítani?
f) Hogyan tudta volna a társadalmi tervező a d) feladatban meghatározott Pareto-hatékony elosztást piaci mechanizmus által megvalósítani?

15. Egy külkereskedelemtől elzárt országban a gazdasági szereplők két azonos méretű társadalmi csoportra oszthatók (A és B), amelyek reprezentatív fogyasztójának hasznossági függvényei a következők: $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A$, illetve $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$. Az A szereplő indulókészlete az x_1 termékből 60 egység, az x_2 termékből pedig 20 egység, a B szereplő készlete pedig mindkét termékből 20 egység.
a) Tegyük fel, hogy egy társadalmi tervező olyan elosztást kíván megvalósítani ebben a gazdaságban, amely esetén a két szereplő hasznosságának szorzata maximális. Milyen elosztással tudja ezt megvalósítani?
b) Pareto-hatékony-e az a) feladat elosztása?
c) Méltányos-e az a) feladat elosztása abban az értelemben, hogy egyik szereplő sem irigyli a másik által fogyasztott jószágkosarat? Ha nem, akkor milyen méltányos elosztást tudna a társadalmi tervező megvalósítani?
d) Ha a társadalmi tervezőnek csupán az lett volna a célja, hogy maximalizálja az A szereplő hasznosságát úgy, hogy a B szereplőnek az indulókészlete által biztosított hasznossága ne csökkenjen, akkor milyen elosztást valósított volna meg?
e) Hogyan tudta volna a társadalmi tervező a c) feladatban meghatározott méltányos elosztást piaci mechanizmus által megvalósítani?
f) Hogyan tudta volna a társadalmi tervező a d) feladatban meghatározott Pareto-hatékony elosztást piaci mechanizmus által megvalósítani?

16. Egy kétszereplős, kéttermékes tervgazdaságban, amelyben a transzformációs görbe egyenlete $T(y_1, y_2) = y_1^2 + y_2^2 - 32$, ahol y_1 és y_2 a vasésacélból, valamint a magyar narancsból termelt összmennyiséget jelöli. Az egyik fogyasztó, Burzsuj hasznossági függvénye a tervhivatal becslése szerint $U(x_1, x_2) = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2$, ahol x_1 jelöli a vasésacélból, x_2 pedig a magyar narancsból fogyasztott mennyiséget. Mivel az abszolút társadalmi és gazdasági egyenlőségből indulnak ki, ezért a másik szereplőnek, Munkásparasztnak is ugyanilyen hasznossági függvényt tulajdonítanak, és a két szereplő hasznosságának összegét kívánják maximalizálni.
a) A tervhivatal számításai szerint mennyit szükséges termelni és mennyit fogyasztanak az egyes termékekből?
b) Ha tervgazdaság működése alatt a preferenciák és a termelési lehetőségek tényleg a becslésnek megfelelően alakulnak, akkor egy esetleges rendszerváltás után, egy piaci mechanizmus milyen árakkal tudná ugyanezt az elosztást megvalósítani?

Externáliák

17. Egy asztalos és egy pszichológus egymás szomszédságában dolgoznak. Az asztalos profitja jelenleg $\pi_a = 12$ peták. A pszichológus pácienseit zavarja az asztalostól átszűrődő zaj, így míg zaj nélkül a pszichológus profitja $\pi_p = 20$ peták lenne, zaj mellett csak $\pi_p = 10$ peták. A két helyiség közti hangszigetelés költsége 11 peták. A két fél nem kommunikál. (Mi lenne, ha kommunikálna?)
    a) Mi történik, ha a pszichológusnak van joga a csendes környezethez?
    b) Mi történik, ha az asztalosnak van joga a zajkeltéshez?
18. Egy asztalos és egy pszichológus egymás szomszédságában dolgoznak. Az asztalos profitja jelenleg $\pi_a = 12$ peták. A pszichológus pácienseit zavarja az asztalostól átszűrődő zaj, így míg zaj nélkül a pszichológus profitja $\pi_p = 20$ peták lenne, zaj mellett csak $\pi_p = 10$ peták. A két helyiség közti hangszigetelés költsége 11 peták. Tudjuk, hogy a pszichológus 5 peták költség mellett átrendezhetné úgy az irodáját, hogy ne zavarja az átszűrődő zaj. A két fél nem kommunikál. (Mi lenne, ha kommunikálna?)
    a) Mi történik, ha a pszichológusnak van joga a csendes környezethez?
    b) Mi történik, ha az asztalosnak van joga a zajkeltéshez?
19. Egy folyó mellett működik egy vegyi üzem és egy sörgyár. Mindkét terméket a tökéletesen versenyző piacon értékesítik. Mivel a vegyi üzem szennyezőanyagokat bocsát a vízbe, minél nagyobb a kibocsátása, annál költségesebb sört gyártani. A vegyi üzem profitja így $(100 - 2V) \cdot V$, a sörgyáré pedig $(200 - S - 0,5V) \cdot S$, ahol V a vegyi üzem kibocsátása, S pedig a sörgyáré.
    a) Ha mindketten önállóan döntenek kibocsátásukról, mennyit termel a vegyi üzem és mennyit a sörgyár?
    b) Ha a vegyi üzemet arra kötelezik, hogy fizesse meg a sörgyárnak a saját tevékenységével okozott többletköltséget, mennyit termel a vegyi üzem, és mennyit a sörgyár?
    c) Ha a két céget ugyanaz a tulajdonos vásárolja meg, s így a két cég profitjának összegét akarja maximalizálni, mennyit termel a vegyi üzem, és mennyit a sörgyár?
20. Juliska számára fontos, hogy Jancsi sokat egyen. Hasznosságfüggvénye $u(J, j) = J \cdot j$, ahol J a Juliska, j pedig a Jancsi által elfogyasztott cipók száma. Jancsi számára is fontos mindkettejük jóléte. Az ő hasznosságfüggvénye $u(j, J) = j + J$. Ha napi 6 cipót oszthatnak el egymás között, milyen elosztással lennének a legboldogabbak?
21. Ernő gazda almafákat ültet a telkén, szomszédja, Imre gazda pedig méheket tenyészt. Imre profitja $10M - \frac{M^2}{2}$, Ernő profitja $50A - \frac{A^2}{2} + 5M$, ahol M az Imre által tartott méhkasok, A pedig az Ernő által nevelt almafák száma.
    a) Mennyi méhkast tart Imre és mennyi almafát ültet Ernő, ha se formálisan, se informálisan nem kooperálnak?
    b) Ha Imre megveszi Ernő telkét, mennyi méhkast fog tartani? Mennyi almafát ültet?

22. Egy városban két áruház működik. Az i-edik ($i = 1$ vagy 2) vállalat profitja a következőképpen alakul: $\pi_i = 1000 + 100a_i - a_i^2 - 80a_j$, ahol a_i a bolt által reklámra fordított összeg, a_j pedig a versenytárs által reklámra fordított összeg.
    a) Mennyit költenek az áruházak reklámra?
    b) Jobban járnának-e az áruházak, ha a szabályozó megtiltaná számukra a reklámozást?

23. Józsi meleg víz iránti havi kereslete $Q_J = 400 - 2P$, Lajosé $Q_L = 300 - P$, ahol Q a mennyiség köbméterben, P pedig az ár forintban. A meleg víz köbméterének ára 100 Ft.
    a) Mennyi meleg vizet fogyaszt Józsi, illetve Lajos, ha külön-külön albérletben laknak?
    b) Tegyük fel, hogy a két fiú közös albérletbe költözik. Egyezségük alapján a melegvízszámla 50–50 százalékát fizetik, de nem egyeztetik egymással melegvízfogyasztásukat. Mennyi meleg vizet fogyaszt most Józsi, illetve Lajos?

24. Két cég bocsát ki egy adott körzetben szennyezőanyagokat. Az első cég számára x tonna szennyezés kiszűrése x millió Ft-ba kerül. A második cég számára y tonna szennyeződés kiszűrése $2y$ millió Ft-ba kerül.
    a) Mi a költsége annak, hogy mindketten rendre 10 tonnával csökkentsék szennyezőanyag-kibocsátásukat?
    b) Mi a lehető legalacsonyabb költség, ami mellett összesen 20 tonnával csökkenthetjük a szennyezőanyag-kibocsátást?

25. Egy régióban két vállalat tevékenykedik. Mindkét vállalat tevékenysége káros hatással van a környezetre a szennyezőanyag-kibocsátás miatt. A vállalatok 200-200 egységnyi szennyezőanyagot bocsátanak ki. A környezetvédők lobbijának hatására a régió vezetése a szennyezőanyag-kibocsátást 100 egységgel szeretné csökkenteni. A szennyezőanyag kibocsátásának csökkentése költséges a két vállalat számára. Az $I.$ és a $II.$ vállalat határköltsége a szennyezés csökkentésének vonatkozásában rendre: $MC_I(x) = \frac{3}{2}x$ és $MC_{II}(y) = y$, ahol x és y az $I.$ és $II.$ vállalat szennyezőanyag-kibocsátásának csökkenése, fix költsége a csökkentésnek nincs.
    a) Tegyük fel, hogy a $II.$ vállalat és a régióvezetés szoros kapcsolatának köszönhetően a teljes szennyezőanyag-kibocsátás csökkentése az $I.$ vállalatot terheli. Mekkora költséget jelentene ez a számára? Mekkora lenne a II. vállalat költsége, ha a teljes csökkentés rá hárulna?
    b) Tegyük fel, hogy a vezetés igazságosan próbál dönteni és ennek fényében az $I.$ és $II.$ vállalatnak is 50-50 egységgel kell csökkentenie szennyezőanyag-kibocsátását. Hatékonynak minősíthető az ilyen jellegű megoldás?
    c) A régióban szeretnék a legkisebb költségű megoldást megvalósítani. Mennyivel kellene ehhez az egyes vállalatoknak csökkenteniük a szennyezőanyag-kibocsátásukat?
    d) Mekkora a legkisebb költségű megoldás egyes vállalatokat terhelő költsége és összköltsége?

e) Tegyük fel, hogy a régió vezetése a szennyezőanyag-kibocsátásra kivetett adóval kívánja megoldani a problémát. Ennek érdekében $T = 30$ egyösszegű adót vezet be. Mekkora lesz ilyen körülmények között a vállalatok szennyezőanyag kibocsátása? Elérik-e ezzel a kitűzött 100 egységnyi csökkentést? Mekkora adóra lenne szükség ahhoz, hogy a kormányzat elérje célját, vagyis egyrészt a szennyezőanyag kibocsátás 100 egységgel csökkenjen, valamint a legkisebb költségű kimenet valósuljon meg?

26. Egy régióban két vállalat tevékenykedik. Mindkét vállalat 200-200 egységnyi szennyezőanyagot bocsát ki. A régió vezetése a szennyezőanyag-kibocsátást 200 egységgel szeretné csökkenteni. A szennyezőanyag kibocsátásának csökkentése költséges, az $I.$ vállalat és $II.$ vállalat határköltsége rendre: $MC_I(x) = \frac{1}{2}x$ és $MC_{II}(y) = \frac{3}{4}y$, ahol x és y az $I.$ és $II.$ vállalat szennyezőanyag-kibocsátásának csökkenése. A vezetés a problémát kvóták kiosztásával, az azokkal való kereskedés engedélyezésével illetve szabad piacának megteremtésével kívánja megoldani. Mindkét vállalat 100-100 egységnyi szennyezőanyag-kibocsátásra feljogosító kvótát kap. Mennyi szennyezőanyagot bocsátanak ki a vállalatok ilyen körülmények között? Milyen áron kereskednek a kvótákkal a vállalatok?

27. A hangos zene, a túl nagy zaj negatívan befolyásolja azok hasznosságát, akik nem kívánják a zenét hallgatni. Az egyes hangerőszintekhez tartozó társadalmi határértékelést (SMV) és társadalmi határköltséget (SMC) az alábbi táblázat tartalmazza:

Hangerősség (dB)	*SMV*	*SMC*
90	-	-
91	7 200	0
92	6 000	400
93	4 800	800
94	3 600	1 200
95	2 400	1 600
96	1 200	2 000
97	0	2 400

a) Mekkora a társadalom szempontjából optimális hangerőszint?
b) A zaj előnyeiből csak egy zárt kollégiumi közösség részesül, viszont ez a közösség nem viseli a hangerőszint társadalmi költségét. Mekkora hangerőszintet preferál ez a közösség?
c) Az önkormányzat Pigou-féle adót vet ki a hangerő egységére (dB), aminek nagysága $T = 3000\ Ft$. Mekkora hangerőszintet választ ennek hatására a közösség?

28. A faültetés fontos szerepet tölt be a környezetvédelemben, hiszen a fák segítik a víz körforgását, javítják a talaj minőségét, felhasználják az üvegházhatást erősítő gázokat, és oxigént termelnek. Tegyük fel, hogy a társadalom számára az előbb felsorolt pozitív hatások egy fa élettartama alatt 2000 Ft-ra tehetők. A faültetés iránti igényt a $P = 6000 - \frac{500}{3}Q$ inverz keresleti függvény képviseli, ahol Q a fák száma ezer egységben kifejezve.

a) Tegyük fel, hogy az ültetésre szánt fa termelésének határköltsége 4000 Ft. Piaci körülmények között mekkora a fa ára és ültetett mennyisége?
b) Milyen jellegű externális hatást fejt ki a fák ültetése? Mekkora a fák társadalmilag optimális száma? Eltér-e ez a piaci egyensúlyi mennyiségtől?
c) Mekkora Pigou-féle adót vagy támogatást kellene bevezetni ahhoz, hogy a társadalmi optimum valósuljon meg?

29. Egy kétszereplős (A és B) gazdaságban a termelési lehetőségek határfelületének egyenlete $x_A + x_B + z_A = 100$, ahol x_A és x_B a két szereplő élelmiszerfogyasztása, míg z_A az A szereplő cigarettafogyasztása. A két szereplő hasznosságfüggvénye rendre: $U^A = x_A + 21z_A - z_A^2$ és $U^B = x_B - z_A^2$. Határozza meg a hatékony allokációk halmazát!

30. Egy tejgazdaság termékét tökéletes versenypiacon értékesíti, ahol 100 liter tejért 48 000 Ft-ot kap. A tejgazdaság költségfüggvénye $C_T = T^2$, ahol T az előállított tej mennyisége (100 literben kifejezve). A szomszédságban található gazdaság búzát termel, amit szintén tökéletes versenypiacon értékesít, 1000 kg búzáért 72 000 Ft-ot kap. A búzatermesztő gazdaság költségfüggvénye $C_B = 2B^2 + 2TB$, ahol B a termelt búza mennyisége tonnában, míg $2TB$ a tejgazdaság tehenei által okozott költségeket jelenti.
a) Mekkora lenne a gazdaságok termelésének hatékony szintje?
b) Mennyit termelnek az egyes gazdaságok, ha a termelésük nagyságáról önállóan döntenek?
c) Mennyit termelnek a gazdaságok, ha a tejgazdaság megtéríti a tehenei által okozott károkat?
d) Tegyük fel, hogy a tejgazdaság a 100 liter tej után 24 000 Ft adót fizet be a központi kormányzatnak. Mennyit termelnek az egyes gazdaságok az adó kivetése mellett, miközben tárgyalhatnak egymással? Hogyan valósítják meg a mindkettőjük szempontjából kívánatos kimenetet?
e) Hatékonyság szempontjából rangsorolja az egyes megoldásokat!

31. A dohányzás negatív externális hatást fejt ki, mivel a dohányzó környezetében tartózkodók számára is egészségügyi kockázatot jelent a dohányfüst belélegzése. Ugyanakkor a dohányzás a gazdaság számára termelékenységveszteséggel jár, mert a dohányzók gyakoribb megbetegedése termeléskiesést okoz. Bergengóciában az Egészségügyi Hatóság öt, gazdálkodásában független tartományban becsülte meg egy csomag cigaretta átlagos társadalmi költségét, figyelembe véve az előbb említett hatásokat. Az eredményeket, valamint az aktuális árakat (egy doboz cigaretta vonatkozásában) az alábbi táblázat tartalmazza:

Tartomány	*A cigaretta kisker. ára (Pikula)*	*A cigaretta becsült költsége (Pikula)*	*Opt. adózás utáni kisker. ár (Pikula)*	*Pigou-féle adó (Pikula)*
Csortogány	4,40	15,10		
Narcízia	5,82	21,91		
Flesua	3,80	10,14		
Tirber	4,76	9,94		
Oszka	4,60	9,19		

a) A jelenlegi fogyasztás mellett mekkora lenne az optimális adózás utáni kiskereskedelmi ár az egyes tartományokban? Töltse ki a táblázat 4. oszlopát!
b) Milyen kapcsolat van az egyes tartományokban az optimális és aktuális cigarettaár között?
c) A b) részben adott válasz alapján a fogyasztott mennyiség túl alacsony, vagy túl magas? Mivel magyarázza ezt?
d) Melyik tartományban kellene a legmagasabb, és melyikben a legalacsonyabb Pigou-féle adót kivetni, ha az Egészségügyi Hatóság által becsült cigaretta-fogyasztás költségei nem változnak a kiskereskedelmi ár növekedésével?

32. Egy város közelében egy acélgyár működik. Az acélgyár működése légszennyezéssel jár, ezzel negatív externális hatást okoz. Az acélgyár átlagos változó költséggöbéje $AVC = 40 + 0,25Q$, ahol Q a az acéltermelés mennyisége. Minél nagyobb az acéltermelés, annál nagyobb a légszennyezés, valamint annak negatív externális hatása. Az extern határköltség $MEC = 0,5Q$, ami viszont a vállalat termeléséhez tartozó határköltséget nem érinti. Az acél iránti inverz keresleti függvény egyenlete $p = 190 - 0,25Q$.
a) Mekkora lesz versenyzői magatartást feltételezve a profitmaximalizáló acélgyár termelése és az acél ára?
b) Mekkora lenne a társadalmilag optimális acéltermelés és a hozzá tartozó termékár?
c) Mekkora profitváltozással járna az acélgyár számára, ha az egyénileg optimális termelés szintjéről áttérne a társadalmilag optimális termelés szintjére?
d) Mekkora egyösszegű adó kivetésével tudná a kormányzat az acélgyárat a társadalmilag optimális termelés szintjére korlátozni?
e) Amennyiben az acélgyár monopolistaként viselkedik, akkor mekkora lesz az acélkibocsátás és az acél ára? Mekkora adó kivetésével vagy mekkora támogatással képes a kormányzat a monopóliumot a társadalmilag optimális termelésre ösztönözni?

33. Egy kétszemélyes cseregazdaságban Robinson és Péntek kókuszdiót (x) és halat (y) fogyasztanak. Mindkét szereplő indulókészlete mindkét jószágból egységnyi. Robinson hasznossági függvénye: $U_R(X_R, Y_R) = X_R Y_R^2$, Péntek hasznossági függvénye azonban nem szokványos, mert zavarja Robinson csámcsogása, amikor kókuszdiót eszik, ezért hasznosságát nagyban befolyá-

solja, hogy Robinson mennyi kókuszdiót fogyaszt. Hasznossági függvénye: $U_P(X_P, Y_P, X_R) = X_P Y_P(2 - X_R)$. Legyen a kókuszdió ára p, a hal pedig legyen az ármérce jószág.

a) Határozzuk meg a versenyzői egyensúlyt, a hozzá tartozó egyensúlyi árarányt, valamint a két szereplő optimális hasznossági szintjét!
b) Tekintsük az indulókészletek alábbi elosztását: $X_R = 3/4, Y_R = 6/5$, $X_P = 5/4, Y_P = 4/5$! Mekkora hasznossági szintet ér el ezzel az elosztással Robinson és Péntek?
c) Teljesül-e ebben az esetben a jóléti közgazdaságtan első tétele? Ha igen, miért? Ha nem, miért nem? (Mi történik, ha Péntek rájön, hogy Robinson kókuszfogyasztása és az ő kókuszfogyasztása összesen épp 2 egység?)

34. Egy kétszereplős tiszta cseregazdaságban, amelyet egy albérletben lakó két lakótárs alkot, két jószág által biztosított szolgáltatást „fogyasztanak" a szereplők. Zenét hallgatnak és könyvet olvasnak, amelyekből a fogyasztott mennyiséget x_1 és x_2 jelöli. A szolgáltatást nyújtó könyveket és CD-ket a lakótársak egymás között elcserélhetik, és végül mindenki azt fogyasztja, ami a saját tulajdonába kerül. Mindkét szereplő a saját szobájában olvas vagy hallgat zenét, azonban a B szereplő olyan hangosan hallgatja a zenét, hogy ezzel zavarja az A szereplőt. Az A-nak a hasznossági függvényében is megjelenik a B szereplő „zenefogyasztása": $U_A(x_1^A, x_2^A, x_1^B) = (x_1^A)^2 x_2^A (100 - x_1^B)$. A B szereplő hasznossági függvénye $U_B(x_1^B, x_2^B) = (x_1^B)^3 (x_2^B)^2$. Az A szereplő indulókészlete $(20; 70)$, a B szereplő indulókészlete pedig $(80; 30)$.

a) Írjuk fel a tökéletes versenyzői egyensúly feltételeit, és határozzuk meg az egyensúlyi árarányt és fogyasztott mennyiségeket!
b) Írjuk fel egy olyan társadalmi tervező feladatának optimumfeltételeit, aki az A szereplő hasznosságát kívánja maximalizálni feltéve, hogy a B szereplő hasznossága egy adott $\widetilde{U}_B$ szinten marad.
c) Mutassuk meg, hogy ebben az esetben nem teljesül a jóléti közgazdaságtan első tétele.

35. Egy kétszereplős tiszta cseregazdaságban az egyik szereplő hasznossági függvénye $U_A(x_1^A, x_2^A, x_1^B) = \frac{(x_1^A)^{0,5}(x_2^A)^{0,8}}{x_1^B}$, a másik szereplő hasznossági függvénye pedig $U_B(x_1^B, x_2^B) = (x_1^B)^{0,4}(x_2^B)^{0,6}$. Az A szereplő indulókészlete $(50; 60)$, a B szereplő indulókészlete pedig $(40, 70)$.

a) Milyen típusú külső gazdasági hatás érvényesül ebben az esetben?
b) Határozzuk meg a versenyzői egyensúly feltételeit!
c) Határozzuk meg a Pareto-optimális allokációkat megadó feltételeket!
d) Mutassuk meg, hogy ebben az esetben nem teljesülnek a jóléti közgazdaságtan tételei!

Közlegelők

36. Egy nagy falu szélén áll egy legelő, ahova mindenki szabadon kihajthatja egyetlen tehenét. Ha a legelőn X tehén legel, akkor egy tehén $900 - X$ liter tejet ad. Egy liter tejet 100 forintért tudnak értékesíteni a gazdák. A tehéntartás költsége 1000 Ft.
    a) Hány tehenet fognak kihajtani a legelőre?
    b) Ha a legelő magántulajdonba kerülne, a legelő tulajdonosa hány tehenet legeltetne ott?
    c) Mekkora tehenenkénti „legeltetési díjat" vessen ki az önkormányzat, hogy a b) válaszban kiszámított mennyiségű tehenet hajtsanak ki a gazdák a közlegelőre?

37. Az alábbi táblázat egy halastónál halászók egy főre jutó határköltségét és a kifogott halak összértékét tartalmazza:

Halászok száma	*Egy főre jutó határköltség (Ft)*	*Halak összértéke (Ft)*	*Egy halászra jutó halérték (Ft)*	*Társadalmi határbevétel (Ft)*
0	-	-		
1	1000	4000		
2	1200	7200		
3	1400	9600		
4	1600	11 200		
5	1800	12 000		
6	2000	12 000		
7	2200	11 200		

    a) Töltse ki a táblázat utolsó két oszlopát!
    b) Ha a halastó köztulajdonban van, akkor hány halász látogatja majd a halastavat?
    c) Mekkora a társadalmi nyereség ebben az esetben?

38. Egy község közelében egy hatalmas réten földieper terem. A földieper szedésével eltöltött nap alternatív költsége egy ember számára 10 000 Ft. Ha a réten N személy szedi a földiepret, akkor egy személy $40\,000 - N^2$ Ft értékű földiepret tud leszedni egy nap alatt.
    a) Hányan mennek ki a rétre földiepret szedni, ha a rétre történő belépés díjmentes?
    b) Amennyiben a község szeretné maximalizálni a társadalmi jólét értékét, akkor hány földieper szedési engedélyt kellene kiadnia?
    c) Mekkkora díjat kérjen az önkormányzat a tevékenységért, hogy a maximális társadalmi jólétet biztosító megoldás valósuljon meg?
    d) Mekkora az elérhető legmagasabb társadalmi jólét?

39. Egy halastóban 100 000 darab hal él. A tónál engedélyezik a halászatot, aminek hatására halászhajók jelennek meg. A tóban a halak természetes módon nem szaporodnak így a tóban lévő halak mennyisége (P) a kifogott halak számával (L) csökken. A kifogott halak száma függ a halak számától

és a halászhajók számától (N): $L = 0,01NP$. Egy halászhajó üzemeltetési költsége 30 000 Ft, egy halat 3000 Ft-os áron tudnak értékesíteni.

a) Amennyiben a halászok (halászhajók) belépését nem korlátozzák, akkor mekkora lesz a tóban található halak (P), a kifogott halak (L) és a halászhajók számának (N) egyensúlyi értéke?

b) Mekkora lesz az a) részben kiszámított változók Pareto-hatékony egyensúlyi értéke?

40. Egy halastóban a halak populációja (P) a kifogott halak (L) számának függvénye: $P = a - bL$. A kifogott halak száma függ a halak populációjától és a halászhajók számától (N): $L = kNP$. Az összes hajó üzemeltetési költségeinek összege (C) függ a halászhajók számától: $C = cN$, a halászhajók összbevétele (TR) pedig a kifogott halak számától: $TR = rL$.

a) Határozza meg a halak populációjának (P), a kifogott halak (L) és a halászhajók számának (N) egyensúlyi értékét, amennyiben az új halászhajók "szabadon" behajózhatnak a halastóra.

b) Mekkora lesz az a) részben kiszámított változók Pareto-hatékony egyensúlyi értéke?

41. Egy 1,5 millió adófizető polgárral rendelkező nagyváros egy ingyenes vásárt szervez. A vásár konstans költsége 20 millió Ft, valamint a rendezvényt egy látogatóra jutó 400 Ft-os határköltség jellemzi. A vásárt teljes mértékben a már beszedett adókból finanszírozzák, így ahhoz mindenki hozzájárul. A rendezvény a látogatók számára $1000 - \frac{N}{1000}$ Ft hasznosságot (értéket) eredményez, ahol N a látogatók száma. A vásár látogatásának alternatív költsége mindenki számára 600 Ft. A látogatók ízlése azonos.

a) Mennyi látogatója lesz a vásárnak?

b) Mekkora a vásár egy adófizetőre jutó költsége?

c) Mekkora a vásárból származó társadalmi nyereség vagy veszteség?

d) A városvezetés szeretné maximalizálni a társadalmi hasznosságot. Mekkora legyen a belépő ára? Mekkora ilyen körülmények között a vásárból származó társadalmi nyereség vagy veszteség?

42. Egy kollégiumi városrész diákjai szombati napon két lehetőséggel élhetnek. Vagy a kollégiumban maradnak és tanulnak, vagy ellátogatnak a közeli parkban kizárólag a részükre rendezendő ingyenes rock koncertre. A tanulás értékelése 400 Ft. A park nem túl nagy, így túl sok látogató már zavarja egymást. A koncertre látogatók értékelése Ft-ban kifejezve $2\,200 - \frac{N}{10}$, ahol N a koncertre látogatók száma.

a) Hányan látogatnak el a koncertre?

b) Mekkora a társadalmi jólétet maximalizáló látogatók száma?

c) Mekkora belépődíj biztosítaná a társadalmi jólétet maximalizáló megoldást?

43. Egy kollégiumban 1000 diák él. A szombati napot a diákok vagy tanulással töltik vagy ellátogatnak a közeli szigeten kizárólag a részükre rendezendő ingyenes koncertre. A diákok képességei eltérnek, nincs két ugyanolyan diák. A szombati tanulás így eltérő értékkel bír a különböző képességű hallgatók számára. A legjobb képességű diák számára a szombati tanu-

lás Ft-ban kifejezett értéke csupán 2, a második legjobb képességű diák esetében ez az érték 4, az N-edik esetében 2N, míg a legrosszabb képességű esetében 2000. A szigeten túl sok látogató már zavarná egymást. A koncert Ft-ban kifejezett értéke a látogatók számára $1320 - \frac{N}{10}$, ahol N a látogatók száma. A diákok tökéletes mértékben tisztában vannak vele, hogy ki látogat el a koncertre és ki marad a kollégiumban.

a) Hány látogatója lesz az ingyenes koncertnek?
b) Mekkora látogatottság biztosítaná a társadalmi jólét maximális értékét?
c) Mekkora belépő biztosítaná a b) pontbeli megoldást?

44. Folyamatban van az ember genetikai térképének elkészítése, erre az elmúlt évtizedben több mint 3 milliárd dollárt költöttek el a világ nagy kutatólaboratóriumaiban. Amennyiben egy laboratórium egy újabb felfedezésre jut, akkor azt azonnal levédi a szabadalmi jog segítségével. Így ehhez az információhoz az új gyógyszereket kikísérletező gyógyszergyárak is csak pénzért juthatnak hozzá, igaz, az ő részükre ez általában busásan megtérül a piacra bocsátott gyógyszereik révén. A szabadalmi védettséggel azonban azoknak a kutatólaboratóriumoknak is meg kell küzdeniük, akik a géntérkép még ismeretlen elemeinek meghatározásán dolgoznak. Jelöljük Q-val a géntérképhez kapcsolódó ismeretek mennyiségét. Az emberiség határhaszna Q mennyiségű információ esetén: $MB(Q) = 130 - Q$. (130 egységnél több információ esetén nehéz kiválasztani a legfontosabb ismereteket, az emberiség haszna csökken.) Tegyük fel, hogy egy egység újabb információ megszerzésének határköltsége konstans: $MC(Q) = 10$. A fix költség nem akadályozza meg a kutatást.

a) Amennyiben nem védik le az ismereteket szabadalmakkal, és a kutatásokat közpénzekből finanszírozzák, akkor hány egység génekkel kapcsolatos információhoz jut az emberiség?
b) Tegyük fel, hogy a kutatás Cournot-duopólium formában zajlik, és a kikutatott új információkért kapott szabadalmi díj alapján az információk iránti piaci keresleti görbe épp a határhaszongörbe. Tudjuk továbbá, hogy a két vállalat maga fedezi saját költségeit, és a fix költség egyikük számára se akadályozza a kutatást. Mennyi információhoz jut a két vállalat és az emberiség egésze?
c) Elemezze a feladat által tárgyalt eset jóléti következményeit! (Mennyi információhoz jut az emberiség, és mi ennek a következménye?)

Közjavak

45. Két albérlő, Aladár és Dávid, egy közös használatú bútordarab beszerzéséről dönt, amit a közösen használt nappaliban helyeznének el. Aladár hasznosságfüggvénye $u_A(B, x_A) = (3 + B)x_A$, míg Dávidé $u_D(B, x_D) = = (4 + B)x_D$, ahol x_A és x_D azok a pénzmennyiségek, amit a szereplők egyéb javakra költhetnek, míg $B = 1$, ha megveszik a bútordarabot, egyébként pedig $B = 0$. Aladár rendelkezésre álló jövedelme W_A, Dávidé W_D.

a) Határozza meg Aladár és Dávid bútordarab iránt megnyilvánuló egyéni keresleti függvényeit!
b) Határozza meg a két albérlő együttes keresleti függvényét a bútordarab mint közjószág iránt!
c) Aladár rendelkezésre álló jövedelme 60 000 Ft, Dávidé 40 000 Ft. A bútordarab beszerzése előtt eldöntik, amennyiben közösen vásárolják azt meg, akkor 50-50 százelékban járulnak hozzá a költséghez. Hosszas keresgélés után találnak egy megfelelő bútordarabot 20 000 Ft-ért. Növelné a két szereplő összhasznát a bútordarab beszerzése? Beszerzik a bútordarabot?
d) A c) részben megadott rendelkezésre álló jövedelmek és ár mellett adja meg mindazokat a befizetési terveket, amelyek mellett a a két albérlő megvásárolná a bútordarabot.
e) Tegyük fel, hogy Aladár jövedelme egy kiegészítő munkavállalás hatására megváltozik. Mekkora jövedelemnövekedés hatására kísérelhetné meg Dávid a potyázást?

46. Egy tó partján két személy lakik: Noémi és Barnabás. Noémi napozni szeret, míg Barnabás szörfözni. Mindkét szereplő kedvenc tevékenységét befolyásolja a tóban található víz mennyisége. A víz mennyiségét a víz mélységével lehet mérni egy arra kijelölt mérési pontnál. Amennyiben a tóban sok víz található, az kedvez a szörfözésnek, viszont nem kedvez a napozásnak, ugyanis a partot elönti a víz. A kevés víz pedig éppen ellenkezőleg hat. Mindezeknek köszönhetően Barnabás a sok vizet preferálja, ugyanis ilyenkor a szörfdeszka jobban siklik, míg Noémi a kevés vizet. A tó szintje csapok által költségmentesen szabályozható. A két szereplő hasznosságfüggvénye: $u_N = y_N - 1/2(6-x)^2$ és $u_B = y_B - (12-x)^2$, ahol x a tó mélysége méterben kifejezve, míg y_N és y_B a két szereplő egyéb javakra költhető pénze. Tegyük fel, hogy Noémi jövedelme 90, míg Barnabás jövedelme 100 tóparti pénzegység.
a) Milyen vízmélységet preferál Noémi illetve Barnabás?
b) Mekkora lesz a tó Pareto-hatékony mélysége?
c) Tegyük fel, hogy a tó mélységét Barnabás határozhatja meg, aki nem zárkózik el a Noémivel való tárgyalástól és bizonyos kompenzáció fejében hajlandó Noémi véleményét is figyelembe venni. Amennyiben Noémi szeretné elérni a b) pontban meghatározott Pareto-hatékony mélységet, akkor legalább mekkora összeget kellene Barnabásnak fizetnie ahhoz, hogy hajlandó legyen ezt a mélységet elfogadni? Legfeljebb mennyit hajlandó Noémi Barnabásnak fizetni ahhoz, hogy a Pareto-hatékony mélység valósuljon meg?

47. Egy brazil városka lakóinak életébe évente csempész be még több napfényt a hagyományosan megrendezett szambafesztivál. A város lakosai azonos preferenciákkal rendelkeznek. Egy lakos hasznosságfüggvénye a következőképpen néz ki: $u(t,p) = \sqrt{t} + p$, ahol t a fesztiválra meghívott táncosok száma, p pedig az egyén jövedelmének magánjavakra fordított része. A lakosok évi jövedelme fejenként 500 000 real. Egy táncos meghívásának

költsége 500 real. A városban tízezren élnek. Ha az önkormányzat a közjószág hatékony szintjét kívánja biztosítani, hány táncost hívnak meg a fesztiválra?

48. Egy spanyol kisváros lakói számára a fő szórakozást a havonta a város főterén tartott bikaviadal jelenti. Ezen kívül csak egy dolog érdekli őket: az, hogy minél több gazpachot egyenek. A lakosok hasznosságfüggvénye azonos: $u(b, g) = \ln b + g$, ahol b a bikaviadalon szereplő bikák száma, g pedig az elfogyasztott gazpacho mennyisége tányér egységben. A kisvárosban 5000 ember él. Havi jövedelmük fejenként 100 000 peseta. Egy bika szerepeltetése a viadalon 1000 peseta költséget jelent, egy tányér gazpacho ára pedig 10 peseta. Mennyi bikát szerepeltessen az önkormányzat a viadalon, ha a közjószág hatékony szintjét kívánja biztosítani?

49. Tegyük fel, hogy három albérlő dönt arról, hogy a nappaliban hány cserepes virág legyen. Albert (inverz) kereslete a cserepes virágok iránt: $P = 10-Q$, Béláé: $P = 18 - 3Q$, Csabáé pedig tetszőleges ár mellett 0. Mi az albérlők együttes keresleti függvénye a cserepes virág (mint közjószág) tekintetében?

50. Kertvárosnak két lakója van: Karola és Lili. Mindketten csak gyümölcsöt fogyasztanak, illetve a közös park szépségeiben gyönyörködnek. Hasznosságfüggvényeik rendre az alábbiak: $u_K(g_K, P) = g_K + 100\sqrt{P}$, $u_L(g_L, P) = g_L + 200\sqrt{P}$, ahol g_K a Karola által fogyasztott gyümölcsök száma, g_L a Lili által fogyasztott gyümölcsök száma darabban, P pedig a park mérete négyzetméterben. Egy gyümölcs ára 10 pikula, egy négyzetméternyi park napi karbantartása 50 pikula. Jövedelmük naponta fejenként 100 000 pikula. Mekkora lesz a park társadalmilag hatékony mérete?

51. Avarkesziben rengeteg kártevő az avarban húzza meg magát, ezért a lakosság szereti elégetni a lehullott faleveleket. Egy averkeszi lakos hasznosságfüggvénye a következő: $u(A, a_1, a_2) = 30A - A^2 + 5a_1 + 5a_2 + m$, ahol A a lakos által elégetett falevelek mennyisége (vödörben), a_1 az egyik szomszéd, a_2 a másik szomszéd által elégetett falevelek mennyisége, m pedig a lakos egyéb tevékenységekből származó jövedelme. (Feltesszük, hogy mindenkinek pontosan két szomszédja van, és a kártevő legfeljebb egy kerítésen tud átmászni. A saját telken történő avarégetés, ha túl nagy mennyiségben történik, akkor füstjével zavarja a házban lakókat, de a szomszédba nem terjed át a füst.)
    a) Hány vödör avart fog elégetni egy avarkeszi lakos?
    b) Hány vödör elégetése maximalizálná a társadalmi összhasznot?
    c) Mekkora díjat fizessen egy vödör avar elégetéséért az önkormányzat, ha azt szeretné, hogy a lakosok a b) pontban kiszámolt mennyiséget égessék el?

52. Egy kétszereplős gazdaságban a szereplők közjószágot és egyéb javakat fogyaszthatnak. Az A szereplő hasznosságfüggvénye $u_A = y_A - \frac{1}{2}(30-G)^2$, a B szereplőé $u_B = y_B - \frac{1}{2}(24 - G)^2$, ahol G a közjószág fogyasztott

mennyisége, y_A és y_B pedig az egyéb javakra fordítható pénzösszeg. A két szereplő közjószág előállításának határköltsége $MC_A = 2 + 5G_A$ és $MC_B = 2 + 6G_B$.

a) Határozza meg a szereplők egyéni inverz keresleti függvényeit!
b) Határozza meg a szereplők együttes inverz keresleti függvényét!
c) Határozza meg a közjószág Pareto-hatékony kibocsátását, az egyes szereplők által termelt mennyiségeket valamint azt az árrendszert, ami biztosítaná a termelés és fogyasztás hatékony szintjének elérését!

53. Tegyük fel, hogy egy községben két lakos, A és B él. Az A szereplő 300, míg B szereplő 200 egységnyi magánjószággal rendelkezik. A magánjószágot fogyasztásra valamint a közjószágellátáshoz való hozzájárulásra használhatják fel. A közjószág rendelkezésre álló mennyiségét a szereplők hozzájárulásainak összege határozza meg, vagyis $G = G_A + G_B$. Az A szereplő hasznosságfüggvénye $u_A(G, y_A) = G^{1/3} y_A^{2/3}$, B szereplőé $u_B(G, y_{B,}) = G^{1/2} y_B^{1/2}$, ahol G a közjószág, y_A és y_B a magánszószág fogyasztott mennyisége.

a) Mennyivel járulnának hozzá a szereplők a közjószág előállításához a másik szereplő hozzájárulásának hiányában?
b) Amennyiben ismert, hogy az A szereplő hozzájárulása a közjószághoz $G_A = 100$, akkor mennyivel járul hozzá a B szereplő a közjószág rendelkezésre álló mennyiségéhez?
c) Határozza meg a szereplők legjobb válasz függvényeit abban az esetben, ha mindketten hozzájárulnak a közjószág előállításához!
d) Mekkora lesz Nash-egyensúlyban az egyes szereplők közjószághoz való hozzájárulása, valamint fogyasztása a közjószágból és magánjószágból?

54. Egy gazdaságban 2 terméket termelnek és fogyasztanak, a két termék közül az egyik tiszta összetett magánjószág a másik tiszta közjószág. A gazdaságnak 2 szereplője van A és B. A gazdaság termelési lehetőségeinek határfelülete $2G + Y = 19$ egyenlettel adott, ahol G a közjószág míg Y a magánjószág előállított mennyisége. Az A szereplő hasznosságfüggvénye $u_A(G, y_A) = lnG + y_A$, a B szereplőé $u_B(G, y_B) = G^{1/2} y_B^{1/2}$, ahol G a közjószág, y_A és y_B a magánjószág fogyasztott mennyisége.

a) Határozza meg a hatékony allokációk halmazát!
b) Határozza meg a Lindahl-egyensúlyt, amennyiben az A szereplő magánjószágban mért jövedelme 9, a B szereplőé pedig 10!

55. Egy gazdaságban 2 terméket termelnek és fogyasztanak, a két termék közül az egyik tiszta összetett magánjószág a másik tiszta közjószág. A gazdaságnak 2 szereplője van A és B. A gazdaság termelési lehetőségeinek határfelülete $2G + Y = 15$ egyenlettel adott, ahol G a közjószág míg Y a magánjószág előállított mennyisége. Az A szereplő hasznosságfüggvénye $u_A(G, y_A, G) = 3lnG + y_A$, a B szereplőé $u_B(G, y_B) = G^{1/2} y_B^{1/2}$, ahol G a közjószág, y_A és y_B a magánjószág fogyasztott mennyisége. Tegyük fel, hogy a közjószág mennyiségét a gazdasági szereplők önkéntes hozzájárulásai határozzák meg, miközben a gazdasági szereplők önérdekkövető viselkedéssel jellemezhetők, vagyis nem figyelhető meg együttműködés.

a) Mi lesz a Nash-egyensúlyi kimenet ebben a gazdaságban, ha az A szereplő magánjószágban mért jövedelme 11, B szereplőé 4?
b) Mi lesz a Nash-egyensúlyi kimenet ebben a gazdaságban, ha az A szereplő magánjószágban mért jövedelme 10, B szereplőé 5?
c) Milyen következtetés vonható le az a) és b) részekben megfigyelt eredményekből?
d) Mi lesz a Nash-egyensúlyi kimenet ebben a gazdaságban, ha az A szereplő magánjószágban mért jövedelme 7, B szereplőé 8?
e) Hatékonyak az a), b) és d) részek Nash-egyensúlyi kimenetei?

56. Két játékos egy "közjószág hozzájárulási" játékot játszik. A játékot a következő szabályok szerint bonyolítják le. A játékosok 4 kártyalapot kapnak 2 fekete és 2 piros színű lapot. Ezek után a játékosok dönthetnek a közjószág finanszírozásához való hozzájárulásukról. A játékosok a játékvezetőnek 2 lapot adnak vissza. A játékvezető mindkét játékostól begyűjti a 2-2 lapot, ezután megszámolja mennyi piros lap van közöttük. A begyűjtött piros lapok a játékosok számára 1-1 pontot jelentenek. Amennyiben a játékos megtartja a piros lapot, akkor azért kártyánként 4 pontot kap.
a) Írja fel a játékosok kifizetési mátrixát!
b) Amennyiben a második játékos egy piros és egy fekete lapot ad a játékvezetőnek, akkor mi az első játékos optimális stratégiája?
c) Van a játékosoknak szigorúan domináns startégiája?

57. Két diák, Tóbiás és Töhötöm közös albérletben laknak. Azon tanakodnak, hogy vegyenek-e a nappaliba egy színes digitális televíziót. A nappalit közösen használják, így bárki fizetne is a televízióért, használatából senkit nem lehet kizárni. Tóbiás 30 000 Ft-ra, Töhötöm 17 500 Ft-ra értékelné a nappaliban a televíziót. Mindkettejük hasznossága a televízió megvétele esetén: a televízió rezervációs ára plusz a rendelkezésükre álló, másra fordítható saját jövedelmük. (Amennyiben nem veszik meg a televíziót, akkor hasznosságuk azonos a rendelkezésükre álló saját jövedelmükkel.) A reklámújságokat búvva találnak egy akciós készüléket, ami csupán 25 000 Ftba kerül. El kell dönteniük, hogy beszállnak-e a televízió megvásárlásába, vagy nem. Amennyiben mindketten beszállnak, akkor 50–50 százalékban osztják meg a költségeket.
a) Írja fel a televízió-vásárlás kifizetési mátrixát!
b) Van-e valamelyik játékosnak domináns stratégiája?
c) Ki fizet a televízióért?

58. Hárman laknak egy utcában. Hasznosságfüggvényeik rendre $u_1 = 1000 \ln v + f_1$, $u_2 = 1000 \ln v + f_2$ és $u_2 = 3000 \ln v + f_3$, ahol v az utcában levő villanypóznák számát, f_i pedig az i. fogyasztó magánjavakból való fogyasztását jelöli forintban kifejezve. Egy villanypózna felállításának és üzemben tartásának egy hónapra vetített költsége 1000 Ft. A fogyasztók jövedelme rendre 50 000, 100 000 és 100 000 Ft.
a) Mennyi a villanypóznák társadalmilag optimális szintje?
b) Ha Lindahl-adóval akarják finanszírozni a közjószágot, az egyes fogyasztók mennyit fizetnek egy villanypóznáért?

59. Tegyük fel, hogy négy ember szavaz arról, hogy megépítsenek-e egy utat a házuk előtt. Mivel egyikük tanult közgazdaságtant, a Clarke-adót javasolja, mint megoldási formát. A híd megépítésének költsége 100 ezer Ft, ebből egy emberre 25 ezer Ft jut. Tegyük fel, hogy a híd hasznával kapcsolatos értékeléseik ezer Ft-ban a következők: 50, 30, 20, 15. A szereplők hasznossági függénye kvázilineáris, egyenlő a híd nettó hasznosságával plusz a másra költhető magánjövedelmükkel.
    a) Megépül-e a híd?
    b) Ki fizet Clarke-adót és mennyit?
    c) Megéri-e valaki számára, hogy hazudjon az értékelésével kapcsolatban?
    d) Pareto-hatékony-e az a) pont megoldása?

60. Egy háromfős társaság egy új beruházás megvalósításán gondolkodik. A kész beruházást közösen tudnák használni. A költségeket egyformán osztanák el, így mindenkinek 200 ezer Ft-ot kellene fizetnie. Az alábbi táblázat az egyes személyek költségrészét és tényleges értékítéletét mutatja:

Személy	*Költségrész (ezer Ft)*	*Értékítélet (ezer Ft)*
A	200	100
B	200	100
C	200	500

    a) Határozza meg az egyes szereplők nettó értékítéletét!
    b) A Groves-mechanizmust használva, megvalósítják-e a beruházást? Miért?
    c) Mekkora az egyes személyek által kapott kompenzáció? (Jelölje negatív értékkel, ha a kérdéses személy fizeti, és nem kapja a kompenzációt.)

61. Egy háromfős társaság egy új beruházás megvalósításán gondolkodik. A kész beruházást közösen tudnák használni. A költségeket egyformán osztanák el, így mindenkinek 200 ezer Ft-ot kellene fizetnie. Az alábbi táblázat az egyes személyek költségrészét és tényleges értékítéletét mutatja:

Személy	*Költségrész (ezer Ft)*	*Értékítélet (ezer Ft)*
A	200	100
B	200	100
C	200	500

    a) Amennyiben Clarke-mechanizmussal dolgoznak, megvalósítják-e a beruházást? Miért?
    b) Határozza meg a kulcsember(eket)!
    c) Mekkora a kulcsember(ek) által kifizetett Clarke- adó?

62. Egy község önkormányzata az ezidáig közvilágítással nem ellátott Sötét utca kivilágításának problémáját szeretné megoldani. Az utcában 0, 1, 2 vagy 3 villanyoszlop felállítását tervezik és ezek közül csak azt az alternatívát fogják megvalósítani, amelyet a kinyilvánított értékelések alapján a legtöbbre értékel a társadalom. Az önkormányzat célja a társadalmilag ha-

tékony számú villanypózna felállítása. Egy villanyoszlop felállítási költsége 150 ezer Ft. A költségeken az utcában lakók egyenlő arányban osztoznak. Az utcában 3 személy lakik, János, Péter és Bea. Az érdekeltek tényleges értékítéletét a következő táblázat tartalmazza (értékek ezer Ft-ban értendők):

Személyek	*Villanypóznák száma*			
	0	1	2	3
János	0	80	100	160
Péter	0	85	150	200
Bea	0	100	180	225

a) Mekkora a villanypóznák társadalmilag hatékony száma?
b) Ki fizet Clark-féle adót és mennyit?
c) Mekkora az egyes szereplők adózás utáni nettó értékítélete?
d) Tegyük fel, hogy Péter azt szeretné, hogy a villanypóznák száma 2 legyen, és emiatt a valódi értékítéletétől eltérően azt állítja, hogy számára a 2 villanypózna 160 ezer Ft-ot ér. Megéri hazudnia?

13.3. Jóléti közgazdaságtan, külső gazdasági hatások, közjavak – Megoldások

Tesztkérdések

1. C	2. B	3. A	4. C	5. C	6. D	7. A	8. A	9. A	10. B
11. B	12. D	13. D	14. C	15. C	16. B	17. C	18. D	19. C	20. C
21. C	22. D	23. B	24. B	25. B	26. D	27. A	28. A	29. C	30. D
31. C	32. A	33. D	34. D	35. C	36. C	37. B	38. D	39. A	40. A
41. B	42. A	43. B	44. D	45. C	46. B	47. C	48. B	49. A	50. C
51. D	52. B	53. D	54. C	55. B	56. C	57. C	58. D	59. B	60. B
61. C	62. D	63. B	64. B						

Számítási feladatok

1. a) Pörkölt $\succ$ sülthús $\succ$ fasírt $\succ$ pörkölt, nem tranzitív a társadalmi preferenciarendezés.
   b) Lajost hagyják figyelmen kívül: sülthús $\succ$ fasírt $\succ$ pörkölt; Lacit hagyják figyelmen kívül: pörkölt $\succ$ sülthús $\succ$ fasírt, a társadalmi preferenciarendezésre teljesülnek a rendezési axiómák (teljes, reflexív, tranzitív).
   c) Pörkölt $\sim$ sülthús $\sim$ fasírt, a társadalmi preferenciarendezésre teljesülnek a rendezési axiómák.

2.

a)

baloldali	*jobboldali*	*bulvárrajongó*	*pont*
Népszabadság	Magyar Nemzet	Bors	3
Magyar Nemzet	Népszabadság	Magyar Nemzet	2
Bors	Bors	Népszabadság	1

Magyar Nemzet (3+2+2=7 pont) $\succ$ Népszabadság (3+2+1=6 pont) $\succ$ Bors (3+1+1=5 pont), a társadalmi preferenciarendezésre teljesülnek a rendezési axiómák.

b) Magyar Nemzet, Népszabadság

c)

baloldali	*jobboldali*	*bulvárrajongó*	*pont*
Népszabadság	Magyar Nemzet	Bors	4
Magyar Nemzet	Népszabadság	Sztori	3
Bors	Bors	Magyar Nemzet	2
Sztori	Sztori	Népszabadság	1

A társadalmi preferenciasorrend: Magyar Nemzet (4+3+2=9 pont) $\succ$ Népszabadság (4+3+1=8 pont) $\sim$ Bors (2+2+4=8 pont)$\succ$Sztori (3+1+1=5 pont). Megrendelt lapok: Magyar Nemzet, 0,5 valószínűséggel Népszabadság, 0,5 valószínűséggel Bors. A Borda-féle rangsorolási eljárás érzékeny az irreleváns alternatívákra: a Sztori magazin egy kivétellel mindenkinél az utolsó helyen szerepelt, a rangsorba való bevétele mégis megváltoztatta a Népszabadság és Bors közötti preferenciarelációt.

d) A társadalmi preferenciasorrend: Bors (4+3+3=10 pont) $\succ$Sztori (3+2+2=7 pont) $\sim$ Magyar Nemzet(4+2+1=7 pont) $\succ$ Népszabadság (4+1+1=6 pont). Megrendelt lapok: Bors, 0,5 valószínűséggel Sztori, 0,5 valószínűséggel Magyar Nemzet. A Borda-féle rangsorolási eljárás manipulálható, azaz bizonyos hamis preferencia-sorrendek közlésének stratégiájával befolyásolható a társadalmi preferencia-sorrend.

e) A társadalmi preferencia-sorrend: Bors (3+2+2=7 pont) $\sim$ Sztori (3+2+2=7 pont) $\succ$ Magyar Nemzet(3+2+1=6 pont) $\sim$ Népszabadság (3+2+1=6 pont). Megrendelt lapok: Bors, Sztori. A manipulációs törekvések miatt egyik viszálykodó kedvenc újságját sem rendelik meg.

3. a) Mindhárom alternatíva ugyanannyi (egy darab) szavazatot kap. Döntetlen.

b)

CS	*NY*	*V*	*pont*
J	K	P	3
K	P	J	2
P	J	K	1

Az egyes alternatívák összesen a következő pontokat kapták:
J: 3+2+1=6 pont, K: 3+2+1=6 pont, P: 3+2+1=6 pont. Mindhárom alternatíva ugyanannyi, 6 pontot kap. Döntetlen.

c)

CS	*NY*	*V*	*pont*
J	K	P	4
K	P	B	3
P	J	J	2
B	B	K	1

Az egyes alternatívák összesen a következő pontokat kapták:
J: 4+2+2=8 pont, K: 4+3+1=8 pont, P: 4+3+2=9, B: 3+1+1=5 pont. A parkolót építik meg.

d) P $\succ$ J két döntéshozó esetében, ezért a parkolót építik meg.

e) K $\succ$ P két döntéshozó esetében, ezért a közparkot építik meg. Nem ugyanez lenne az eredmény, ha az elején nem a vállalkozók próbálnának befolyást szerezni, hanem egy másik társadalmi csoport. Igen, számít a kérdésfeltevés sorrendje.

f) P $\succ$ J $\succ$ K, ez definíció szerint diktatúra.

4. bevásárlóközpont – iskola; bevásárlóközpont – tekepálya

5. $\max[U = J_1 J_2^2$, feltéve, hogy $J_1 + J_2 = 1\ 200\ 000]$, $J_1 = 400\ 000$, $J_2 = 800\ 000$

6. a) $\max[W = u_1 + u_2$, feltéve, hogy $u_1^2 + u_2^2 = 1000]$,$u_1 = 10\sqrt{5}, u_2 = 10\sqrt{5}$
   b) $\max[W = 3u_1 + u_2$, feltéve, hogy $u_1^2 + u_2^2 = 1000]$,$u_1 = 30, u_2 = 10$
   c) $\max[W = \min\{u_1; u_2\}$, feltéve, hogy $u_1^2 + u_2^2 = 1000]$, $u_1 = 10\sqrt{5}$, $u_2 = 10\sqrt{5}$
   d) $\max[W = \max\{u_1; u_2\}$, feltéve, hogy $u_1^2 + u_2^2 = 1000]$, $u_1 = 10\sqrt{10}$, $u_2 = 0$ vagy $u_1 = 0,\ u_2 = 10\sqrt{10}$

7. a) $F_A = \sqrt{99,75}$,ha $F_B = 0$ és $F_B = 99,75$,ha $F_A = 0$.
   b) $\max[W = \min\{F_A; F_B\}$, feltéve, hogy $99,75 - F_A^2 - F_B = 0]$, $F_A = 9,5$, $F_B = 9,5$
   c) $\max[W = \max\{F_A; F_B\}$, feltéve, hogy $99,75 - F_A^2 - F_B = 0]$, $F_A = 0$, $F_B = 99,75$
   d) $\max[W = 0,6F_A + 0,4F_B\}$, feltéve, hogy $99,75 - F_A^2 - F_B = 0]$, $F_A = 0,75$, $F_B = 99,1875$

8. a) $\max[U_1 + U_2 = \sqrt{w_1} + \sqrt{w_2}$ feltéve, hogy $w_1 + w_2 = 34\ 000\ 000]$,

$w_1 = w_2 = 17\ 000\ 000$ vagyis mindkét alapítványnak 17 millió Ft-ot juttat.

b) $\max[U_1 + 4U_2 = \sqrt{w_1} + 4\sqrt{w_2}$ feltéve, hogy $w_1 + w_2 = 34\ 000\ 000]$, $w_1 = 2\ 000\ 000$ és $w_2 = 32\ 000\ 000$ így a hajléktalanok étkeztetésével foglalkozó alapítványnak 2 millió Ft-ot, a hátrányos helyzetű gyerekek oktatásával foglalkozó alapítványnak pedig 32 millió Ft-ot juttat.

9. a) $\max[W = \ln w_1 + \ln w_2$ feltéve, hogy $w_1 + w_2 = 60\ 000\ 000]$, Mindkét országnak 30 millió eurót juttat.

b) $\max[E(W) = 0,8 \ln w_1 + 0,4 \ln w_2$ feltéve, hogy $w_1 + w_2 = 60\ 000\ 000]$. Az egyik ország (amelyikben 80% a program sikerének valószínűsége) 40 millió, a másik (amelyikben 40% a program sikerének valószínűsége) 20 millió eurót kap.

10. $\max[W = \sqrt{w_1} + \ln w_2$; feltéve, hogy $w_1 + w_2 = 99]$, $w_1 = 81$ mill. Ft, $w_2 = 18$ mill. Ft.

11. a) Termelési, pozitív külső gazdasági hatás érvényesül.

b) $\max[W = w_A w_B^{0,5} + w_B^{0,5}$ feltéve, hogy $w_A + w_B = 16\ 000\ 000]$ értéket keresi, így $w_A = 10\ 666\ 666,33$; $w_B = 5\ 333\ 333,66$

12. $\max[W = \left(x_1^A\right)^{1/4}\left(x_2^A\right)^{1/4} + \left(x_1^B\right)^{1/6}\left(x_2^B\right)^{2/6} = \left(x_1^A\right)^{1/4}\left(64x_1^A\right)^{1/4} +$ $+ \left(x_1^B\right)^{1/6}\left(64x_1^B\right)^{2/6}$; feltéve, hogy $x_1^A + x_1^B = 60]$, Atlantisz 20 hordó, Bermuda 40 hordó olajat kap.

13. A környezetvédelmi szervezet Lagrange-függvénye:
$\mathcal{L} = \frac{2}{w_1} + \frac{8}{w_2} + \frac{50}{w_3} + \lambda[w_1 + w_2 + w_3 - m]$. Ennek alapján:
$w_1 = \frac{m}{8},\ w_2 = \frac{m}{4},\ w_3 = \frac{5m}{8}$.

14. a) $x_1^A = 80;\ x_2^A = 40;\ x_1^B = 0;\ x_2^B = 0$; vagy $x_1^A = 0;\ x_2^A = 0;$ $x_1^B = 80;\ x_2^B = 40$

b) Igen, mert hiába nem kap az egyik szereplő semmit, a másik hasznossága csökkene, ha valamit átadna társának.

c) Nem, mert az a) rész első elosztásában a B szereplő hasznossága zérus, de az A szereplő végkészlete mellett 3200 lenne a hasznossági függvényének értéke. A második elosztásban pedig ezzel szimmetrikusan alakul a helyzet. Példa lehetséges méltányos elosztásra: $x_1^A = 40$, $x_2^A = 20$, és $x_1^B = 40, x_2^B = 20$.

d) $\max[x_1^A \cdot x_2^A]$, azzal a feltétellel, hogy $x_1^B \cdot x_2^B \geq 200$, és persze a megfelelő végső elosztásokban a jószágonkénti összeg épp az induló készletek jószágonkénti összege. $x_1^A = 60,\ x_2^A = 30,\ x_1^B = 20,\ x_2^B = 10$

e) $p_1 = 1,\ p_2 = 2$ árakkal és a készletek pl. $\Delta\omega_1^A = -10, \Delta\omega_2^A = -10,$ $\Delta\omega_1^B = +10, \Delta\omega_2^B = +10$ újraosztásával (hogy a csereegyenes átmenjen az optimális ponton) a jóléti közgazdaságtan II. tételének értelmében.

f) $p_1 = 1,\ p_2 = 2$ árakkal és a készletek pl. $\Delta\omega_1^A = +10,\ \Delta\omega_2^A = 0,$ $\Delta\omega_1^B = -10,\ \Delta\omega_2^B = 0$ újraosztásával (hogy a csereegyenes átmenjen az optimális ponton) a jóléti közgazdaságtan II. tételének értelmében.

15. a) $x_1^A = 40,\ x_2^A = 20,\ x_1^B = 40,\ x_2^B = 20$
    b) Igen
    c) Igen
    d) $x_1^A = 80 - 20\sqrt{2},\ x_2^A = 40 - 10\sqrt{2},\ x_1^B = 20\sqrt{2},\ x_2^B = 10\sqrt{2}$
    e) $p_1 = 1,\ p_2 = 2$ árakkal és a készletek pl. $\Delta\omega_1^A = 0,\ \Delta\omega_2^A = -10,\ \Delta\omega_1^B = 0,\ \Delta\omega_2^B = +10$ újraosztásával a jóléti közgazdaságtan II. tételének értelmében.
    f) $p_1 = 1,\ p_2 = 2$ árakkal és a készletek pl. $\Delta\omega_1^A = +20,$ $\Delta\omega_2^A = +(20 - 20\sqrt{2}),\ \Delta\omega_1^B = -20,\ \Delta\omega_2^B = -(20 - 20\sqrt{2})$ újraosztásával a jóléti közgazdaságtan II. tételének értelmében.
16. a) $\max[W = (x_1^A - 7)^2 + (x_2^A - 7)^2 + (x_1^B - 7)^2 + (x_2^B - 7)^2$; feltéve, hogy $x_1^A + x_1^B = y_1;\ x_2^A + x_2^B = y_2;\ y_1^2 + y_2^2 - 32 = 0]$; ebből $y_1 = 4,\ y_2 = 4,$ $x_1^B = 2,\ x_2^B = 2,\ x_1^A = 2,\ x_2^A = 2$
    b) MRT=MRS=1; $p_1 = 1, p_2 = 1$
17. a) Megépül a hangszigetelés, $\pi_p = 20, \pi_a = 1, \sum \pi = 21$. (Kommunikáció esetén az asztalos felajánl 10 és 11 peták közti összeget a pszichológusnak, amit a pszichológus elfogad, és az asztalos nem építi meg a hangszigetelést. Az alkupozícióktól függ, hogy 10 és 11 peták közt konkrétan mekkora lesz ez az összeg.)
    b) Nem épül meg a hangszigetelés, $\pi_p = 10, \pi_a = 12, \sum \pi = 22$.
18. a) Megépül a hangszigetelés, $\pi_p = 20, \pi_a = 1, \sum \pi = 21$. (Kommunikáció esetén az asztalos felajánl 5 és 11 peták közti összeget a pszichológusnak, amit a pszichológus elfogad, és az asztalos nem építi meg a hangszigetelést. Az alkupozícióktól függ, hogy 5 és 11 peták közt konkrétan mekkora lesz ez az összeg.)
    b) A pszichológus átrendezi az irodáját, $\pi_p = 15, \pi_a = 12, \sum \pi = 27$.
19. a) A vegyi üzem profitját maximalizálva: $V = 25$, ezt behelyettesítve a sörgyár profitfüggvényébe, és maximalizálva a sörgyár profitját kapjuk, hogy $S = 93,75$
    b) $\max_S[200S - S^2]$ alapján $S = 100$ és
    $\max_V[100V - 2V^2 - 50V] = \max_V[50 - 2V^2]$ alapján a vegyi üzem termelése $V = 12,5$.
    c) $\max_{V,\ S}[100V - 2V^2 + 200S - S^2 - 0,5SV]$ alapján $V = \frac{200}{15,5} \approx 12,9$;
    $S = \frac{1500}{15,5} \approx 96,8$.
20. Jancsi hasznossági függvényének értéke mindenképp 6, Juliska döntése pedig azt jelenti, hogy a $J \cdot (6 - J)$ hasznossági függvényt maximalizálja. Így $J = 3$ és $j = 3$.
21. a) Imre profitját M szerint maximalizálva: $M = 10$, Ernő profitját A szerint maximalizálva: $A = 50$
    b) A két profitfüggvényt összeadva és az M és A szerinti együttes profitmaximumot keresve: $M = 15,\ A = 50$.

22. a) A π_i profitot a_i szerint maximalizálva $a_i = 50$.
    b) Igen, mert profitjuk 1000 lenne, szemben a hirdetés melletti 500 veszteséggel.

23. a) Egyszerűen behelyettesítve a keresleti függvényekbe: $Q_J = 200$, $Q_L = 200$.
    b) Most minden egyes újabb liter víz fogyasztása a fogyasztónak saját magának csak 50 Ft-ba kerül, és ha nem koordinálják a vízfogyasztásukat, akkor csak ezt az összeget veszik figyelembe. Így: $Q_J = 300$, $Q_L = 250$.

24. a) Millió Ft-ban $10 + 20 = 30$.
    b) Ha az első szereplő csökkenti kibocsátását 20 tonnával, annak költsége csupán 200.

25. a) Az I. vállalat esetében $TC_I(x) = \frac{3}{4}x^2$, amiből $TC_I(100) = 7500$. A II. vállalat esetében $TC_{II}(y) = \frac{1}{2}y^2$, amiből $TC_{II}(100) = 5000$.
    b) A költségmegosztás akkor hatékony, ha $MC_I = MC_{II}$.
    Mivel $MC_I(50) = 75$ és $MC_{II}(50) = 50$, ezért ez a megoldás nem hatékony, az összköltséget csökkenteni lehetne úgy, hogy az I. vállalat csökkenti míg a II. vállalat növeli szennyezőanyag-kibocsátását.
    c) A legkisebb költségű megoldás mellett: $x + y = 100$ és $MC_I(x) = MC_{II}(y)$. A megoldás: $x = 40$ és $y = 60$.
    d) Az I. és II. vállalat költségei: $TC_I(40) = 1200$ és $TC_{II}(60) = 1800$. Az összköltség: $TC = 1200 + 1800 = 3000$.
    e) Az I. vállalat szennyezőanyag-kibocsátása: $MC_I(x) = 30$, amiből $x = 20$. A II. vállalat esetében: $MC_{II}(y) = 30$, amiből $y = 20$. Összességében tehát csak 50 egységgel csökken a szennyezés. A célkitűzés elérése érdekében $T = MC_I(x) = MC_{II}(y)$ van szükség, amihez $T = 60$ adót kell kivetni.

26. A vállalatok addig kereskednek a kvótával, ameddig a határköltségeik egyenlőek nem lesznek, vagyis $MC_I(x) = MC_{II}(y)$ miközben $x + y = 200$. Mindebből a vállalatok kibocsátása: $x = 120$ és $y = 80$. Az egységnyi többletkibocsátásra feljogosító kvótákkal $P = MC_I(120) = MC_{II}(80) = 60$ áron kereskednek.

27. a) A táblázatban megadott dB értékek közt az SMV és az SMC változását arányos értékekkel közelítve, a társadalmi optimumban $SMV = SMC = 1800$. Így az optimális hangerősség $95,5$ dB.
    b) A kollégium esetében az optimum $SMV = 0$ egyenletből adódik, vagyis a választott hangerősség 97 dB.
    c) Pigou-adó esetében a kollégiumi közösség választását az $SMV = T$ egyenlet határozza meg, amiből a hangerősség $94,5$ dB.

28. a) Piaci egyensúlyban $P = MC$, amiből az egyensúlyi ár és mennyiség: $P = 4000Ft$ és $Q = 12\,000$.
    b) A fák ültetése pozitív externális hatást fejt ki, aminek hatására a piaci mennyiség túl alacsonyak bizonyul. A pozitív externális hatás miatt a társadalmi határértékelés $SMV = MV + ME = 8000 - \frac{500}{3}Q$, ahol MV

a piaci határértékelés és ME pedig az externális hatás. Társadalmi optimumban pedig $SMV = MC$, amiből $Q = 24\ 000$, vagyis a társadalmilag optimális mennyiség eltér a piaci egyensúlyi mennyiségtől.

c) Pigou-féle támogatást kell bevezetni méghozzá $S = 2000\ Ft$ értékben, ugyanis ekkor a fa ára 4000 Ft-ról 2000 Ft-ra csökken, aminek hatására a fogyasztók 24 000 fát igényelnek, illetve ültetnek el.

29. A TLH görbéből a cigaretta határköltsége x-ben mérve 1 (alternatív költség). Az A szereplő számára a cigaretta értékelése $MRS^A = \frac{MU_z^A}{MU_x^A} = 21 - 2z_A$ míg a B szereplő esetében $MRS^B = -2z_A$. A hatékonyságot az garantálja, hogy figyelembe vesszük a negatív externális hatást amit a cigarettafogyasztás a B szereplőre kifejt, ennek nagysága $ME = 2z_A$. A hatékony megoldást biztosító egyenlet így $MRS^A = MRT + ME$ vagyis $21 - 2z_A = 1 + 2z_A$, amiből $z_A = 5$ valamint $x_A + x_B = 95$.

30. a) A hatékony kibocsátás eléréséhez a gazdaságoknak a közös profitjukat kell maximalizálni, vagyis a feladatuk:
$\max[48\ 000T - T^2 + 72\ 000B - 2B^2 - 2BT]$.
A maximalizálás elsőrendű szükséges feltételei: $48\ 000 - 2T - 2B = 0$ és $72\ 000 - 4B - 2T = 0$. Megoldva az egyenletrendszert: $T = 12\ 000$ és $B = 12\ 000$.

b) Önálló döntéshozatal esetében a tejüzem profitmaximalizálásának elsőrendű szükséges feltétele $48\ 000 - 2T = 0$, amiből $T = 24\ 000$. A búzatermesztő gazdaság esetében pedig $72\ 000 - 4B - 2T = 0$, behelyettesítve T előbb meghatározott értékét $B = 6\ 000$.

c) A kártérítés esetében a tejüzem profitja $48\ 000T - T^2 - 2BT$, amiből az elsőrendű szükséges feltétel $48\ 000 - 2T - 2B = 0$. A károk megtérítése esetében a búzatermesztő gazdaság profitja $72\ 000B - 2B^2$, az elsőrendű szükséges feltétel $72\ 000 - 4B = 0$, amiből $B = 18\ 000$. Ezt felhasználva a tejüzem termelése $T = 6\ 000$.

d) Adóterhelés mellett a közös profit $24\ 000T - T^2 + 72\ 000B - 2B^2 - 2BT$, amiből az elsőrendű szükséges feltételek $24\ 000 - 2T - 2B = 0$ és $72\ 000 - 4B - 2T = 0$. Az egyenletrendszer megoldása $B = 24\ 000$ és $T = -12\ 000$, azonban ez nem lehetséges, így $T = 0$ és ebből adódóan $B = 18\ 000$ és $Profit_B = 648\ mill.\ Ft$. Mivel a tejüzem profitja $24\ 000T - T^2$, ezért ha nem tárgyalna, akkor kibocsátása $T = 12\ 000$ míg profitja 144 $mill.\ Ft$ lenne. Mindezzel a termeléssel a búzatermesztőknek $2BT = 2 \cdot 18\ 000 \cdot 12\ 000 = 432\ mill.\ Ft$ kárt okoz. Mivel ezzel a kárral csökkenti a búzatermesztő gazdaság profitját, ezért a búzatermesztőknek megéri 144 $mill.$ és 432 $mill.\ Ft$ közötti összeget felajánlania a tejgazdaságnak, amiért cserébe a tejgazdaság nem termel.

e) A termelésből származó profitok és összprofit alakulása:

Feladatrész	T *(100 l)*	B *(tonna)*	$Profit_T$ *(millió Ft)*	$Profit_B$ *(millió Ft)*	*Összprofit (millió Ft)*
a	12 000	12 000	432	288	720
b	24 000	6 000	576	72	648
c	6 000	18 000	36	648	684
d	0	18 000	0	648	648

Mindezek alapján a rangsor: a), c) és végül pedig az összességében ugyanakkora összprofitot eredményező b) és d) megoldások.

31. A kitöltött táblázat:

Tartomány	*A cigaretta kisker. ára (Pikula)*	*A cigaretta becsült költsége (Pikula)*	*Opt. adózás utáni kisker. ár (Pikula)*	*Pigou-féle adó (Pikula)*
Csortogány	4,40	15,10	15,10	10,70
Narcízia	5,82	21,91	21,91	16,09
Flesua	3,80	10,14	10,14	6,34
Tirber	4,76	9,94	9,94	5,18
Oszka	4,60	9,19	9,19	4,59

a) A jelenlegi fogyasztás mellett az optimális adózás utáni kiskereskedelmi árnak a becsült költségekkel kell egyenlőnek lennie. Lásd kitöltött táblázat 4. oszlopa.

b) Látható, hogy az aktuális ár az összes tartományban alacsonyabb, mint az optimális.

c) Mivel minden tartományban magasabb az optimális ár az aktuálisnál, ezért a fogyasztás szintje minden tartományban túl magas. Mindez azzal magyarázható, hogy a dohányzók nem viselik a dohányzás teljes költségét.

d) A Pigou-féle adó nagyságát a becsült költség és az aktuális ár különbsége határozza meg, hiszen ebben az esetben már a dohányzás teljes költségével szembesülnének a dohányzók. Meghatározva ezeknek az adóknak a nagyságát (lásd 5. oszlop) látható, hogy az adó Narcízia tartományban a legmagasabb, míg Oszkában a legalacsonyabb.

32. a) Versenyző vállalat esetében $p = MC$. A vállalat változó költsége $VC = 40Q + 0,25Q^2$, amiből a határköltség $MC = 40 + 0,5Q$. A profitmaximalizáló kibocsátást meghatározó egyenlet $190 - 0,25Q = 40 + 0,5Q$. Ebből $Q_C = 200$ és a hozzátartozó ár $P_C = 140$.

b) A társadalmilag optimális kibocsátás eléréséhez a vállalatnak figyelembe kell vennie az externális hatást, amit tevékenysége eredményez. Így a vállalat tevékenységének társadalmi határköltsége $SMC = MC + ME = 40 + Q$. A társadalmilag optimális termelés szintjét pedig a $P = SMC$ egyenlet határozza meg. Ebből az optimális termelés $Q_S = 120$ és az ár pedig $P_S = 160$.

c) A profit változását a bevétel és a költségek változása határozza meg. A bevétel változása $(120 \cdot 160) - (140 \cdot 200) = -8\ 800$, a költségé

$40 \cdot 120 + 0,25 \cdot 120^2 - (40 \cdot 200 + 0,25 \cdot 200^2) = -9\ 600$. Mindez azt jelenti, hogy a profit változása $-8\ 800 - (-9600) = 800$.

d) Az egyösszegű adót úgy kell meghatározni, hogy pont akkora legyen mint a társadalmilag optimális kibocsátás esetében okozott extern határköltség. Vagyis $T = ME(Q = 120) = 0,5 \cdot 120 = 60$.

e) Monopolistaként $MR = MC$ feltétel határozza meg a kibocsátást. Az $MR = 190 - 0,5Q$, ezt egyenlővé téve a határköltséggel megkapjuk a monopolista kibocsátást $Q_M = 150$ és a hozzátartozó ár $P_M = 152,5$. A monopolista profitmaximalizálási feladatának elsőrendű szükséges feltétele adózás mellett $MR - MC - T = 0$, ahol T az egyösszegű adót jelöli. Mivel pedig $MR(Q = 120) = 130$ és $MC(Q = 120) = 100$, ezért $T = 30$.

33. a) Robinson és Péntek fogyasztása egyénileg optimális, ha $MRS_R = \frac{1Y_R}{2X_R} = MRS_P = \frac{Y_P}{X_P} = \frac{2-Y_R}{2-X_R} = p$ (természetesen a megoldásnak a költségvetési egyenesen kell elhelyezkednie, vagyis $pX_R + Y_R = p + 1$). Ebből $p = 5/7$; $X_R = 4/5$; $Y_R = 8/7$; $X_P = 6/5$; $Y_P = 6/7$; $U_R = 1,045$; $U_P = 1,234$.

b) $U_R^{\text{új}} = 1,08$; $U_P^{\text{új}} = 1,25$

c) Nem: $U_R^{\text{új}} > U_R$; $U_P^{\text{új}} > U_P$, mert külső gazdasági hatás érvényesül. (Ha Péntek rájön, hogy Robinson kókuszfogyasztása és az ő kókuszfogyasztása összesen épp 2 egység, akkor az általa érzékelt hasznossági függvény csak saját kókusz és halfogyasztásától függ. Ez az eset egyenértékűvé válik egy externália-mentes esettel.)

34. a) A fogyasztott mennyiségek egyéni optimumokból származnak, azaz $MRS_A = \frac{2x_2^A}{x_1^A} = MRS_B = \frac{3x_2^B}{2x_1^B} = \frac{p_1}{p_2}$ (természetesen a megoldásnak a költségvetési egyenesen kell elhelyezkednie, vagyis $p_1x_1^A + p_2x_2^A = p_120 + p_270$). Egyensúlyban a kereslet megegyezik a kínálattal mindkét piacon, azaz $x_1^A + x_1^B = 100; x_2^A + x_2^B = 100$. Az egyenletrendszert megoldva: $x_1^A = 41,247, x_2^A = 34,483$; $x_1^B = 58,753$, $x_2^B = 65,573, p_1/p_2 = 1,6724$.

b) A társadalmi tervező optimumfeladatához tartozó Lagrange-függvény: $L = (x_1^A)^2x_2^A(100 - x_1^B) - \lambda\left[(x_1^B)^3(x_2^B)^2 - \widetilde{U}_B\right] - \mu_1\left[x_1^A + x_1^B - 100\right] - -\mu_2\left[x_2^A + x_2^B - 100\right]$. Az elsőrendű feltételekből a következő egyenletrendszer adódik: $\frac{2x_2^A}{x_1^A} = \frac{-(x_1^A)^2x_2^A}{2\lambda(x_1^B)^3x_2^B} + \frac{3x_2^B}{2x_1^B}; x_1^A + x_1^B = 100;$ $x_2^A + x_2^B = 100; \widetilde{U}_B = (x_1^B)^3(x_2^B)^2$.

c) Az a) és b) eset első egyenlete a $\frac{-(x_1^A)^2x_2^A}{2\lambda(x_1^B)^3x_2^B}$ tagban különbözik, amely éppen a külső gazdasági hatás miatt jelent meg. Emiatt nem egyeznek az a) feladat, azaz a versenyzői egyensúly és a b) feladat, azaz a Pareto-hatékony elosztás meghatározásának egyenletei. Így az első jóléti tétel nem teljesül.

35. a) Minél többet fogyaszt a B szereplő az 1-es jószágból, az A szereplő hasznossága annál inkább csökken, tehát fogyasztási negatív külső gazdasági hatás érvényesül.

b) A fogyasztott mennyiségek egyéni optimumokból származnak, azaz $MRS_A = \frac{0{,}5x_2^A}{0{,}8x_1^A} = MRS_B = \frac{0{,}4x_2^B}{0{,}6x_1^B} = \frac{p_1}{p_2}$ (természetesen a megoldásnak a költségvetési egyenesen kell elhelyezkednie, vagyis $p_1x_1^A + p_2x_2^A = p_150 + p_260$). Egyensúlyban a kereslet megegyezik a kínálattal mindkét piacon, azaz $x_1^A + x_1^B = 90; x_2^A + x_2^B = 130$.

c) A feladat Lagrange-függvénye:
$L = \frac{(x_1^A)^{0,5}(x_2^A)^{0,8}}{x_1^B} - \lambda\left(\widetilde{U}_B - (x_1^B)^{0,4}(x_2^B)^{0,6}\right) - \mu_1\left(x_1^A + x_1^B - 90\right) - -\mu_2\left(x_2^A + x_2^B - 130\right)$, az elsőrendű feltételek:

$$\frac{0{,}5x_2^A}{0{,}8x_1^A} = -\frac{(x_1^A)^{0,5}(x_2^A)^{0,8}}{0{,}6(x_1^B)^2\lambda(x_1^B)^{0,4}(x_2^B)^{-0,4}} + \frac{0{,}4x_2^B}{0{,}6x_1^B};\ x_1^A + x_1^B = 90; x_2^A + x_2^B = 130$$

d) A b) és c) pont első egyenlete a $-\frac{(x_1^A)^{0,5}(x_2^A)^{0,8}}{0{,}6(x_1^B)^2\lambda(x_1^B)^{0,4}(x_2^B)^{-0,4}}$ tagban különbözik, amely éppen a külső gazdasági hatás miatt jelent meg. Emiatt nem egyeznek az a) feladat, azaz a versenyzői egyensúly és a b) feladat, azaz a Pareto-hatékony elosztás meghatározásának egyenletei. Így az első jóléti tétel nem teljesül.

36. a) Addig visznek ki újabb tehenet, míg a tehéntartás átlagköltsége kisebb, mint az átlagbevétel. Egyenlőség esetén: $100(900 - X) = 1000$, ahonnan $X = 890$.

b) Magántulajdon esetén az utolsónak a legelőre irányított tehén hozama kell hogy megegyezzen a tehén költségével, azaz $100(900 - 2X) = 1000$, ahonnan $X = 445$.

c) Jelöljük a legeltetési díjat p-vel. Ekkor $100(900 - X) = 1000 + p$, ahol $X = 445$ kell hogy legyen. Innen $p = 44\ 500$

37. a) A kitöltött táblázat:

Halászok száma	*Egy főre jutó határköltség (Ft)*	*Halak összértéke (Ft)*	*Egy halászra jutó halérték (Ft)*	*Társadalmi határbevétel (Ft)*
0	-	-		
1	1000	4000	4000	4000
2	1200	7200	3600	3200
3	1400	9600	3200	2400
4	1600	11 200	2800	1600
5	1800	12 000	2400	800
6	2000	12 000	2000	0
7	2200	11 200	1600	-800

b) Addig járnak halászok a tóra, amíg az átlagbevétel meghaladja a halászokra jutó határköltséget. Vagyis a táblázatunkban azt a sort kell megkeresnünk, ahol az 2. és 4. oszlopban ugyanaz az érték található, ez pedig 6 halász esetében következik be.

c) A halak összértékéből levonva a költségeket kapjuk meg a társadalmi nyereséget, ami $12\ 000 - 6 \cdot 2000 = 0\ Ft$.

38. a) Addig járnak ki a falubeliek a rétre, amíg a bevétel fedezi a költségeket, így $40\ 000 - N^2 = 10\ 000$, amiből a megoldás $N = 173,21$, vagyis 173 ember megy ki a rétre.
b) A társadalmi bevétel nagysága $N(40\ 000 - N^2) = 40\ 000N - N^3$, a társadalmi költség $10\ 000N$. Optimumban a társadalmi határbevétel és határköltség megegyezik, így $40\ 000 - 3N^2 = 10\ 000$, vagyis $N = 100$.
c) A díj értéke: $40\ 000 - 100^2 - 10\ 000 = 20\ 000$.
d) A társadalmi jólét maximális értéke: $20\ 000 \cdot 100 = 200\ 000$.

39. a) A halak száma: $P = 100\ 000 - L$, ebből L behelyettesítésével adódik $P = \frac{100\ 000}{1+0,01N}$. A kifogott halak számára megadott összefüggésbe ezt behelyettesítve: $L = \frac{1000N}{1+0,01N}$. Szabad belépés melletti egyensúlyban a hajók átlagbevétele megegyezik a hajók üzemeltetési költséggel, vagyis $\frac{3000L}{N} = 30\ 000$. Ebből az egyenletből behelyettesítéssel adódik az egyensúlyi halászhajók száma $N_{szb} = 9900$. Az egyensúlyi halászhajók számát visszahelyettesítve a halak és a kifogott halak számának egyensúlyi értéke: $P_{szb} = 1000$ és $L_{szb} = 99\ 000$.
b) P és L ugyanúgy mint a) részben: $P = \frac{100\ 000}{1+0,01N}$ és $L = \frac{1000N}{1+0,01N}$. Pareto-hatékony kimenetet a profitmaximalizálás eredményez, vagyis a feladat $\max_N[3000L - 30\ 000N = 3000\frac{1000N}{1+0,01N} - 30\ 000N]$. A feladatot megoldva a Pareto-hatékony egyensúlyi érték $N_{Ph} = 900$. Visszahelyettesítéssel $P_{Ph} = 10\ 000$ és $L_{Ph} = 90\ 0000$.

40. a) A halak populációjának nagysága L behelyettesítésével adódik: $P = \frac{a}{1+bkN}$. A kifogott halak számának egyenletébe ezt behelyettesítve: $L = \frac{kNa}{1+bkN}$. Szabad belépés melletti egyensúlyban az átlagbevétel megegyezik az átlagos költséggel, vagyis $\frac{TR}{N} = \frac{C}{N}$. Ebből az egyenletből behelyettesítéssel adódik az egyensúlyi halászhajók száma $N_{szb} = \frac{1}{bk}(\frac{rka}{c} - 1)$. Az egyensúlyi halászhajók számát visszahelyettesítve a halak populációjának és a kifogott halak számának egyensúlyi értéke: $P_{szb} = \frac{c}{rk}$ és $L_{szb} = \frac{rka-c}{brk}$.
b) P és L ugyanúgy mint a) részben: $P = \frac{a}{1+bkN}$ és $L = \frac{kNa}{1+bkN}$. Pareto-hatékony kimenetet a profitmaximalizálás eredményez, vagyis a feladat $\max_N[TR - C = r\frac{kNa}{1+bkN} - cN]$. A feladatot megoldva a Pareto-hatékony egyensúlyi érték $N_{Ph} = \frac{1}{bk}(\sqrt{\frac{rka}{c}} - 1)$. Ennek visszahelyettesítésével: $P_{Ph} = a\sqrt{\frac{c}{rka}}$ és $L_{Ph} = \frac{a}{b}(1 - \sqrt{\frac{c}{rka}})$.

41. a) Optimumban a hasznosság és az alternatív költség megegyezik, így $1000 - \frac{N}{1000} = 600$, amiből $N = 400\ 000$.
b) A vásár teljes költsége $TC = 20 + 0,4 \cdot 400 = 180\ mill.\ Ft$. Így az egy adófizetőre jutó költség 120 Ft.
c) Minden vásárra kilátogató számára a vásárból származó nyereség 0, hiszen a haszon megegyezik az alternatív költséggel. A vásár viszont

120 Ft-os adókötelezettséget jelent az adófizetőknek, így a társadalmi veszteség $120 \cdot 1,5 = 180\ mill.\ Ft$.

d) A vásárból származó teljes társadalmi nyereség $N(1000 - \frac{N}{1000} - 600)$. Optimumban így $400 - \frac{2N}{1000} = 0$, azaz $N = 200\,000$. Ebben az esetben a látogatók hasznossága (nyeresége) $1000 - \frac{200\,000}{1000} = 800\ Ft$, figyelembe véve az alternatív költséget is a belépődíj $800 - 600 = 200\ Ft$. A látogatók össznyeresége így $200 \cdot 0,2 = 40\ mill.\ Ft$, az összköltség $TC = 20 + 0,2 \cdot 400 = 100\ mill.\ Ft$. A nettó társadalmi nyereség így $40 - 100 = -60\ mill.\ Ft$, azaz 60 millió Ft veszteség.

42. a) Addig látogatnak a hallgatók a koncertre, ameddig annak értékelése meg nem egyezik a tanulás mint alternatív lehetőség értékével, vagyis optimumban: $2200 - \frac{N}{10} = 400$, amiből $N = 18\,000$.

b) A társadalmi jólétet maximalizáló megoldásban a társadalmi határbevétel és társadalmi határköltség megegyezik. A társadalmi bevétel (értékelés): $N(2200 - \frac{N}{10}) = 2200N - \frac{N^2}{10}$, míg a társadalmi határköltség a látogatók személyes költsége: 400. Optimumban így $2200 - \frac{2N}{10} = 400$, ebből pedig a látogatók száma $N = 9000$.

c) A szükséges belépő $2200 - \frac{9000}{10} - 400 = 900\ Ft$.

43. a) A diákok képességeik tudatában addig látogatnak a koncertre, amíg az utolsó koncertre látogató diák esetében a koncert értéke meghaladja a tanulás értékét. Optimumban tehát $1320 - \frac{N}{10} = 2N$, amiből $N = 628,57$. Vagyis a koncertre 628-an látogatnak el, a többi 372 diák a kollégiumban tanul (ők a gyengébb képességűek).

b) Társadalmi jólétet maximalizáló megoldásban a társadalmi határbevételnek meg kell egyeznie a társadalmi határköltséggel, ami ebben az esetben az utolsó még koncertre látogató diák személyes költsége. A társadalmi bevétel $N(1320 - \frac{N}{10})$, így optimumban $1320 - \frac{2N}{10} = 2N$. Ebből a megoldás $N = 600$.

c) A szükséges belépő $1320 - \frac{600}{10} - 2 \cdot 600 = 60\ Ft$.

44. a) $130 - Q = 10$ alapján $Q = 120$

b) $\max_{q_1}[(130 - (q_1 + q_2))q_1 - 10q_1]$ alapján $q_1 = q_2 = 40$ az egy vállalat által megszerzett információ, a világban pedig összesen $Q = 80$.

c) Az anti közlegelők speciális esetéről (azaz a közlegelő tragédiájának fordítottjáról) van szó, kevesebb információhoz jut az emberiség, mint amennyi a maximális jólétét biztosítaná.

45. a) Legyen P_B a bútordarab ára, akkor az egyéni keresleti függvények:
$$Q_A = \begin{cases} 0, \text{ ha } \frac{W_A}{4} < P_B \\ 1, \text{ ha } 0 \le P_B \le \frac{W_A}{4} \end{cases}, \; Q_D = \begin{cases} 0, \text{ ha } \frac{W_D}{5} < P_B \\ 1, \text{ ha } 0 \le P_B \le \frac{W_D}{5} \end{cases}.$$

b) Az együttes keresleti függvény:
$$Q_A = \begin{cases} 0, \text{ ha } \frac{W_A}{4} + \frac{W_D}{5} < P_B \\ 1, \text{ ha } 0 \le P_B \le \frac{W_A}{4} + \frac{W_D}{5} \end{cases}.$$

c) Az összhasznosságot növelné, tehát hatékony lenne a bútordarab beszerzése, hiszen a megadott jövedelmek mellett a rezervációs árak (15 000 Ft és 8 000 Ft) összege meghaladja a 20 000 Ft-os költséget. Azonban a megadott befizetési terv mellett nem szereznék be a bútordara-

bot, hiszen Dávid rezervációs ára alacsonyabb mint a befizetési kötelezettsége.

d) Jelölje B_A és B_D a két szereplő részesedét a közös költségekből. Ebben az esetben a beszerzés megvalósul a következő befizetési tervek mellett: $B_A + B_D = 20\,000$, valamint $12\,000 \leq B_A \leq 15\,000$ és $5000 \leq B_D \leq \leq 8000$.

e) Ahhoz hogy Dávid potyázhasson Aladár rezervációs árának legalább 20 000 Ft-nak kellene lennie, ehhez pedig 20 000 Ft-os jövedelemnövekedésre lenne szükség.

46. a) A hasznosság Noémi esetében $x = 6$ míg Barnabás esetében $x = 12$ mellett maximális.

b) A helyettesítési határráták és a költségmentes vízszabályozás alapján: $MRS_N + MRS_B = 6 - x + 24 - 2x = 0$, ahonnan $x = 10$.

c) Mivel $u_B(12, 100) = 100$ és $u_B(10, 100) = 96$, ezért Barnabás akkor hajlandó elfogadni a Pareto-hatékony vízállást, ha Noémi legalább 4 tóparti pénzegységet fizet neki. Mivel $u_N(12, 90) = 72$ és $u_N(10, 90) = = 82$, ezért Noémi legfeljebb 10 tóparti pénzegységet hajlandó fizetni.

47. Az optimumban: $500 = 10\,000 \cdot \frac{1}{2\sqrt{t}}$, ahonnan $t = 100$, amit a lakosok jövedelme alapján ki is tudnak fizetni.

48. Az optimumban: $\frac{1000}{10} = 5000 \cdot \frac{1}{b}$, ahonnan $b = 50$.

49. Közjószág lévén, az inverz keresleti függvényeket kell összegezni.
$$P = \begin{cases} 28 - 4Q, & \text{ha } 0 \leq Q \leq 6 \\ 10 - Q, & \text{ha } 6 < Q \leq 10 \end{cases}$$

50. Karola helyettesítési határrátája abszolút értékben (egy négyzetméter park hány darab gyümölcsöt helyettesít): $\frac{100}{2 \cdot \sqrt{P}}$, Lili helyettesítési határrátája: $\frac{200}{2 \cdot \sqrt{P}}$. A két, abszolút értékben vett helyettesítési határráta összegének kell megegyeznie az árarányokkal: $\frac{300}{2 \cdot \sqrt{P}} = \frac{500}{100}$. Innen $P = 900$.

51. a) $\max_A[30A - A^2 + 5a_1 + 5a_2 + m]$ feladatot megoldva $A = 15$.

b) $\max_A[30A - A^2 + 5A + 5A + m]$ feladatot megoldva $A = 20$.

c) Jelöljük x-szel az az összeget, amelyet az önkormányzat fizet egy vödör avar elégetéséért. A $\max_A[30A - A^2 + 5a_1 + 5a_2 + x \cdot A + m]$ feladatot megoldva $A = \frac{30+x}{2}$. Ennek kell 20-nak lennie, ezért $x = 10$.

52. a) Az $MRS_A = P_A$ és $MRS_B = P_B$ összefüggésekből:
$P_A = 30 - G$ és $P_B = 24 - G$.

b) A szereplők eggyüttes inverz keresleti függvényét megkapjuk az egyéni inverz keresleti függvények összegzésével:
$$P = \begin{cases} 54 - 2G, & \text{ha } 0 \leq G \leq 24 \\ 30 - G, & \text{ha } 24 < G \leq 30 \end{cases}.$$

c) Felhasználva a $G = G_A + G_B$ összefüggést valamint a határköltség függvényeket meghatározható az aggregált határköltség függvény: $MC = = \frac{30G+22}{11}$. A közjószág hatékony mennyiségét megkapjuk ha a helyettesítési határráták összegét egyenlővé tesszük MC-vel, amiből $G = 11$.

Az ehhez a mennyiséghez tartozó termelői ár $P = 32$, míg a termelt mennyiségek a határköltség függvényekből: $G_A = 6$ és $G_B = 5$. A közjószág rendelkezésre álló (fogyasztott) mennyiségét a helyettesítési határráták összefüggéseibe visszahelyettesítve az egyéni árak: $P_A = 19$ és $P_B = 13$.

53. a) Az A szereplő feladata:
$max[u_A = G^{1/3}y_A^{2/3}$, feltéve hogy $G_A + y_A = 300$ és $G = G_A]$, amiből $G_A = 100$.
A B szereplő feladata:
$max[u_B = G^{1/2}y_B^{1/2}$, feltéve hogy $G_B + y_B = 200$ és $G = G_B]$, amiből $G_B = 100$.

b) Ha $G_A = 100$, akkor a B szereplő feladata:
$max[u_B = G^{1/2}y_B^{1/2}$, feltéve hogy $G_B + y_B = 200$ és $G = 100 + G_B]$, amiből $G_B = 50$.

c) Az A szereplő feladata:
$max[u_A = G^{1/3}x_A^{2/3}$, feltéve hogy $G_A + y_A = 300$ és $G = G_A + G_B]$, amiből $G_A = 100 - \frac{2}{3}G_B$.
A B szereplő feladata:
$max[u_B = G^{1/2}x_B^{1/2}$, feltéve hogy $G_B + y_B = 200$ és $G = G_A + G_B]$, amiből $G_B = 100 - \frac{1}{2}G_A$.

d) A két válaszfüggvényből felállított egyenletrendszer megoldásával a hozzájárulások: $G_A = 50$, $G_B = 75$. Ezek ismeretében a fogyasztott mennyiségek: $G = 125$, $y_A = 250$ és $y_B = 125$.

54. a) A hasznosságfüggvényekből meghatározhatók a helyettesítési határráták: $MRS_A = \frac{1}{G}$, $MRS_B = \frac{y_B}{G}$, a TLH görbéből a transzformációs határráta: $MRT = 2$. A magánjószág termelt és fogyasztott mennyisége megegyezik, amit a TLH görbébe helyettesítve kapjuk az egyik fontos egyenletet: $2G + y_A + y_B = 19$. A helyettesítési határráták összege és a transzformációs határráta egyenlőségéből: $\frac{1}{G} + \frac{y_B}{G} = 2$. Az alábbi két egyenletet felhasználva a hatékony allokációk halmaza: $y_B = 9 - \frac{y_A}{2}$, $G = 5 - \frac{y_A}{4}$.

b) Lindahl-egyensúlyban: $p_A(G) + p_B(G) = MRT$, valamint $p_A = MRS_A$ és $p_B = MRS_B$. Ezen egyenlőségek, valamint a B szereplő költségvetési korlátja: $y_B + p_B G = 10$ segítségével az egyensúlyi közjószágmennyiséget meghatározó egyenlet: $\frac{1}{G} + \frac{5}{G} = 2$, amiből $G = 3$. A Lindahl-féle árak: $p_A = \frac{1}{3}$ és $p_B = \frac{5}{3}$. A közjószág termelői ára 2. A fogyasztott magánjószág-mennyiségek: $y_A = (9 - \frac{1}{3}G =)8$ és $y_B = (10 - \frac{5}{3}G =)5$.

55. a) Ha a szereplők nem működnek együtt, akkor addig járulnak hozzá a közjószág mennyiségéhez, ameddig a helyettesítési határrátájuk egyenlő nem lesz a transzformációs határrátával. Mivel pedig $MRS_A = \frac{3}{G}$, $MRS_B = \frac{y_B}{G}$ és $MRT = 2$, ezért $MRS_A = MRT$ meghatározza a közjószág mennyiségét $G = 1,5$, míg ennek ismeretében $MRS_B = MRT$ egyenlőségéből $y_B = 3$. Ezután B szereplő jövedelmének ismeretében

meghatározható a közjószághoz való hozzájárulása $G_B = 1$. Ismert a közjószág előállításának költsége ami $2G = 3$, ezért $G_A = 2$ és ennek ismeretében $y_A = 9$.

b) Hasonlóképpen kell eljárni mint az a) részben, amiből a közjószág-mennyiség és hozzájárulások: $G = 1,5$, $G_A = 1$ és $G_B = 2$. A magánjószág fogyasztott mennyiségei pedig $y_A = 9$ és $y_B = 3$.

c) Mindaddig amíg mindkét szereplő hozzájárul a közjószághoz, addig a jövedelemátrendezés "nem számít"', ugyanis ezt a közjószághoz való egyéni hozzájárulások ellensúlyozzák, a fogyasztott közjószág- és magánjószág-mennyiségek nem változnak.

d) A c) részből következően a jövedelemváltozások a közjószághoz való hozzájárulásokban fejtik ki hatásukat, azonban olyan mértékű jövedelemátrendeződés történt, hogy a c)-ben felállított szabály szerint az A szereplő hozzájárulása negatív lenne, ami viszont nem lehetséges. Így a közjószág rendelkezésre álló mennyiségét B szereplő hozzájárulása határozza meg. Az $MRS_B = MRT$ és $y_B + 2G = 8$ egyenlőség így meghatározza a közjószág mennyiségét $G = 2$ és B által fogyasztott magánjószág-mennyiséget $y_B = 4$. Az A szereplő esetében $MRS_A(G = 2) = \frac{1}{2} < 2 = MRT$, ezért nem járul hozzá a közjószághoz és magánjószág fogyasztása $y_A = 7$.

e) A hatékonyság teljesüléséhez a helyettesítési határráták összegének a transzformációs határrátával kell egyenlőnek lennie. Ezt a kapcsolatot vizsgálva az a) és b) részben $MRS_A + MRS_B = 2+2 = 4 > 2 = MRT$, míg a d) részben $MRS_A + MRS_B = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} > 2 = MRT$, ezért a kimenetek nem hatékonyak, túl kevés a közjószág rendelkezésre álló mennyisége.

56. a) A kifizetésmátrix:

		2. játékos		
		PP	FP	FF
1. játékos	PP	4; 4	3; 7	2; 10
	FP	7; 3	6; 6	5; 9
	FF	10; 2	9; 5	8; 8

b) A táblázat alapján az 1. játékos optimális lépése mindig FF stratégia.

c) Mindkét játékos szigorúan domináns stratégiája az FF.

57. a) Kifizetésként az egyes esetekben realizált hasznosságukat tekintve:

		Töhötöm	
		Beszáll	Nem száll be
Tóbiás	Beszáll	17 500; 5000	5000; 17 500
	Nem száll be	30 000; −7500	0; 0

b) Töhötöm számára domináns stratégia, hogy ne szálljon be a televízióvásárlásba.

c) Tóbiás veszi meg és fizeti ki a televíziót, Töhötöm potyázik.

58. a) A helyettesítési határráták és az árarány alapján:
$\frac{1000}{v} + \frac{1000}{v} + \frac{3000}{v} = 1000$, ahonnan $v = 5$.

b) Az egyes fogyasztók részesedése a kifizetett árból legyen rendre: s_1, s_2, s_3. Lindahl-adó esetén az egyes fogyasztók a közjószágból származó határhasznuk arányában járulnak hozzá a közjószág árához, így $s_1 \cdot p = \frac{1000}{5} = 200$, $s_2 \cdot p = \frac{1000}{5} = 200$, $s_3 \cdot p = \frac{3000}{5} = 600$.

59. a) Igen, mivel a nettó értékelések összege ezer Ft-ban: $25+5-5-10 = 15$ pozitív.

b) Az első szereplő fizet adót (mivel kulcsszereplő, hisz nélküle a nettó értékítéletek összege negatív lenne), az adó nagysága a többiek nettó értékítéletének összege ezer Ft-ban és abszolút értékben: $|5 - 5 - 10| = 10$ egységnyit.

c) Nem, mert pl. ha a legmagasabb értékítéletű egyén úgy hazudik, hogy megváltozik a döntés, akkor hasznossága zérussal változik. Ha megépül a híd, és Clarke-adót fizet, akkor $25 - 10 = 15$-tel nő a hasznossága. Ugyanígy végiggondolható a többi személynél is, pl. ha a harmadik szereplő nemmé változtatná a döntést, akkor 20 ezer Ft Clarke-adót fizetne, míg most csak 5 ezer Ft vesztesége van.

d) Bár a híd megépülte a tényleges társadalmi értékítéletet tükrözi, de a mechanizmus működéséhez ki kell fizetni a Clarke-adót. Amennyiben a Clarke-adó ottmaradt volna a legmagasabb értékítéletű egyénnél, akkor az illető növelhette volna hasznosságát. A megoldás nem Pareto-hatékony.

60. a) Kivonva a feladatbeli második oszlop celláinak értékéből az első oszlop mellette levő cellájának értékét, ezer Ft-ban rendre: -100, -100, 300.

b) Megvalósítják, mert a nettó értékítéletek összege pozitív.

c) Minden résztvevő annyit kap, amennyi a többiek nettó értékítéletének összege. Azaz ezer Ft-ban rendre: 200, 200, -200

61. a) Megvalósítják, mert a nettó értékítéletek összege pozitív.

b) Csak a „C" személy kulcsember, nélküle nem valósítanák meg a beruházást.

c) A „C" személy a többiek nettó értékeléseinek összegét téríti meg, 200-at fizet ki Clarke-adóként.

62. a) Az egyéni nettó értékítéletek valamint azok összegének alakulása:

Személyek	*Villanypóznák száma*			
	0	1	2	3
János	0	30	0	10
Péter	0	35	50	50
Bea	0	50	80	75
Összes	0	115	130	135

A szereplők nettó értékítéletének összege 3 villanypózna felállítása esetében a legmagasabb, így 3 villannypóznát állítanak fel.

b) A két kulcsszereplő fizet Clark-féle adót. János nélkül a többiek 2 villanypóznát szeretnének így neki (130-125=) 5 ezer Ft, míg Bea nélkül a többiek 1 villanypóznát szeretnének így neki is (65-60=) 5 ezer Ft adót kell fizetnie.

c) Az adózás utáni nettó értékítéletek ezer Ft-ban a következők: János:

(10-5=)5, Péter: 50, Bea: (75-5=)70.

d) Amennyiben Péter hazudna, akkor 2 villanypóznát állítanának fel, azonban kulcsszereplővé válna és (85-80=) 5 ezer Ft adót kellene fizetnie. Ez viszont azt jelentené, hogy adózás utáni nettó értékítélete 45 ezer Ft-ra csökken, tehát nem éri meg hazudnia.